

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามลำดับหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
3. ข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์
4. การวิเคราะห์ห้ม มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์
5. ความรู้พื้นฐานเรื่องการบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนนับ
6. แบบทดสอบ
7. การสัมภาษณ์
8. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 8.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 8.2 งานวิจัยต่างประเทศ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างดีด้วยรอบคอบช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับคนอื่นได้อย่างมีความสุข

เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคน ได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ดังนี้

จำนวนและการดำเนินการ: ความคิดรวบยอดและความรู้ลึกเชิงจำนวน ระบุจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด: ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัด ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

เรขาคณิต: รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนี่ยภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation)

พีชคณิต: แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น: การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็น ในการอธิบายเหตุการณ์ต่างๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ ๑ จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค ๑.๑ เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค ๑.๒ เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค ๑.๓ ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค ๑.๔ เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ ๒ การวัด

มาตรฐาน ค ๒.๑ เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค ๒.๒ แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ ๓ เรขาคณิต

มาตรฐาน ค ๓.๑ อธิบายและวิเคราะห์รูปร่างเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค ๓.๒ ใช้การนิกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ ๔ พีชคณิต

มาตรฐาน ค ๔.๑ เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค ๔.๒ ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ ๕ การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค ๕.๑ เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค ๕.๒ ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค ๕.๓ ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ ๖ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค ๖.๑ มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่ม สร้างสรรค์

คุณภาพผู้เรียน

จบชั้นประถมศึกษาปีที่ ๖

มีความรู้ความเข้าใจและความรู้สึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวนนับและศูนย์ เศษส่วน ทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง ร้อยละ การดำเนินการของจำนวน สมบัติเกี่ยวกับจำนวน สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง และร้อยละ พร้อมตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ สามารถหาค่าประมาณของจำนวนนับและทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่งได้

1. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร ความจุ เวลาเงิน ทิศ แผนที่ และขนาดของมุม สามารถวัดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลมทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกระบอก กรวย ปริซึม พีระมิด มุม และเส้นขนาน

3. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูปและอธิบายความสัมพันธ์ได้ แก้ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป สามารถวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหาพร้อมทั้งเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นที่มีตัวไม่ทราบค่าหนึ่งตัวและแก้สมการนั้นได้

4. รวบรวมข้อมูล อภิปรายประเด็นต่าง ๆ จากแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ แผนภูมิรูปวงกลม กราฟเส้น และตาราง และนำเสนอข้อมูลในรูปของแผนภูมิรูปภาพแผนภูมิแท่ง แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ และกราฟเส้น ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นเบื้องต้นในการคาดคะเนการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้

5. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวน
ในชีวิตจริง

ตารางที่ 1 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง	สาระเพิ่มเติม
ชั้นป.6	<p>1. เขียนและอ่านทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง</p> <p>2. เปรียบเทียบและเรียงลำดับเศษส่วนและทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง</p> <p>3. เขียนทศนิยมในรูปเศษส่วน และเขียนเศษส่วนในรูปทศนิยม</p>	<p>ความหมาย การอ่าน และการเขียนทศนิยมสามตำแหน่ง</p> <p>หลัก ค่าประจำหลัก และค่าของเลขโดดในแต่ละหลักของจำนวนนับ และทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง</p> <p>การเขียนทศนิยมในรูปกระจาย</p> <p>การเปรียบเทียบและเรียงลำดับทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง</p> <p>การเปรียบเทียบและเรียงลำดับเศษส่วน</p> <p>การเขียนทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่งในรูปเศษส่วน</p> <p>การเขียนเศษส่วนที่ตัวส่วนเป็นตัวประกอบของ 10, 100, 1,000 ในรูปทศนิยม</p>	

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์
ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง	สาระเพิ่มเติม
ป.6	<p>1. บวก ลบ คูณ หาร และบวก ลบ คูณ หารระคนของ จำนวนนับเศษส่วน จำนวนคละ และ ทศนิยม พร้อมทั้งตระหนักถึง ความสมเหตุสมผล ของคำตอบ</p> <p>2. วิเคราะห์และ แสดงวิธีหาคำตอบ ของ โจทย์ปัญหาและ โจทย์ปัญหาระคน ของจำนวนนับ เศษส่วน จำนวนนับ เศษส่วน จำนวนคละ ทศนิยม และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึง ความสมเหตุสมผล ของคำตอบ และ สร้างโจทย์ปัญหา เกี่ยวกับจำนวนนับ ได้</p>	<p>การบวก การลบ การคูณ การหารเศษส่วน การบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนคละ การบวก ลบ คูณ หารระคนของเศษส่วนและ จำนวนคละ</p> <p>การบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนนับ ทศนิยมที่มีผลลัพธ์เป็นทศนิยมไม่เกินสาม ตำแหน่ง</p> <p>การบวก ลบ คูณ หารระคนของทศนิยมที่มี ผลลัพธ์เป็นทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง</p> <p>โจทย์ปัญหาการบวก การลบ การคูณ การหาร และการบวก ลบ คูณ หาร ระคน ของจำนวนนับ</p> <p>การสร้าง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ การคูณ การหาร และการบวก ลบ คูณ หาร ระคนของจำนวนนับ</p> <p>โจทย์ปัญหาการบวก การลบ การคูณ การหาร และการบวก ลบ คูณ หาร ระคนของ เศษส่วน โจทย์ปัญหาการบวก การลบ การคูณ การหาร และการบวก ลบ คูณ หาร ระคนของทศนิยม</p> <p>การสร้าง โจทย์ปัญหาการคูณ การหาร และการคูณ หารระคนของ</p>	

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

ชั้น ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง	สาระเพิ่มเติม	
ป.6	<p>1. บอกค่าประมาณใกล้เคียงจำนวนเต็มหลักต่าง ๆ ของจำนวนนับ และนำไปใช้ได้</p> <p>2. บอกค่าประมาณของทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง</p>	<p>ค่าประมาณใกล้เคียงเป็นจำนวนเต็มหมื่น เต็มแสน และเต็มล้าน</p> <p>ค่าประมาณใกล้เคียงทศนิยมหนึ่งตำแหน่งและสองตำแหน่ง</p>	

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง	สาระเพิ่มเติม
ป.6	<p>1. ใช้สมบัติการสลับที่ สมบัติการเปลี่ยนหมู่และสมบัติการแจกแจงในการคิดคำนวณ</p> <p>2. หา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของจำนวนนับ</p>	<p>การบวก การคูณ การบวก ลบ คูณ หารระคน</p> <p>ตัวประกอบ จำนวนเฉพาะ และตัวประกอบเฉพาะ การหา ห.ร.ม. การหา ค.ร.น.</p>	

คำอธิบายรายวิชา

กลุ่มสาระการเรียนรู้

คณิตศาสตร์

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ศึกษา ฝึกทักษะการคิดคำนวณและฝึกการแก้ปัญหาในสาระต่อไปนี้
จำนวนนับ การเขียนในรูปกระจาย หลักและค่าประจำหลัก ค่าของตัวเลขในแต่ละ
หลักการเรียงลำดับการประมาณค่า การบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนและ โจทย์ปัญหา

การบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนนับ การบวกลบ คูณ หารระคน สมบัติการ
สลับที่สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม และสมบัติการแจกแจง โจทย์ปัญหา ตัวประกอบ จำนวนเฉพาะ
การแยกตัวประกอบ ห.ร.ม. ค.ร.น. สมการและการแก้สมการ

เศษส่วน และการบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วน เศษส่วนที่มีค่าเท่ากัน การเปรียบเทียบ
เศษส่วน การบวก การลบ การคูณ การหารเศษส่วน การบวก ลบ คูณ หารระคน โจทย์ปัญหา

ทศนิยม และการบวก การลบ การคูณ การหารทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง ความหมาย
การอ่าน และการเขียนทศนิยม ค่าประจำหลักและค่าของตัวเลขในหลักต่างๆ ของทศนิยม การ
เขียนในรูปกระจายทศนิยม การเปรียบเทียบทศนิยม การเรียงลำดับทศนิยม การเขียนทศนิยมใน
รูปของเศษส่วน และการเขียนเศษส่วนที่มีส่วนเป็นตัวประกอบของ 10 หรือ 100 หรือ 1,000
เป็นทศนิยม การบวก การลบ การคูณ การหารทศนิยม การบวก ลบ คูณ หาร ทศนิยมระคน
โจทย์ปัญหา

ร้อยละ บัญญัติไตรยางศ์ โจทย์ปัญหาร้อยละ

การวัดความยาว การวัดความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยม วงกลม โจทย์ปัญหา

การหาพื้นที่ การหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม การคาดคะเนพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม พื้นที่วงกลม
โจทย์ปัญหา

การวัดปริมาตร การหาปริมาตร หรือความจุของรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

รูปเรขาคณิตและสมบัติบางประการของรูปเรขาคณิต ส่วนของระนาบรูปเรขาคณิต
ตามมิติ มุมที่เท่ากัน การแบ่งครึ่งมุม และส่วนของเส้นตรง การสร้างรูปสี่เหลี่ยมเส้นทแยงมุม
เส้นขนาน มุมแย้ง มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด ทิศ แพนผัง มาตราส่วน

สถิติและความน่าจะเป็นเบื้องต้น การเก็บรวบรวมข้อมูล การอ่านและการเขียน
แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ แผนภูมิรูปร่างกลม กราฟ เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นอย่างแน่นอนอาจเกิดขึ้น
หรือไม่ก็ได้ ไม่เกิดขึ้นอย่างแน่นอน

การจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ที่ใกล้ตัวให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าโดยปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน เพื่อพัฒนาทักษะ/ กระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ รอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ และเชื่อมั่นในตนเอง

การวัดและประเมินผล ใช้วิธีการหลากหลายตามสภาพความเป็นจริงของเนื้อหา และทักษะที่ต้องการวัด

กำหนดการสอน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 160 ชั่วโมง
ตารางที่ 2 โครงสร้างเวลาเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

หน่วยที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	เวลา (ชม.)
1	จำนวนนับการบวก ลบ คูณ การหารจำนวนนับ	เวลา 14 ชั่วโมง
2	สมการและการแก้สมการ	เวลา 14 ชั่วโมง
3	ตัวประกอบของจำนวนนับ	เวลา 14 ชั่วโมง
4	เส้นขนาน	เวลา 6 ชั่วโมง
5	ทศและแผนผัง	เวลา 10 ชั่วโมง
6	ทศและแผนผัง	เวลา 10 ชั่วโมง
7	เศษส่วน	เวลา 14 ชั่วโมง
8	ทศนิยม	เวลา 14 ชั่วโมง
9	การบวก การลบ การคูณ และการหารทศนิยม	เวลา 13 ชั่วโมง
10	รูปสี่เหลี่ยม	เวลา 13 ชั่วโมง
11	รูปวงกลม	เวลา 4 ชั่วโมง
12	บทประยุกต์	เวลา 15 ชั่วโมง
13	รูปเรขาคณิตสามมิติ	เวลา 6 ชั่วโมง

หน่วยที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	เวลา (ชม.)
14	แผนภูมิและความน่าจะเป็น	เวลา 8 ชั่วโมง
15	การแก้ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป	เวลา 5 ชั่วโมง
รวม		160

กำหนดการสอน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง จำนวนนับและการบวก

ลบ คูณ การหารจำนวนนับ

ตารางที่ 3 กำหนดการสอน สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารจำนวนนับ

หน่วยที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	เวลา(ชม.)
1	จำนวนนับและการบวก การลบ การคูณ การหาร จำนวนนับ	เวลา 14 ชั่วโมง
	การประมาณค่าใกล้เคียงเป็นจำนวนเต็ม	เวลา 3 ชั่วโมง
	สมบัติเกี่ยวกับจำนวน โจทย์ปัญหา	เวลา 4 ชั่วโมง
	การบวก การลบ การคูณ การหาร และการบวก ลบ คูณ หารระคน ของจำนวนนับ	เวลา 4 ชั่วโมง
	การสร้างโจทย์ปัญหาการบวก การลบ การ คูณ การหาร และการบวก ลบ คูณ หารระคนของ จำนวนนับ	เวลา 3 ชั่วโมง

สรุป กำหนดการสอนในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องการบวกลบ คูณ หารจำนวนนับ ใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จำนวน 14 ชั่วโมง เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในเรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนนับ การบวกลบ คูณ หารระคน สมบัติการสลับที่ สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม และสมบัติการแจกแจง โจทย์ปัญหา ตัวประกอบ จำนวนเฉพาะ การแยกตัวประกอบ ห.ร.ม. ค.ร.น. สมการและการแก้สมการ

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ความหมายมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนตรงกับคำว่า misconceptions ในภาษาอังกฤษ และมีคำอื่นที่มีความหมายใกล้เคียงกัน เช่น alternative conception, erroneous idea, alternative framework (Cho และคณะ. 1985 : 707 ; Fisher. 1985 : 53) และมีผู้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

โฮซ (Hoz. 1984 : 154) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่า โครงสร้างของความคิดที่ไม่ถูกต้อง

ดริวส์ (Drews. 2005 : 11-17) ได้กล่าวว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหมายถึง ความเชื่อและความเข้าใจที่ได้มาจากแนวความคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้องความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ ครมเครือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจึงเป็นแนวคิดและความรู้ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับ โดยทั่วไป มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดขึ้นก่อนหรือระหว่างการเรียนรู้ โดยที่นักเรียนมักจะไม่ว่าตนเองมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างไร และครูเองก็ไม่มีเวลาพอที่จะวินิจฉัยนักเรียนเป็นรายบุคคลได้ทุกๆเนื้อหา หรือทุกๆทักษะ

แอส ลอค (Ashlock, R.B. 2010 : 121) ได้ให้ความหมายว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง การเข้าใจผิดอาจจะเป็นความผิดพลาดของกฎ หรือตามลักษณะทั่วไปหรือผลของการตีความที่สอดคล้องทางเรียกของความคิดทางคณิตศาสตร์ เด็กยังมีบางสิ่งที่ยังไม่ได้เข้าใจอย่างชัดเจน เกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ค็อก เบริน และลิตเติล (Cockburn & Littler. 2010 : 6 – 10) กล่าวว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดจากการใช้สูตร กฎ ผิด สรุปลงเกินหรือน้อยกว่าความเป็นจริง การแปลความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผิดหรือเข้าใจสิ่งที่นักเรียนไม่ชัดเจน

ยงยศ พุทธิให้ (2543 : 17) กล่าวว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความคิดความเข้าใจไม่ถูกต้อง ความเข้าใจอันผิดอันเนื่องมาจากการรับรู้จากประสบการณ์และความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ ครมเครือ

พรพิมล ชังนิม (2546 : 17) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องหรือครมเครือ เกี่ยวกับความคิดรวบยอดต่างๆที่ได้รับจากการเรียนรู้

บุญยงษ์ กุลเพชร (2552 : 19) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความรู้ความเข้าใจในการเรียนรู้ของผู้เรียนที่ไม่ถูกต้อง ผิดพลาดจากความจริง จึงส่งผลให้นักเรียน ไม่สามารถศึกษาในระดับสูงได้ถูกต้อง

จากการศึกษาความหมายข้างต้น พอสรุปได้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความรู้ความเข้าใจที่เกิดจากการเรียนรู้ของผู้เรียนไม่ถูกต้อง ผิดจากความจริง จึงส่งผลให้ผู้เรียนเข้าใจในสิ่งที่ไม่ถูกต้องและนำไปใช้ไม่ถูกต้อง

ประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ไพน์ส์; และ เวสต์ (Pines; & West. 1983 : 47-51) ได้แบ่งประเภทมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนออกเป็น 3 ประเภทตามสถานการณ์การเรียนรู้ที่แตกต่างกันดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอันเกิดจากสถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน (Misconception Derived From Conflict Learning Situation) แบ่งเป็น 3 ระยะ คือ

1.1 ระยะของการรับรู้ (Awareness Phase) ครูต้องจัดเตรียมกิจกรรมต่างๆ อันเป็นการชักนำสิ่งที่มีอยู่ในตัวนักเรียนให้ปรากฏออกมา ครูต้องทุ่มเทเวลาให้กับช่วงนี้ เนื่องจากนักเรียนจะเสาะหา ทำความรู้จักกับความรู้ใหม่ๆ ภายในขอบเขตของตนเอง และเมื่อไม่พบสิ่งที่พอสำหรับเขาอาจก่อให้เกิดแนวความคิดที่ผิดพลาดขึ้นได้ ครูต้องหาแนวทางแก้ไขความคิดที่ผิดพลาดนี้

1.2 ระยะของการไม่สมดุล (Disequilibrium Phase)

1.3 ระยะจัดระบบใหม่ (Reformulation Phase)

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอันเกิดจากสถานการณ์ที่สอดคล้องกัน

(Misconception Derived From Congruent Learning Situation) เช่น การขยายความหมายของคำแบบหยั่งรู้ (Intuitive Meaning) สู่ความหมายใหม่ หรือการละทิ้งบางแง่มุมของความหมายของการหยั่งรู้เพื่อคงไว้ซึ่งแง่มุมใหม่ๆ ที่ตนพอใจ ก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความหมายของคำอันกลายเป็นปรากฏการณ์ธรรมชาติของเด็ก เช่น มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับกระบวนการสังเคราะห์แสงและอาหารของพืช ซึ่งนักเรียนจะนำความหมายของคำว่าอาหาร โดยทั่วไป เชื่อมโยงกับความหมายของคำว่าแหล่งอาหารของพืช ทำให้เกิดความสับสนและเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่า อาหารของพืชมาจากการที่พืชดูดอาหารจากดิน

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอันเกิดจากสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยสัญลักษณ์

(Misconception Derived From a Symbolic Knowledge Situation) ความรู้จากสัญลักษณ์ต่างๆ นั้นเห็นชัดในวิชาเคมี เช่น ความรู้เกี่ยวกับการทำปฏิกิริยาของเบนซีนและอนุพันธ์ต่างๆ ของเบนซีน ปฏิกิริยาโบริมชันหรือสารประกอบอโรเมติกเหล่านี้ เป็นต้น นักเรียนไม่สามารถมองเห็นภาพจริงของปฏิกิริยาและสารประกอบเหล่านี้ ไม่สามารถนำความรู้จากสัญลักษณ์ให้มาสัมพันธ์กับความรู้จริง (Real World Knowledge) ได้

โมวัโซวิทซ์ และคณะ (Movshovitz and others, 1987: 4-17) ที่มีทั้งหมด 5 ด้าน และมีการรวมด้านย่อย เพื่อให้การวิเคราะห์ข้อมูลมีความชัดเจน เหมาะสมกับเนื้อหา ระดับชั้นของนักเรียน และบริบทของชั้นเรียน ดังนี้

1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
 - 1.1 ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา
 - 1.2 ทำผิดพลาดโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ
 - 1.3 คัดลอกโจทย์ผิด
 2. ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
 3. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
 - 3.1 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ
 - 3.2 จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด
 4. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
 - 4.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ
 - 4.2 ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก
 5. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ
- สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน**
- ตามแนวคิดของนักวิชาการต่างประเทศ (Simson and Marek,1988 ; Fisher,1985; Halloun and Hestenes,1985; Pines and west, 1983 อ้างอิงจากศิริเดช สุชีวะ,2538) สรุปสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้ดังนี้
1. คำอธิบายของผู้ใหญ่ที่ขาดความเข้าใจในมโนทัศน์นั้นอย่างดีพอ
 2. การเรียนรู้จากการอธิบายที่เป็นนามธรรม ทำให้ต้องใช้จินตนาการจนอาจเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้
 3. การแปลความหมายเกี่ยวกับประสบการณ์ในธรรมชาติ ตามความเชื่อของนักปราชญ์ในอดีต
 4. ประสบการณ์ที่ขัดแย้งกัน ไม่ว่าจะเป็นประสบการณ์ในโรงเรียนที่ขัดแย้งกัน

ระหว่างครูผู้สอนหรือประสบการณ์ใน โรงเรียนกับประสบการณ์ในชีวิตจริง

5. สถานการณ์ที่สอดคล้องกัน เช่น การขยายคำ ไปสู่ความหมายใหม่ที่ต้องเรียนรู้ หรือการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เคยใช้ได้ผลในบางสถานการณ์มาเป็นข้อสรุปในวิธีการแก้ปัญหา ของตนตามสถานการณ์ทั่วไป

6. สถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์ เช่น สัญลักษณ์ทาวเคมิกก็ทำให้เกิด ความคลาดเคลื่อนง่ายส่วนนักวิชาการไทย (สุวิมล เขียวแก้ว อ้างอิงจากศิริเดช สุชีวะ, 2538) ได้สรุปสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ 4 ประการ คือ

1. ตำราเรียน
2. พัฒนาการด้านสติปัญญา
3. ภาษา
4. ครูผู้สอน

ทัศนีย์ กงบุญ (2544 : บทคัดย่อ) ได้สรุปถึงสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

1. ครูสอนไม่ชัดเจน
2. นักเรียนสรุปเอาตามความเข้าใจของตนเอง
3. นักเรียนไม่เข้าใจภาษาที่สื่อสารและสัญลักษณ์
4. นักเรียนขาดประสบการณ์ตรง
5. นักเรียนเชื่อตามผู้อื่นที่นักเรียนให้ความเชื่อถือ
6. ตำราเรียนมีเนื้อหาเป็นนามธรรม

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ดังนี้

1. ตำรา ผู้เรียนจะเรียนรู้มโนทัศน์จากตัวอย่าง
2. ผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานความรู้เดิมน้อย
3. ครูมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเนื้อหา ขาดการเตรียมการสอน การลำดับ

เนื้อหา และใช้วิธีสอนที่ไม่เหมาะสม

4. ภาษา บางครั้งความหมายของคำที่ใช้ในชีวิตประจำวันแตกต่างจากความหมายที่ ใช้ในสาขานั้นๆ

สรุป สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน อาจเกิดจากความเชื่อตามผู้ทรงคุณวุฒิ ในอดีตเนื้อหาที่ค่อนข้างเป็นนามธรรมทำให้เกิดจินตนาการที่ผิด ตำราเรียนที่เขียนไม่ชัดเจน หรือให้ความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ปัญหาเรื่องภาษาและสัญลักษณ์ วุฒิกวาระและพัฒนาการทางปัญญา

ของผู้เรียนตลอดจนตัวผู้สอนเอง และนอกจากนั้นมักเกิดจากครูและนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในประเด็นต่อไปนี้

ประเด็นที่ 1 มโนทัศน์ที่ครูและนักเรียนมักเข้าใจคลาดเคลื่อน

ประเด็นนี้ครอบคลุมเนื้อหาคณิตศาสตร์ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม ข้อเท็จจริง และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ครูมักเข้าใจคลาดเคลื่อน หรือครูอาจไม่ได้เข้าใจคลาดเคลื่อน แต่เมื่อสอนไปแล้วนักเรียนมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเอง เช่น เข้าใจว่า $4 = \sqrt{2}$ ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องเกี่ยวกับการใช้เครื่องหมายกรณฑ์ โดยครูส่วนใหญ่อาจไม่ได้เน้นในขณะที่สอนว่าเครื่องหมาย 4 ใช้แทน รากที่สองที่เป็นบวกของ 4 เข้าใจว่า 1.2 เป็นจำนวนคู่ หรือ 6.7 เป็นจำนวนคี่ ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องเกี่ยวกับ จำนวนคู่และจำนวนคี่ ทั้งนี้ครูส่วนใหญ่อาจไม่เน้นเช่นกันว่าจำนวนคู่และจำนวนคี่ต้องเป็นจำนวนเต็มเท่านั้น

ประเด็นที่ 2 การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอที่อาจทำให้เกิดความเข้าใจคลาดเคลื่อน

ลักษณะความคลาดเคลื่อนในประเด็นนี้เกี่ยวข้องกับการสื่อสาร สื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอที่ครูใช้และบางครั้งทำให้นักเรียนมีความเข้าใจคลาดเคลื่อน ทั้งที่ครูอาจมีมโนทัศน์ถูกต้อง แต่การสื่อสารกับนักเรียนไม่ชัดเจนพอ ทำให้เข้าใจบิดเบือน หรือไม่มี การสื่อ ความหมายที่ลึกซึ้งในทางคณิตศาสตร์มากพอ ทำให้นักเรียนเข้าใจไม่ชัดเจน จนอาจ กลายเป็นความ เข้าใจที่คลาดเคลื่อนได้ในบางครั้ง เช่น การใช้สัญลักษณ์ \overline{AB} แทนความยาวของ ส่วนของเส้นตรง AB มีความหมายแตกต่างกันกับสัญลักษณ์ \overline{AB} ซึ่งใช้แทนชื่อเรียกส่วนของ เส้นตรง AB นักเรียน มักนำไปใช้อย่างถูกบ้างผิดบ้าง เช่น

$$\overline{AB} \perp \overline{CD} \text{ ใช้ผิดเป็น } AB \perp CD$$

$$\overline{AB} \parallel \overline{CD} \text{ ใช้ผิดเป็น } AB \parallel CD$$

ประเด็นที่ 3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความหมายของคำที่ใช้ในคณิตศาสตร์ ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3 บางเนื้อหาที่มีความจำเป็นที่จะต้องให้นักเรียน ยอมรับ ข้อตกลงหรือความหมายของคำบางคำและนำไปใช้ก่อน โดยยังไม่ได้ให้ความรู้ ความ เข้าใจที่ชัดเจน เนื่องจากมีข้อจำกัดทางพื้นฐานความรู้ของนักเรียน และลำดับขั้นตอนของเนื้อหา ที่ต้องจัดให้เหมาะสม กับนักเรียน จึงอาจทำให้สับสนและมีความเข้าใจไม่ตรงกัน เช่น ความ เข้าใจเกี่ยวกับการให้ ความหมายของคำหรือข้อความ ที่บางข้อความให้ไว้ในลักษณะที่เป็น

บทนิยาม บางข้อความกำหนด ให้เป็นข้อตกลง และบางข้อความก็ให้ไว้ว่าเป็นสมบัติทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างข้อความที่ใช้ใน ลักษณะต่าง ๆ

บทนิยาม “ตัวประกอบของจำนวนนับใด ๆ คือ จำนวนนับที่หารจำนวนนับนั้นลงตัว”
ข้อตกลง “จำนวนนับที่มากกว่า 1 และมีตัวประกอบเพียงสองตัว คือ 1 และ ตัวเอง เรียกว่า จำนวนเฉพาะ”

สมบัติ “เมื่อ a แทนจำนวนใด ๆ m และ n แทนจำนวนเต็มบวก $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ”

ประเด็นที่ 4 ความคลาดเคลื่อนลักษณะอื่น ๆ

ความคลาดเคลื่อนในประเด็นนี้ไม่อยู่ใน 3 ประเด็นที่กล่าวไว้ข้างต้น แต่เป็นความคลาดเคลื่อนที่อาจเป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้หรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่น นักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้อง ว่าจำนวนตรรกยะ เป็นจำนวนที่เขียนแทน ได้ด้วยเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวน

เต็ม ที่ $b \neq 0$ เช่น $\frac{3}{5}$, $\frac{-4}{9}$ ทำให้นักเรียนคุ้นเคยกับสัญลักษณ์ของเศษส่วนที่ทั้งตัวเศษและตัว

ส่วนเป็นจำนวนเต็ม เมื่อต้องแก้ปัญหาที่ถามว่า $\frac{0.92}{0.81}$ และ $\frac{\sqrt{4}}{25}$ เป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่

นักเรียนอาจ ตอบว่าไม่ใช่ ทั้งที่คำตอบคือใช่ สิ่งที่เกิดขึ้นแสดงให้เห็นว่านักเรียน ไม่ได้มีความเข้าใจคลาดเคลื่อน เกี่ยวกับจำนวนตรรกยะ แต่เป็นความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการนำ โน้ตสนัไปใช้ในการแก้ปัญหา

การนำเสนอโน้ตสนัที่คลาดเคลื่อนในหัวข้อต่อไปนี้เป็นเพียงตัวอย่างที่ให้แนวคิดกับครู เกี่ยวกับลักษณะของความคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์ และมโนทัศน์ที่ถูกต้องที่ควรพัฒนาให้กับ นักเรียน โดยไม่มีการจำแนกตามประเด็น เนื่องจากในทางปฏิบัติ ความคลาดเคลื่อนแต่ละอย่าง มักครอบคลุมลักษณะความคลาดเคลื่อน มากกว่าหนึ่งประเด็นร่วมกัน

ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีผู้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะดังนี้

ยงยศ พุทธิให้ (2543 : 12) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ว่า เป็นความคิดขั้นสุดท้ายซึ่งเป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

สุริยา รัตนพลที (2545 : 13) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ว่า ความคิดขั้นสุดท้ายซึ่งเป็นการสรุปกฎเกณฑ์ นิยามหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ อันเกิดจากประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นซึ่งมีอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

พรพิมล ยังฉิม (2546 : 10) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นข้อสรุปที่ได้รับการได้รับประสบการณ์ ซึ่งข้อสรุปนี้นำไปสู่ความสามารถในการจำแนก หรือจัดกลุ่มของสิ่งต่างๆและนำไปใช้ในวิชาคณิตศาสตร์

บุญยงษ์ ภูลเพชร (2552 : 9) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความรู้ความเข้าใจ ความคิดทางการเรียนคณิตศาสตร์ อันเกิดจากการที่ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ต่างๆแล้วสามารถสรุปและแยกประเภทความสัมพันธ์ของเรื่องต่างๆเหล่านั้น เป็นกฎนิยาม หรือคำจำกัดความที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ความเข้าใจที่ได้รับนั้นไปใช้แก้ปัญหาตามสถานการณ์ต่างๆได้ถูกต้อง

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Concept) เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้ คณิตศาสตร์และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาหรือใช้งาน ครูที่มีมโนทัศน์ดีและเข้าใจลึกซึ้ง เกี่ยวกับความหมาย ที่มา และความสัมพันธ์ที่เกี่ยวของกันของมโนทัศน์ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักสามารถจัดการเรียนรู้เพื่อสื่อสาร สื่อความหมายให้นักเรียน เรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและลึกซึ้ง รวมทั้งสามารถวิเคราะห์เนื้อหาและสร้างคำถามขยาย ความเพื่อพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนได้ สำหรับนักเรียนที่มีมโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์ดี มักสามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยง และคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ดีด้วย จึงอาจกล่าวโดยสรุปได้ว่ามโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนการสอนของครู และการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของนักเรียน การวิเคราะห์ว่าครูและนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอะไรบ้างและคลาดเคลื่อนอย่างไร เมื่อเปรียบเทียบกับมโนทัศน์ที่ถูกต้องจะทำให้ได้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการระมัดระวัง ไม่ให้เกิดความคลาดเคลื่อนเหล่านั้น ตลอดจนเป็นประโยชน์ในการหาแนวทางเพื่อแก้ไขความคลาดเคลื่อนนั้นให้หมดไป ซึ่งจะทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น

ข้อผิดพลาด

ข้อผิดพลาด หรือข้อบกพร่อง ตรงกับคำในภาษาอังกฤษว่า (Error) (ศุภการณ์ สว่างเมืองวรกุล.2552 : 6) และมีคำอื่นที่มีความหมายใกล้เคียงกัน เช่น error code ,error correcting code , error message , error rate มีการใช้คำแทนคำว่าข้อผิดพลาดได้หลายคำ เช่น ความผิดพลาด ข้อบกพร่อง ความคลาดเคลื่อน เป็นต้น ความผิดพลาด คือ ผลของการเข้าใจผิด ความประมาท การขาดข้อความสัญลักษณ์ ประสบการณ์ที่เกี่ยวข้อง หรือความรู้เกี่ยวกับหัวข้อทาง

คณิตศาสตร์ การขาดแนวคิดเกี่ยวกับวัตถุประสงค์การเรียนรู้ความตระหนักถึงคำตอบหรือการตรวจสอบคำตอบว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ และมีผู้ให้ความหมายของข้อผิดพลาดไว้ดังนี้

นิวแมน (Newman, 1977, อ้างใน Marinas and Clements, 1990 : 15) ได้ให้ความหมายของความผิดพลาด หมายถึง สาเหตุที่เป็นปัญหา หรืออุปสรรค ที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จ

แบลน โดและคณะ (Blando & Other, 1989: 301-308) ได้ทำการวิจัยเรื่องการวิเคราะห์และหารูปแบบความคลาดเคลื่อนทางเลขคณิต ได้สรุปว่า ความผิดพลาดในการคิดลำดับขั้นตอน บวกก่อนคูณ บวกก่อนหาร ละเลยความสำคัญของวงเล็บ ความผิดพลาดในการทำผิดเครื่องหมาย หารแทนการบวก ลบแทนการบวก ความผิดพลาดอื่นๆเช่นการปฏิเสธที่จะแก้ปัญหา และความผิดพลาดที่ไม่มีรูปแบบแน่นอนเนื่องจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ เช่นการบวกผิด (ลืมตัวทศ)

คารณี คำแหง (2533 : 6) ได้ให้ความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ว่า ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์หมายถึง ข้อผิดพลาดหรือสาเหตุที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หรือไม่สามารถเรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

อรรณู ชูยกระเดื่อง (2534 : 9) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ความคลาดเคลื่อน คือความผิดพลาด ความเชื่อที่ผิด ความเห็นที่ผิดกระทำที่ผิด หรือทำไม่ถูกต้องเกิดข้อผิดพลาด

ยงยศ พุทธิให้ (2543:19) ได้สรุปลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าอาจเกิดจากครูและนักเรียน ข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์จากครูเนื่องจาก รูปแบบคำถาม การใช้ภาษา การให้ข้อมูลผิดพลาด เป็นต้น ส่วนข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์จากนักเรียนมีด้วยกันหลายสาเหตุ เช่น การอ่านคำถาม ความเข้าใจในคำถาม กลยุทธ์และทักษะในการเลือกใช้ความรู้ การบิดเบือนทฤษฎีและนิยาม ขาดความระมัดระวังในการคำนวณ เป็นต้น

Drews (2005 : 14 – 21) ได้ให้ความหมายของความผิดพลาด ไว้ว่า ข้อผิดพลาดอาจเป็นผลของการเข้าใจผิด ความประมาท การขาดข้อความสัญลักษณ์ ประสบการณ์ที่เกี่ยวข้อง หรือความรู้เกี่ยวกับหัวข้อทางคณิตศาสตร์ การขาดแนวคิดเกี่ยวกับวัตถุประสงค์การเรียนรู้ ความตระหนักถึงคำตอบหรือการตรวจสอบคำตอบว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ ขาดการจัดจ้อ ขาดการได้ตรงและมันไม่ได้เป็นกระหนาบต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สามารถกำจัดข้อผิดพลาด โดยครูผู้สอนตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับประสบการณ์ของเด็ก ซึ่งเด็กอาจจะมีหรือไม่มีประสบการณ์ในการจัดการใช้เงิน หรือการสังเกตการใช้ความสมดุลในการวัดมวลของรายการหรือการอ่านเวลาบนนาฬิกา การใช้แหล่งเรียนรู้ที่คิดสามารถนำไปสู่การทำข้อผิดพลาดของเด็ก เช่นเส้นจำนวน

สามารถใช้เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสำหรับการช่วยเหลือ การนับ ซึ่งการนับจำนวนหากเด็กไม่เข้าใจวิธีการนับ กลับจากหมายเลขแรกโดยไม่นับรวม

เอชล็อก (Ashlock .2010: 18) กล่าวว่า ข้อผิดพลาด เกิดจากการขาดความใส่ใจ ได้รับข้อมูลมากเกินไป พลาดที่จะจดจำประเด็นสำคัญ หรือให้เหตุผลที่ขาดการไตร่ตรอง จากความผิดพลาดนี้นักเรียนทราบสาเหตุของความผิด และไม่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ข้อผิดพลาดเกิดจากสาเหตุหรืออุปสรรคที่เกิดจากการขาดความระมัดระวังหรือขาดประสบการณ์ที่สัมพันธ์หรือขาดความตระหนักแปลความหมายสัญลักษณ์หรือเนื้อหาผิดพลาดด้วยขาดประสบการณ์หรือความรู้ทั้งนี้ เป็นสิ่งที่อาจเกิดจากการขาดความเอาใจใส่ ขาดความรอบคอบ ขาดความตระหนัก ขาดความสามารถในการตรวจสอบ ขาดการไตร่ตรองในการให้เหตุผล ขาดประสบการณ์และความรู้ในเรื่องที่เรียน หรืออาจเกิดจากการความสับสน ไม่แน่ใจและเข้าใจผิดนั่นเอง

ลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์

ทรูแรน (Truran. 1987 : 92) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์ความผิดพลาดและเทคนิคการสอนเพื่อแก้ไขความผิดพลาดนั้น” สรุปรูปแบบลักษณะข้อผิดพลาดทางการเรียน โดยขยายทฤษฎีของนิวแมน (Newman. 1983 : อ้างถึงใน Truran. 1987 : 92) ในการหาสาเหตุที่ผิดและแบ่งระดับความผิดพลาดที่นักเรียนทำได้ 9 ด้าน คือ

1. รูปแบบของคำถาม
2. การอ่านคำถาม
3. ความเข้าใจในคำตอบ
4. กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้
5. ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้
6. ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้
7. การเสนอคำตอบ
8. ความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้ เนื่องจากขาดความ

ระมัดระวัง

9. ความผิดพลาดซึ่งจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

โมฟโซวิทซ์ - ฮาดาร์, ซาฟสลอฟสกี และ อินบาร์ (Movshovitz – Hadar, Zaslavsky & Inbar. 1987 : 3 - 14) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์รูปแบบข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา” โดยได้ศึกษาตามแนวคิดของ Radiz ซึ่งวิเคราะห์ข้อผิดพลาดของนักเรียนในวิชาพีชคณิตและจัดกลุ่มข้อผิดพลาดได้ 6 ด้านดังนี้

1. การใช้ข้อมูลผิด
2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา
3. การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์
4. การบิดเบือนทฤษฎีและนิยาม
5. ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา
6. ความผิดพลาดในเทคนิคการทำ

แบลนโด และคนอื่นๆ (Blando; et al. 1989 : 301 – 308) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์และหารูปแบบความผิดพลาดทางเลขคณิต” ได้สรุปข้อผิดพลาดทางการเรียนเลขคณิตไว้ 4 ด้าน คือ

1. ความผิดพลาดในการมีลำดับความสำคัญมากกว่าหรือการมีลำดับขั้นตอน เช่น บวกก่อนคูณ บวกก่อนหาร ลบก่อนหาร ละเลยความสำคัญของวงเล็บ เป็นต้น
2. ความผิดพลาดอื่นๆ เช่น การปฏิเสธที่จะแก้ปัญหา
3. ความผิดพลาดอื่นๆ เช่น การปฏิบัติที่จะแก้ปัญหา
4. ความผิดพลาดที่ไม่มีรูปแบบแน่นอนเนื่องจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ เช่น ขาดความระมัดระวังในการบวก (บวกผิด) เป็นต้น

ยงยศ พุทธิให้ (2543 : 19) ได้สรุปลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า อาจเกิดมาจากครูและนักเรียน ข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์จากครูเนื่องมาจาก รูปแบบคำถาม การใช้ภาษาการให้ข้อมูลผิดพลาด เป็นต้น ส่วนข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์จากนักเรียนมีด้วยกันหลายสาเหตุ เช่น การอ่านคำถาม ความเข้าใจในคำถาม กลยุทธ์และทักษะในการเลือกใช้ความรู้ การบิดเบือนทฤษฎีและนิยาม ขาดความระมัดระวังในการคำนวณ เป็นต้น

สุริยา รัตนพลที (2545 : 15) ได้สรุปลักษณะข้อผิดพลาดทางเรขาคณิตศาสตร์ไว้ว่า อาจเกิดมาจากครูและนักเรียน ลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์จากครูเนื่องมาจาก การใช้ภาษา การใช้คำถาม การให้ข้อมูลผิดพลาด เช่น การอธิบายหรือการให้นิยามโดยการตัดข้อความบางตอนออกเพื่อให้สั้นและกะทัดรัดจนทำให้ความหมายผิดไปจากเดิม เป็นต้น ส่วนลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดจากตัวนักเรียนเนื่องมาจากการขาดประสบการณ์ การรับรู้ข้อมูลที่ผิดพลาด ความจำคลาดเคลื่อน และมีการหาเหตุผลที่ผิดพลาด (ซึ่งอาจเนื่องมาจากลักษณะส่วนตัวของผู้นั้น เช่น มีความลำเอียงหรือมีความคิดเห็นเอนเอียง ไปด้านใดด้านหนึ่ง หรือเพราะความไม่รอบคอบ หรือมีข้อมูลน้อยเกินไป) จึงทำให้สรุปข้อมูลที่ได้มาอย่างไม่ถูกต้อง

บุญนุษ กุลเพชร (2552 : 22) กล่าวว่าลักษณะของข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ มีสาเหตุมาจากหลายด้านกล่าวคือ อาจเกิดจากตัวผู้เรียนเองคือ อ่านคำถามไม่เข้าใจ เข้าใจคำถามผิดจากที่ครูลถาม ไม่เข้าใจสัญลักษณ์ หรือการใช้คำถามในรูปธรรม เช่น ไม่เข้าใจกฎนิยาม สูตร เป็นต้น หรือบางครั้งครูผู้สอนเองทำให้ผู้เรียนเกิดข้อผิดพลาดทางการเรียน

จากการศึกษา พบว่าลักษณะข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์เกิดจากหลายสาเหตุ เช่น อาจเกิดจาก ตัวผู้สอน ผู้เรียน หรือ หนังสือตำราเรียน การใช้คำถาม การอธิบาย การใช้ภาษาของครูและเทคนิควิธี รวมทั้งการนำเสนอสื่อของครูก็อาจเป็นสาเหตุหนึ่ง หรือ การขาดความระมัดระวัง ขาดความรอบคอบ ขาดความตระหนัก เข้าใจตลาดเคลื่อน ขาดประสบการณ์ อ่านคำถามไม่เข้าใจของนักเรียน หรือ การนำเสนอเนื้อหาในหนังสือ เอกสาร ตำราที่ใช้ภาษาวากวน ข้อมูลผิดพลาด การขาดการตรวจสอบเนื้อหา ก็สามารถเป็นสาเหตุของข้อผิดพลาดได้ เช่นเดียวกัน

ประเภทของความผิดพลาด

พรพิมล ยังฉิม.(2546 : 18) ได้สรุปว่า ประเภทของความผิดพลาดที่ผิดพลาด แบ่งตามสถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน สถานการณ์ที่สอดคล้องกัน และสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์ไม่สามารถมองเห็นภาพจริงได้ และไม่มีการวัดใดที่มีความถูกต้องสมบูรณ์แบบ ไม่ว่าจะอย่างไรก็ตามการวัดจะต้องมีความผิดพลาดอยู่เสมอ ความผิดพลาดแบ่งออกได้เป็น 3 แบบหลัก ๆ คือ

1. ความผิดพลาดบุคคล (Human Error)
2. ความผิดพลาดระบบ (Systematic Error)
3. ความผิดพลาดไม่แน่นอน (Random Error)

ความผิดพลาดบุคคล (Human Error)

สาเหตุ : ส่วนใหญ่มาจากบุคคลผู้ทำการวัดเอง เช่น การอ่านค่าผิด, การปรับแก้หรือใช้เครื่องมือผิดหรือการคำนวณผิด

การป้องกัน : แก้ไขหรือทำให้ลดลง ได้โดยการศึกษาเครื่องมือวัดให้เข้าใจ และใช้อย่างถูกต้อง ความผิดพลาดระบบ (Systematic Error) แบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. Instrument Error : เป็นข้อบกพร่องของเครื่องมือวัด
2. Environment Error : เกิดจากสภาพแวดล้อมที่ทำการวัด

ความผิดพลาดในเครื่องมือ (Instrument Error)

สาเหตุ : ความผิดพลาดจากชิ้นส่วนทางกายภาพ เช่น ทางกลไกสึกหรอ หรือผิด, ความผิดปกติของสปริง หรือคุณสมบัติของวัสดุประกอบ

การป้องกัน : เลือกเครื่องมือวัด ที่เหมาะสมกับการวัด, ใส่ค่า Factor หรือ Weight เพื่อชดเชยค่าที่เบี่ยงเบนไป และปรับเทียบมาตรฐาน (Calibrate) ความผิดพลาดจากสิ่งแวดล้อม

สาเหตุ : จากเงื่อนไขภายนอก เช่น การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ, ความชื้น, ความกดอากาศ, สนามแม่เหล็ก หรือสนามไฟฟ้า

การป้องกัน : วัดในห้องที่มีการปรับอุณหภูมิ, ผนึกเครื่องมือวัดอย่างแน่นหนา เพื่อป้องกันความชื้น และห่อหุ้มด้วยวัสดุที่ป้องกันสนามแม่เหล็ก

ความผิดพลาดไม่แน่นอน (Random Error)

สาเหตุ : ไม่สามารถบอกสาเหตุที่แน่นอนได้ การวัดสิ่งเดียวกันหลายครั้ง ได้ค่าแตกต่างกันไป แม้เครื่องมือวัดจะถูกปรับแต่งอย่างดี และใช้งานภายใต้สิ่งแวดล้อมที่เหมาะสมก็ตาม

การป้องกัน : เพิ่มจำนวนครั้งในการวัดแล้วหาค่าเฉลี่ยทางสถิติ เพื่อให้ได้ค่าประมาณที่จัดว่าเป็นค่าที่ดีที่สุด

รูปแบบข้อผิดพลาด มี 3 แบบคือ

1. Syntax Error คือ ข้อผิดพลาดจากการใช้ไวยากรณ์ภาษาที่ผิด หรือ อาจเกิดจากการสะกดคำผิด

2. Run-time Error คือ ข้อผิดพลาดในระหว่างการปฏิบัติงาน(Execution) มักเกิดจากความไม่รู้เท่าไม่ถึงการณ์

3. Logical Error คือ ข้อผิดพลาดที่หาและแก้ได้ยากที่สุด ต้องทำการไล่โปรแกรมทีละคำสั่งเพื่อหาข้อผิดพลาดนั้น

วิธีการตรวจสอบข้อผิดพลาด มีดังนี้

1. การตรวจสอบด้วยตนเอง (Self Checking) เขียน โปรแกรมลงกระดาษแล้วไล่เช็ค ตรวจสอบการทำงานทีละขั้นด้วยตนเอง ว่าจะมีการทำงานที่ถูกต้องตามความต้องการหรือไม่

2. ตรวจสอบด้วยการแปล โปรแกรม (Translating) การแปลเป็นภาษาเครื่อง ตรวจสอบข้อผิดพลาดของโปรแกรม

ข้อผิดพลาด คือ การที่นักเรียนขาดความระมัดระวัง ขาดประสบการณ์ที่สัมพันธ์ ขาดความตระหนัก แปลความสัญลักษณ์ เนื้อหาผิดพลาดด้วยขาดประสบการณ์ ความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์

การวิเคราะห์ห้มนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

การวิเคราะห์ห้มนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (Analysis of misconceptions and errors) หมายถึง เป็นการแยกแยะระหว่างมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเพื่อพิจารณาออกเป็นส่วนย่อยที่มีความสัมพันธ์กัน เพื่อทำความเข้าใจแต่ละส่วนให้แจ่มแจ้ง รวมทั้งการสืบค้นความสัมพันธ์ของส่วนต่าง ๆ เพื่อดูว่าส่วนประกอบปลีกย่อยนั้นสามารถเข้ากันได้หรือไม่ สัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันอย่างไร ซึ่งจะช่วยให้เกิดความเข้าใจต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใดอย่างแท้จริง

โมว์โซวิทซ์ และคณะ (Movshovitz and others, 1987: 4-17) กล่าวว่า การวิเคราะห์ห้มนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดมีทั้งหมด 5 ด้าน และมีการรวมด้านย่อยๆ เพื่อให้การวิเคราะห์ข้อมูลมีความชัดเจน เหมาะสมกับเนื้อหา ระดับชั้นของนักเรียน และบริบทของชั้นเรียน ดังนี้

1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
 - 1.1 ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา
 - 1.2 ทำผิดพลาดโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ
 - 1.3 คัดลอกโจทย์ผิด
2. ด้านการตีความคำภาษา (Misinterpreted Language) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
3. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
 - 3.1 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ
 - 3.2 จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด
4. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
 - 4.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ
 - 4.2 ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก
5. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

ไวน์นี่ (Wayne, <http://www.americanchronicle.com/articles/view/110106>) กล่าวว่า นับตั้งแต่มีการเกิดขึ้นของอารยธรรม มนุษย์พยายามพัฒนาให้ก้าวทันการเปลี่ยนแปลงในยุค

โลกาภิวัตน์ ที่จะกล่าวอ้างถึงความจริงเชิงตรรกะ เรายึดที่ตรงการใช้คำพูดเพื่อ เรามีความเข้าใจ ผิดเกี่ยวกับตรรกะเกี่ยวกับโลกมาก ที่เรามุ่งหวังที่จะแสดงความเหนือกว่าโดยธรรมชาติของความเข้าใจผิดตรรกะมาก ดังสืบตัวอย่างที่ส่วนใหญ่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ดังนี้

1. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับการใส่ผิดค่า ผิดที่ ผิดตำแหน่ง เด็กไม่รู้ว่า แต่ละจำนวนควรจะอยู่ตำแหน่งไหน

2. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเศษส่วน 1 หาด้วย $\frac{1}{2}$ ตอบอย่างทันทีว่า

เป็น $\frac{1}{2}$ ผิด คำตอบที่ถูกคือ 2 1 หาด้วย 2 ได้ เป็น $\frac{1}{2}$ เพราะว่าจำนวนเต็มหาด้วยเศษส่วนจะ

ได้เศษส่วนเสมอ แต่เมื่อคูณหาร โดย $\frac{1}{2}$, ตัวหารเป็น $\frac{1}{2}$ มีค่าน้อยกว่า 1 และ $\frac{1}{2}$ มีค่าน้อยกว่า 2

การทำคำตอบ 4 ครั้งเป็นใหญ่ หรือการประยุกต์ใช้วิธีอื่น โดยการหาร 1 โดย $\frac{1}{2}$ หมายถึงการตัด

จำนวนหลัก (1 ในกรณีนี้) ออกเป็น 2 ส่วนครึ่งหนึ่งซึ่งเป็น 2 ทั้งหมด ตอนนี้อยู่ที่หาด้วย $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$

ก็ยังคงไม่ $\frac{1}{2}$ เพราะตอนนี้อยู่แบ่งครึ่งออกเป็น 4 ส่วน

3. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความน่าจะเป็นของการแบ่งส่วนของ

วงกลมหมุนจากจุดศูนย์กลางที่แบ่งออกเป็นสามส่วน ครึ่งหนึ่งของวงกลมเป็นสีแดงอีกครั้งหนึ่ง แบ่งออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กันคือสีน้ำเงินและ สีเขียว ในการหมุนหนึ่งครั้งความน่าจะเป็นที่จะ ได้สีน้ำเงินเป็นเท่าไร คนส่วนมากจะตอบทันทีว่า $\frac{1}{3}$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ผิด เรากล่าวว่าครึ่งวงกลม

เป็นสีแดงอีกครั้งหนึ่งแบ่งออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน ที่ทำให้แต่ละส่วนเหล่านั้น $\frac{1}{4}$ ของ

วงกลมทั้งหมด ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะ ได้สีน้ำเงิน เป็น $\frac{1}{4}$

4. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความน่าจะเป็น ของการหยิบไพ่ ในการสุ่ม

ใน 1 สำหรับให้หาความน่าจะเป็นของวาเคเฮหรือหัวใจเป็นอย่างใด สาเหตุที่คิดผิด คือ มีสี่เอซ และ 13 หัวใจ 4 และ 13 เป็น 17 ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ในการหยิบไพ่ 52 ใบเท่ากับ $\frac{17}{52}$ จึงผิด

ความจริงคือมี 4 เขาก็ยังเป็นจริงที่มี 13 หัวใจและมันเป็นความจริงที่แน่นอนของพวกเขาคือ

ผลรวม 17 ซึ่งผิดเพราะ คุณนับแต้มของหัวใจสองครั้ง คำตอบที่ถูกต้องคือ $\frac{16}{52}$

5. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์ แนวคิดของทฤษฎีพีทาโกรัสที่มีชื่อเสียง คนส่วนใหญ่คิดว่าพีทาโกรัสมัน : $a^2 + b^2 = c^2$ ผิดนี้จะสามารถเป็นจริงหากเส้นแขนงของสามเหลี่ยมมุมฉากจะแทนด้วย B และ C ตามลำดับและคิดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก แต่ถ้าตัวอักษรเหล่านั้นจะหันไปรอบ ๆ เพื่อที่หนึ่งของเส้นแขนงจะแสดงเป็น C แล้วสูตรจะไม่ใช่จริง ใต้เพียงผลรวมของกำลังสองของความยาวของขาจะเท่ากับกำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

6. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์มาใกล้เคียงกับค่าของพายเมื่อใดก็ตามที่มีคนถามค่าของพายจะเข้าใจทันทีว่าพายเป็นค่าเป็น, 3.14, ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ผิด! ค่าของพายจะถูกกำหนดโดยการเปรียบเทียบขอบเขตที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง ดังนั้น เท่ากับ $\frac{c}{d}$ การวัดที่แม่นยำยิ่งขึ้นถ้าเป็นที่ถูกต้องมากขึ้น

7. ความเข้าใจผิดเกี่ยวกับเรื่องรูปเรขาคณิต

8. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันเช่น

$\frac{1}{3}$ ของบวก $\frac{1}{3}$ เด็กจะตอบ $\frac{1}{5}$ ผิด!

9. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรื่องจำนวนจินตภาพ เช่น รากที่สองของ -1 เด็กจะตอบ -1 ซึ่งผิด! คำตอบ : รากที่สองของ -1 เป็นจินตภาพ

10. ความเข้าใจผิดวิธีการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเลขอนุกรม เช่นการหาผลบวกตั้งแต่ 1 ถึง 100 Carl Friedrich Gauss, เขาหาผลรวมมาถึงที่จำนวน 5,050 ซึ่งเป็นผลรวมของลำดับหรือผลรวม = จำนวนครั้ง (ครั้งแรก + ล่าสุด) หารด้วย 2 หรือ $S = N(F + L) / 2$, ครูที่น่าแปลกใจของเขาให้การปฏิเสธ

ประเด็นข้อผิดพลาดของการบวก

ในการบวกจำนวน มีรูปแบบของข้อผิดพลาด และแนวคิดในการให้คำแนะนำและช่วยเหลือนักเรียน ดังนี้

ข้อผิดพลาดของรูปแบบ

ตัวอย่างที่ 1 เกี่ยวกับการบวก

โจทย์กำหนดให้ มีลูกก้อยอยู่ 7 ชิ้นวางอยู่บนจาน แม่ให้มาอีก 8 ชิ้น รวมมี ลูกก้อยอยู่บนจานทั้งหมดกี่ชิ้น

แนวการหาคำตอบของเด็กชาย นนท์ จากโจทย์กำหนดให้ในข้อ ก และการหาคำตอบซึ่งใช้วิธีเดียวกันในข้อ ข ข้อ ค และข้อ ง เป็นดังนี้

$$\text{ก. } 7 + 8 = 14$$

$$\text{ข. } 7 + 6 = 12$$

$$\text{ค. } 8 + 6 = 13$$

$$\text{ง. } 8 + 5 = 12$$

การวิเคราะห์หาแบบรูปของความคลาดเคลื่อน

จากการหาคำตอบของเด็กชาย นนท์ นำมาซึ่งการวิเคราะห์ว่า นนท์มีวิธีการคิดอย่างไร โดยการสัมภาษณ์เพื่อนำมาทำการวิเคราะห์ข้อผิดพลาด

ในการสัมภาษณ์ของครู นนท์บอกครูว่าเขาใช้นิ้วมือในการคำนวณหาคำตอบ ดังนั้นครูจึงให้เขาลองบวกเลขจำนวนหนึ่ง แล้วกล่าวว่า “เด็กจำนวนมากใช้นิ้วมือในการคำนวณ หนูช่วยบวกเลข โดยการใช้นิ้วมือให้ครูดูหน่อย” ครูจึงพบว่าเด็กชาย นนท์ นับนิ้วมือเพื่อบวกจำนวนเลข แต่เมื่อรักษาตินับนิ้วมือจำนวนบวกตัวที่หนึ่งเสร็จแล้วเขากลับใช้นิ้วสุดท้ายที่นับ ไปแล้วมานับเป็นจำนวนบวกตัวที่สองนั่นเอง

แนวทางแก้ไข

เราสามารถช่วยเด็กชาย นนท์ ให้บวกจำนวน ได้ดังนี้

1. การสร้างเซตของจำนวน ให้นักเรียนกำหนดเซตของจำนวนที่ต้องบวกทั้งจำนวนหนึ่งและสอง แล้วให้นักเรียนดูเซตของจำนวนทั้งสองเมื่อได้จำนวน 10 ก็ให้วงกลมเอาไว้ จากนั้นก็นับรวมจำนวนทั้งหมดเพื่อหาคำตอบ
2. การตั้งเซตจำนวนใหม่ โดยอธิบายให้นักเรียนฟังว่าการนับนิ้วมือจำนวนบวกทั้งสองครั้งนั้น ไม่สามารถสร้างเป็นเซตของจำนวนได้ ดังนั้นสำหรับจำนวนที่นำมาบวกตัวที่สอง ให้นักเรียนตั้งเซตของจำนวนขึ้นมาใหม่
3. การนับจำนวนเซตของสิ่งของกับนิ้วมือ โดยวางจำนวนสิ่งของไว้เป็นแถวบนโต๊ะ แล้วให้นักเรียนนับจำนวนของตัวบวกตัวที่หนึ่ง จากนั้นก็ให้นักเรียนนับเซตของจำนวนบวกตัวที่สอง (เมื่อนับจำนวนบวกที่หนึ่งเสร็จแล้วให้บันทึกไว้ ส่วนสิ่งของขึ้นถัดไปให้ตั้งเป็นเซตจำนวนใหม่) เมื่อนับเสร็จแล้วให้รวมจำนวนทั้งสองด้วยการนับ ใช้วิธีนี้ในการบวกเลขจำนวน แต่อาจให้นักเรียนใช้นิ้วมือของพวกเขามาตั้งเป็นเซต

ตัวอย่างเกี่ยวกับการลบ

แนวการหาคำตอบของเด็กหญิงแพรว

$$\begin{array}{r} \text{ก.} \quad 32 \\ - 16 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{ข.} \quad 245 \\ - 137 \\ \hline 112 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{ค.} \quad 458 \\ - 372 \\ \hline 126 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{ง.} \quad 241 \\ - 96 \\ \hline 255 \end{array}$$

การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

การหาคำตอบของเด็กหญิงแพรว พบข้อผิดพลาด ครูได้สัมภาษณ์วิธีการคิดของเด็กหญิงแพรว จากการสัมภาษณ์เป็นดังนี้ ข้อผิดพลาดของการลบเลขรูปแบบนี้ จะเห็นได้ว่าแพรวเข้าใจในเรื่องของค่าของตำแหน่งได้เป็นอย่างดี (หลักหน่วย, หลักสิบ, ...) แต่ข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นนั้นดังในตัวอย่าง ข้อ ก เธอจะไม่คำนึงถึงค่าของ 458 และ 372 แต่เธอจะคำนึงถึงแค่ 8 กับ 2, 5 กับ 7, และ 4 กับ 3 เท่านั้น ซึ่งในความเป็นจริง แพรวไม่เข้าใจการลบเลขในเรื่องเลขที่อยู่ข้างบน(เลขตัวตั้ง) เปรียบเหมือนกับเซตของจำนวน ส่วนเลขตัวล่าง (เลขที่นำมาลบ) เปรียบเหมือนเซตของจำนวนที่อยู่ในเซตของตัวบนอีกทีหนึ่ง ดังนั้นเมื่อแพรวทำการลบเลขเธออาจคิดว่าในแต่ละหลักเลขตัวไหนมีค่ามากกว่าให้ถือเป็นตัวตั้ง ส่วนเลขที่มีค่าน้อยกว่าให้ถือเป็นตัวลบนั่นเอง หรือไม่ก็เธออาจคิดว่าเป็นการเปรียบเทียบค่าต่างกันของตัวเลขในแต่ละแถวแค่นั้นเอง ยกตัวอย่างเช่นในโจทย์ข้อ ง แพรว อาจคิดว่า “1 กับ 6 มีค่าต่างเท่ากับ 5” ซึ่งเธอใช้กระบวนการคิดแบบนี้ในการลบเลขทั้งในหลักหน่วยและหลักร้อย อาจจะเป็นได้ว่าแพรวคิดว่าการลบสามารถสลับที่กันได้โดยค่าของผลลัพธ์จะคงเดิมเช่นเดียวกับการบวกเลขนั่นเอง

แต่ในคำตอบจากตัวอย่าง ข้อ ก นั้นถูกต้อง ซึ่งตัวอย่างนี้เป็นการลบเลขจำนวนน้อยกว่าตัวอย่างอื่นมาก ซึ่งอาจเป็นไปได้ว่าเธอใช้วิธีการนับจาก 16 ไปยัง 32 หรือไม่ก็เธออาจคิดจาก

ว่า 32 คือ “20 บวกกับ 12” พอนำมาลบเธอก็เอากระบวนการคิดมาประยุกต์ใช้ แต่ว่าวิธีการนี้เธอสามารถทำได้แต่ในการลบเลขที่จำนวนไม่มากนัก สำหรับเลขจำนวนมากแพรวไม่สามารถนำวิธีการที่ได้อธิบายข้างต้นมาใช้ได้

เวลาที่แพรวอยู่ที่บ้านหรือโรงเรียนเธอจะจำกฎการลบเลขได้หรือไม่ บางทีเธออาจจะจำได้แค่ว่า “การลบจะต้องลบเลขที่น้อยกว่าออกจากเลขที่ใหญ่กว่า” หรือไม่ก็ “ลบได้ในแถวใครแถวมันเท่านั้น”

ถ้าคุณเป็นครูของแพรว คุณจำเป็นต้องหาสาเหตุโดยการสัมภาษณ์เธอและให้เธอแสดงวิธีการคิดของเธอออกมาให้คุณในลักษณะที่คล้ายกับตัวอย่างที่ได้ทำไปแล้ว คุณคิดว่าเธอมีข้อผิดพลาดในกระบวนการคิดกับเลขที่มีจำนวนมากๆ ใช่หรือไม่ คำตอบของแพรวยังคงเกิดจากกระบวนการคิด และเหตุผลในรูปแบบของเธอเองใช่หรือไม่

เรามีวิธีช่วย “แพรว” อย่างไร

คุณจะช่วยแพรวแก้ไขข้อผิดพลาดได้อย่างไร คุณมีความคิดตรงกับคำแนะนำด้านล่างนี้บ้างหรือไม่

1. การใช้มัดไม้ที่มีค่าเท่ากับ 100, 10 และไม้แท่งเดี่ยว ให้นักเรียนกำหนดจำนวนเลขที่ใช้ตั้งในการลบด้วยกันจากแท่งหรือมัดไม้ จากนั้นครูบอกจำนวนตัวเลขที่น้อยกว่า แล้วให้นักเรียนหยิบแท่งไม้ออกจากจำนวนที่ตั้งเอาไว้ ซึ่งวิธีการนี้จะเน้นให้นักเรียนเข้าใจถึงการเอาออกไม่ใช่การเปรียบเทียบ การฝึกครูควรจะช่วยนักเรียนในการเอาไม้ออกจากหลักหน่วยก่อน จากนั้นก็ไปหลักสิบตามลำดับ เป็นต้น
2. ใช้การเรียนรู้ร่วมกันเพื่อช่วยในเรื่องการซึม สำหรับแพรวและนักเรียนคนอื่นๆ ที่มีปัญหาในลักษณะนี้ การร่วมกันเรียนจะสามารถช่วยพวกเขาเกี่ยวกับการซึมเลขจากจำนวนตั้งได้ และสามารถแก้ปัญหาโจทย์การลบเลขได้ อีกวิธีการหนึ่งที่จะช่วยได้คือ การมีโจทย์ปัญหาหลายๆ โจทย์แล้วให้นักเรียนเลือกแผ่นป้ายว่าป้ายไหนเป็นอีกลักษณะหนึ่งของโจทย์เลขนั้น และอันไหนที่ไม่ใช่หรือต่างกัน โดยสิ้นเชิง ส่วนแผ่นป้ายที่สองควรจะให้เด็กนักเรียนได้พิจารณาแผ่นป้ายที่มีลักษณะการเขียนโจทย์ต่างๆ กันแล้วให้นักเรียนเลือกป้ายที่ใช้ในการลบเลขหรือป้ายที่นำมาใช้เป็นตัวตั้ง โดยการถามนักเรียนว่า “แผ่นป้ายไหนที่เราจะสามารถนำไปลบเพื่อหาคำตอบได้”

3. การใช้ Ten Box

4. การใช้กระดานแสดงค่าของตำแหน่ง

ขั้นตอนการคำนวณที่นักเรียนควรปฏิบัติ คือ

1. ให้เริ่มจากการคำนวณด้วยการบวกและการลบเลขก่อน
2. ให้คำนวณเลข 2 หลัก และ 3 หลักก่อน

สรุปได้ว่าการช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ว่าเวลาไหนควรตอบแบบประมาณค่าและเวลาไหนควรตอบเป็นคำตอบตรงเป็นเรื่องสำคัญ รวมทั้งการส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักเลือกวิธีที่ใช้ในการบวกและการลบที่เหมาะสม ซึ่งในหลายๆครั้งกระบวนการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดดูเหมือนจะเป็นกระบวนการใช้แค่กระดาษกับดินสอเท่านั้นเอง

ในการที่คุณให้นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการบวกและการลบนั้นควรจะทำให้ความคิดรวบยอดในกฎต่างๆของการบวกลบเลข พร้อมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนเป็นผู้รู้จักถาม เช่น “แบบนี้เป็นไปได้หรือไม่” เป็นต้น รวมทั้งชี้ให้เห็นถึงความสำคัญของการประมาณค่า และฝึกให้นักเรียนสามารถคำนวณเลขได้เป็นอัตโนมัติ

อีกทั้งในระหว่างการสอน คุณจะต้องแน่ใจว่านักเรียนของคุณสามารถทำได้หรือไม่ รู้จักให้เด็กนักเรียนจดบันทึกความก้าวหน้าในการคำนวณเลขของตนเอง รวมทั้งอาจบันทึกขั้นตอนย่อยต่างๆถ้าจำเป็นด้วยก็ได้ เพื่อที่นักเรียนจะเกิดความชำนาญจากกระบวนการต่างๆที่ตนได้ฝึกจากนั้นในการทำกิจกรรมต่างๆของนักเรียน คุณจะต้องสังเกตการพัฒนากระบวนการคิดจากการปฏิบัติและผลที่ได้จากงานของนักเรียนอีกด้วย

ข้อเสนอแนะ

1. ก่อนที่นักเรียนจะได้เรียนกระบวนการบวกและลบนั้น จำเป็นหรือไม่ที่นักเรียนจะต้องเข้าใจในเรื่องค่าของตำแหน่งและตำแหน่งของค่าต่างๆในเลขจำนวนหลายๆหลักก่อน และทำไมจึงเป็นเช่นนั้น
2. คุณจะทำอะไรถ้ามีนักเรียนแค่บางส่วนที่เข้าใจในเรื่องค่าของตำแหน่งตัวเลข
3. รูปแบบข้อผิดพลาดของการบวกและการลบนั้นเป็นส่วนหนึ่งที่เกิดจากความเข้าใจผิดในเรื่องของหลักการและกฎของกระบวนการคำนวณ และด้วยสาเหตุนี้จะส่งผลให้เกิดปัญหาต่อการคำนวณในระดับที่ยากต่อไป
4. เมื่อพบนักเรียนที่มีข้อผิดพลาดในการคำนวณดังลักษณะที่กล่าวมาในบทนี้ ให้คุณเลือกเอาวิธีการแก้ไขที่เหมาะสมกับนักเรียนไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนได้

ดังนั้นการวิเคราะห์ห้มีทัศนคติที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด หมายถึง การแยกแยะสิ่งที่จะพิจารณาออกเป็นส่วนย่อยที่มีความสัมพันธ์กัน เพื่อทำความเข้าใจแต่ละส่วนให้แจ่มแจ้ง รวมทั้งการสืบค้นความสัมพันธ์ของส่วนต่าง ๆ เพื่อดูว่าส่วนประกอบปลีกย่อยนั้นสามารถเข้ากันได้หรือไม่ สัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันอย่างไร ซึ่งจะช่วยให้เกิดความเข้าใจต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใดอย่างแท้จริง

ความรู้พื้นฐานเรื่องการบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนนับ

การบวกและการลบจำนวนนับ

การเรียนรู้เรื่องการบวกและการลบจำนวนนับ ควรคำนึงถึงลำดับขั้นของการเรียนรู้ (Learning Hierarchy) เพื่อช่วยให้การเรียนรู้ของนักเรียนมีความต่อเนื่องกัน ไม่เกิดความสับสน ดังนั้นก่อนการเรียนรู้ เรื่องการบวกและการลบจำนวนนับ นักเรียนควรมีความรู้ความเข้าใจในเรื่อง จำนวน ตัวเลขระบบเลขฐานสิบ เลขโดด จำนวนนับ หลักและค่าประจำหลัก การเขียนจำนวนนับในรูปกระจายการเปรียบเทียบและการเรียงลำดับจำนวน

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอดเรื่องการบวก การลบจำนวนนับ

1. การบวกเป็นการนับรวมจำนวนสิ่งต่าง ๆ ตั้งแต่สองกลุ่มขึ้นไป
2. จำนวนใดบวกกับศูนย์ได้ผลบวกเท่ากับจำนวนนั้น
3. การหาผลบวกของจำนวนตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป ให้นำจำนวนที่อยู่ในหลักเดียวกันมาบวกกัน ถ้าผลบวกของจำนวนในหลักใดครบสิบให้ทดจำนวนที่ครบสิบไปรวมกับจำนวนที่อยู่หลักถัดไปทางซ้าย
4. จำนวนสองจำนวนที่นำมาบวกกัน สามารถสลับที่กันได้โดยที่ผลบวกยังคงเท่าเดิม สมบัตินี้เรียกว่า สมบัติการสลับที่ของการบวก
5. การลบเป็นการนำจำนวนหนึ่งออกจากอีกจำนวนหนึ่งแล้วหาจำนวนที่เหลือ หรือเป็นการเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนว่าต่างกันเท่าใด
6. จำนวนใดลบด้วยศูนย์ได้ผลลบเท่ากับจำนวนนั้น
7. การหาผลลบของจำนวนสองจำนวน ให้นำจำนวนที่อยู่หลักเดียวกันของตัวตั้งลบด้วยจำนวนของตัวลบ ถ้าจำนวนในหลักใดของตัวตั้งน้อยกว่าจำนวนในหลักนั้นของตัวลบต้องกระจายตัวตั้งจากหลักที่อยู่ถัดไปทางซ้ายมารวมกับจำนวนในหลักนั้น
8. การลบมีความสัมพันธ์กับการบวกกล่าวคือ ผลลบของจำนวนสองจำนวนใด ๆ เมื่อบวกกับตัวลบจะเท่ากับตัวตั้ง

ความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการบวก การลบจำนวนนับ

1. นักเรียนมักเข้าใจผิดเมื่อใช้วิธีการนับต่อ เช่น $4 + 3$ นักเรียนอาจนับต่อเป็น สี่ ห้า หก ดังนั้นจะได้ $4 + 3 = 6$ (ซึ่งไม่ถูกต้อง) หรืออาจจะนับต่อว่า ห้า หก เจ็ด แต่เมื่อตอบมักนับเพิ่มต่อไปอีกหนึ่งคือ $4 + 3 = 8$ (ซึ่งไม่ถูกต้อง)

2. นักเรียนมักเข้าใจผิดเมื่อใช้วิธีการนับลด เช่น $9 - 4$ นักเรียนอาจนับลดเป็น เก้า แปด เจ็ด ทดคั้งนั้นจะได้ $9 - 4 = 6$ (ซึ่งไม่ถูกต้อง) หรือนักเรียนอาจจะนับลดเป็น แปด เจ็ด หก ห้า แต่เมื่อตอบมักนับลดต่อไปอีกหนึ่งคือ $9 - 4 = 4$ (ซึ่งไม่ถูกต้อง)

3. นักเรียนไม่เข้าใจการทด เช่น

45

+

38

713

$5 + 8 = 13$

$4 + 3 = 7$

346

+

181

427

$6 + 1 = 7$

$4 + 8 = 12$ (เขียนเฉพาะ 2)

$3 + 1 = 4$

4. นักเรียนใช้เลขโดดที่มีค่ามากกว่าเป็นตัวตั้ง

56

-

4913

$9 - 6 = 3$

$5 - 4 = 1$

5. นักเรียนไม่เข้าใจการลบที่มีการกระจาย

321

- 435

-

31817

$15 - 8 = 7$

$2 - 1 = 1$

$3 - 3 = 0$

435

-

318127

$15 - 8 = 7$

$3 - 1 = 2$

$4 - 3 = 1$

6. เมื่อมีการบวกหรือการลบด้วย "0" นักเรียนบางคนจะตอบ "0"

204

+

152306

$4 + 2 = 6 -$

$0 + 5 = 0$

$2 + 1 = 3$

4605

-

15923103

$5 - 2 = 3$

$0 - 9 = 0$

$6 - 5 = 1$

$4 - 1 = 3$

สรุปความหมายของการบวกและการหาผลบวก

ความหมายของการบวก

การบวกเป็นการนับรวมจำนวนสิ่งต่าง ๆ ตั้งแต่สองกลุ่มขึ้นไป โดยใช้วิธีต่าง ๆ ดังนี้

1. การนับสิ่งของรวมกันใช้วิธีนับต่อ ใช้วิธีนับต่อโดยให้นับของจริงประกอบหลาย ๆ ตัวอย่างและให้เริ่มต้นนับต่อทั้งจากจำนวนที่มากหรือจำนวนที่น้อย จนกว่านักเรียนจะค้นพบได้ว่า “การบวกโดยใช้การนับต่อนั้นเพื่อความรวดเร็วจะใช้วิธีการนับต่อจากจำนวนที่มากกว่า”

2. การบวกจำนวนสองจำนวนที่มีผลบวกไม่เกิน 9

เมื่อฝึกการนับสิ่งของรวมกันโดยที่มีผลรวมไม่เกิน 9 แล้ว ครูเริ่มสอนนักเรียนให้เชื่อมโยงความเข้าใจกับสัญลักษณ์โดยต้องแนะนำนักเรียน ดังนี้

1. คำว่า “รวมกัน” เขียนแทนได้ด้วยเครื่องหมาย “+” อ่านว่า “บวก”
2. คำว่า “เท่ากับ” เขียนแทนได้ด้วยเครื่องหมาย “=” อ่านว่า “เท่ากับ”
3. จำนวนที่เป็นคำตอบจากการบวก เรียกว่า “ผลบวก”

สรุปการหาผลบวกจำนวนสองจำนวนที่มีผลบวกไม่เกิน 9

1. ผลบวกใด ๆ อาจเกิดจากจำนวนแต่ละคู่ที่แตกต่างกันมาบวกกัน เช่น 9 อาจเกิดจาก $0+9$ $9+0$ $1+8$ $8+1$ $2+7$ $7+2$ $3+6$ $6+3$ $4+5$ หรือ $5+4$ เป็นต้น

2. การบวกจำนวนสองจำนวนเมื่อสลับที่กันผลบวกยังคงเท่ากัน เช่น $0+4=4+0=4$ หรือ $2+6=6+2=8$ หรือ $3+2=2+3=5$ เป็นต้น

3. สมบัติของศูนย์

“ศูนย์บวกกับศูนย์จะได้ศูนย์” เช่น $0+0=0$

“จำนวนใดบวกกับศูนย์จะได้ผลบวกเท่ากับจำนวนนั้น” เช่น $6+0=6$

“ศูนย์บวกกับจำนวนใดก็ได้ผลบวกเท่ากับจำนวนนั้น” เช่น $0+8=8$

3. การบวกจำนวนที่มีผลลัพธ์ไม่เกิน 20, 100, 1,000, 10,000, 100,000

สรุป การหาผลบวกของจำนวนตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป ให้นำจำนวนที่อยู่ในหลักเดียวกันมาบวกกันถ้าผลบวกของจำนวนในหลักใดครบสิบให้ทดจำนวนที่ครบสิบไปรวมกับจำนวนที่อยู่หลักถัดไปทางซ้าย

ความหมายของการลบ

การลบเป็นการนำจำนวนหนึ่งออกจากอีกจำนวนหนึ่งแล้วหาจำนวนที่เหลือ การลบเป็นการเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนว่าต่างกันเท่าใด สรุปความหมายได้ว่า การลบเป็นการนำจำนวนหนึ่งออกจากอีกจำนวนหนึ่งแล้วหาจำนวนที่เหลือหรือเป็นการเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนว่าต่างกันเท่า

การหาผลลบ การสอนการลบ โดยเริ่มต้นสอนการลบอาจใช้การนับลดควรวใช้สื่อของจริงประกอบในการนับลดให้ผู้พร้อมกับแนะนำนักเรียนดังต่อไปนี้

1. การลบเป็นการนำจำนวนหนึ่งออกจากจำนวนหนึ่ง จำนวนที่เหลือเรียกว่า “ผลลบ”
2. คำว่า “เอาออก” เขียนแทนด้วยเครื่องหมาย “-” อ่านว่า “ลบ”
3. คำว่า “เหลือ” เขียนแทนด้วยเครื่องหมาย “=” อ่านว่า “เท่ากับ”
4. ตัวตั้ง ลบด้วย ตัวลบ เท่ากับ ผลลบ

จำนวนแรกเป็น ตัวตั้ง

จำนวนหลังเป็น ตัวลบ

คำตอบที่ได้เป็น ผลลบ ดังนี้ ตัวตั้ง - ตัวลบ = ผลลบ

การสอนลบ

1. การลบจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีหนึ่งหลัก

ให้เริ่มต้นด้วยการฝึกให้นักเรียนหาผลลบของจำนวนสองจำนวนที่มีตัวตั้งไม่เกิน 10 โดยอาจใช้ของจริงหรือภาพประกอบ เช่น $10 - 1 = 9$, $10 - 2 = 8$, $10 - 3 = 7$, $10 - 4 = 6$, $10 - 6 = 4$, $10 - 7 = 3$, $10 - 8 = 2$, $10 - 9 = 1$ และ $10 - 0 = 10$ เมื่อนักเรียนสามารถหาผลลบของจำนวนสองจำนวนที่มีตัวตั้งเป็น 10 ได้อย่างคล่องแคล่วแล้ว ต่อจากนั้นจึงเริ่มสอนการลบจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีหนึ่งหลัก ซึ่งอาจสอนวิธีคิดดังนี้ คือ

วิธีที่ 1 ใช้วิธีนับลด เช่น $17 - 6$ ก็นับลดจาก 17 เป็น 16, 15, 14, 13, 12, 11

ดังนั้น $17 - 6 = 11$

วิธีที่ 2 อาจกระจายจำนวนที่มากกว่า 10 ก่อนแล้วจึงลบ ดังตัวอย่างเช่น $13 - 8$

2. การลบจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลัก (ไม่มีการกระจายจากหลักสิบไปหลักหน่วย) เช่น $25 - 13 = \square$

3. การลบจำนวนที่มีตัวตั้งไม่เกิน 100 และมีการกระจาย เช่น $45 - 27 = \square$

สรุป การหาผลลบของจำนวนสองจำนวน ให้นำจำนวนที่อยู่หลักเดียวกันของตัวตั้งลบด้วยจำนวนของตัวลบ ถ้าจำนวนในหลักใดของตัวตั้งน้อยกว่าจำนวนในหลักนั้นของตัวลบ ต้องกระจายตัวตั้งจากหลักที่อยู่ถัดไปทางซ้ายมารวมกับจำนวนในหลักนั้น

การลบจำนวนที่มีตัวตั้งไม่เกิน 1,000 และการลบจำนวนที่มีตัวตั้งไม่เกิน 100,000

ใช้วิธีการเดียวกันกับการลบจำนวนที่มีตัวตั้งไม่เกิน 100

โจทย์ปัญหาการบวกและโจทย์ปัญหาการลบ

ขั้นตอนการสอนการแก้โจทย์ปัญหา ดังนี้

ขั้นที่ 1 : วิเคราะห์โจทย์ปัญหาโดยใช้สื่อของจริงเพื่อสร้างความเข้าใจ

ขั้นที่ 2 : หาแนวทางแก้โจทย์ปัญหาแล้วเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์

ขั้นที่ 3 : หาคำตอบ และตรวจสอบคำตอบ

ขั้นที่ 1 ฝึกให้นักเรียนทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา โดยอาจใช้สื่อของจริงเพื่อสร้างความเข้าใจสำหรับเด็กเล็ก หรือนักเรียนอาจอ่านโจทย์เองเพื่อทำความเข้าใจแล้วตอบคำถามให้ได้ว่า “ เป็นโจทย์เกี่ยวกับเรื่องอะไร ” “ โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง ” “ โจทย์ต้องการให้หาอะไร ”

ขั้นที่ 2 ฝึกการวางแผนหรือหาแนวทางแก้โจทย์ปัญหา โดยอาจใช้สื่อของจริง วิธีเขียนแผนภาพ เขียนตาราง หรือเปลี่ยนจำนวนให้น้อยลง เป็นต้น เพื่อให้มองเห็นแนวทางว่าจะหาคำตอบได้อย่างไร จะใช้วิธีบวกหรือวิธีลบ ต่อจากนั้นนำมาเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์

ขั้นที่ 3 หาคำตอบและตรวจสอบคำตอบ ถ้ายังไม่ถูกต้องผู้สอนควรวิเคราะห์ว่านักเรียนผิดพลาดหรือไม่เข้าใจขั้นตอนใดแล้วฝึกซ้ำขั้นตอนนั้น ๆ ใหม่ซึ่งอาจต้องไปเริ่มต้นตั้งแต่ขั้นที่ 1

สาระสำคัญ / ความคิดรวบยอด ของการคูณ การหารจำนวนนับ

ก่อนเรียนเรื่องการคูณควรมีความรู้ความเข้าใจในเรื่องจำนวนนับ และการบวก

ก่อนเรียนเรื่องการหารควรมีความรู้ความเข้าใจในเรื่องจำนวนนับ การบวก การลบ การคูณ

1. การบวกจำนวนที่เท่ากันหลายจำนวน เขียนแสดงได้ด้วยการคูณ

2. จำนวนที่ได้จากการคูณเรียกว่า ผลคูณ

3. จำนวนใดคูณกับ 1 จะได้ผลคูณเท่ากับจำนวนนั้น และจำนวนใดคูณกับ 0 จะได้ผลคูณเท่ากับ 0

4. การคูณจำนวนที่มีหนึ่งหลักกับจำนวนที่มีหลายหลัก ควรคูณจำนวนในหลักหน่วยก่อน แล้วจึงคูณจำนวนในหลักถัดไปทางซ้ายตามลำดับ

5. การคูณจำนวนที่มีหนึ่งหลักกับจำนวนที่มีหลายหลัก อาจอาศัยการกระจายจำนวนที่มีหลายหลักตามค่าประจำหลัก แล้วนำไปคูณกับจำนวนที่มีหนึ่งหลัก จากนั้นจึงนำผลคูณของจำนวนในแต่ละหลักมาบวกกัน

6. การคูณจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลัก อาจอาศัยการกระจายจำนวนหนึ่งตามค่าประจำหลักแล้วนำจำนวนในแต่ละหลักไปคูณกับอีกจำนวนหนึ่ง จากนั้นจึงนำผลคูณของจำนวนในแต่ละหลักมาบวกกัน

7. การคูณจำนวนที่มีหลายหลักสองจำนวน อาจอาศัยการกระจายจำนวนหนึ่งตามค่าประจำหลักแล้วนำจำนวนในแต่ละหลักไปคูณกับอีกจำนวนหนึ่ง จากนั้นจึงนำผลคูณที่ได้มาบวกกัน

8. จำนวนสองจำนวนที่นำมาคูณกัน สามารถสลับที่กันได้โดยที่ผลคูณยังคงเท่าเดิม สมบัตินี้เรียกว่า สมบัติการสลับที่ของการคูณ

9. จำนวนสามจำนวนที่นำมาคูณกัน จะคูณจำนวนที่หนึ่งกับจำนวนที่สอง หรือคูณจำนวนที่สองกับจำนวนที่สามก่อน แล้วจึงคูณกับจำนวนที่เหลือ ผลคูณย่อมเท่ากัน สมบัตินี้เรียกว่า สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ

10. การคูณจำนวนที่หนึ่งกับผลบวกของจำนวนที่สองและจำนวนที่สาม จะได้ผลลัพธ์เท่ากับผลคูณของจำนวนที่หนึ่งกับจำนวนที่สอง บวกกับผลคูณของจำนวนที่หนึ่งและจำนวนที่สาม สมบัตินี้เรียกว่า สมบัติการแจกแจง

11. การแบ่งของจำนวนหนึ่งออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละเท่า ๆ กันมี 2 ลักษณะ คือ

11.1 แบ่งโดยกำหนดจำนวนของที่เท่ากันในแต่ละกลุ่ม เพื่อหาจำนวนกลุ่ม

11.2 แบ่งโดยกำหนดจำนวนกลุ่มเพื่อหาจำนวนของที่เท่า ๆ กันในแต่ละกลุ่ม

12. การแบ่งของจำนวนหนึ่งออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละเท่า ๆ กัน เพื่อหาจำนวนกลุ่ม หรือจำนวนของที่เท่า ๆ กันในแต่ละกลุ่ม อาจอาศัยการลบออกครั้งละเท่า ๆ กัน เขียนแสดงได้ด้วยการหารจำนวนสองจำนวน จำนวนของทั้งหมดที่นำมาแบ่ง เรียกว่า ตัวตั้ง จำนวนกลุ่มที่มีของเท่า ๆ กัน เรียกว่า ตัวหาร จำนวนที่ได้จากการหารจำนวนสองจำนวน เรียกว่า ผลหาร

13. การหาร โดยการลบตัวตั้งด้วยตัวหารซ้ำ ๆ กัน จนกระทั่งได้ผลลบเป็นศูนย์เป็นการหารลงตัว

14. การหาร โดยการลบตัวตั้งด้วยตัวหารซ้ำ ๆ กัน จนกระทั่งได้ผลลบน้อยกว่าตัวหาร และมากกว่าศูนย์เป็นการหาร ไม่ลงตัวหรือ การหารเหลือเศษผลลบน้อยกว่าตัวหาร เรียกว่า เศษ

15. การคูณมีความสัมพันธ์กับการหาร กล่าวคือ ผลคูณของจำนวนสองจำนวนใด ๆ เมื่อหารด้วยจำนวนใดจำนวนหนึ่งของสองจำนวนนั้น จะได้ผลลัพธ์เท่ากับจำนวนที่เหลือ

16. การหารลงตัว ตัวตั้ง ตัวหาร และผลหารมีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$\text{ตัวตั้ง} = \text{ตัวหาร} \times \text{ผลหาร}$$

17. การหาร ไม่ลงตัว ตัวตั้ง ตัวหาร และผลหารมีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$\text{ตัวตั้ง} = (\text{ตัวหาร} \times \text{ผลหาร}) + \text{เศษ}$$

ความเข้าใจคลาดเคลื่อน เกี่ยวกับการคูณ การหารจำนวนนับ

1. นักเรียนเข้าใจว่าผลที่ได้จากการคูณจะมากกว่าตัวตั้งและตัวคูณเสมอ ซึ่งอาจจะเป็นอุปสรรคต่อการเกิดความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการคูณจำนวนใด ๆ ด้วย 0 และการคูณจำนวนใด ๆ ด้วย 1

2. เมื่อนักเรียนพบกับสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณ นักเรียนอาจจะใช้วิธีการบวกแทน เช่นในการทำขนมหนึ่งถาดต้องใช้ไข่เป็้ง 3 ถ้วย ถ้าต้องการทำขนม 4 ถาดจะต้องใช้ไข่เป็้งกี่ถ้วยนักเรียนอาจจะเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์และหาคำตอบได้ $3 + 4 = 7$

3. นักเรียนเข้าใจว่า จำนวนใดคูณกับ 0 จะได้ผลคูณเท่ากับจำนวนนั้น เช่น $0 \times 5 = 5$

4. ในการหาผลคูณโดยวิธีการตั้งคูณ เมื่อมีการทด นักเรียนไม่เข้าใจการทด

1		1	
15	15	15	15
×	×	×	×
3	3	3	3
<u>65</u>	<u>315</u>	<u>25</u>	<u>35</u>

5. ในการหาผลคูณจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลัก โดยวิธีการตั้งคูณ นักเรียนวางตำแหน่งของผลคูณในแต่ละหลักไม่ถูกต้อง

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times \\ \hline 12 \\ 26 \\ 13 \\ \hline 39 \end{array}$$

6. นักเรียนไม่สามารถแยกแยะการหารสองลักษณะ (การหารที่กำหนดจำนวนในแต่ละกลุ่มให้เพื่อหาจำนวนกลุ่ม กับการหารที่กำหนดจำนวนกลุ่มให้ เพื่อหาจำนวนในแต่ละกลุ่ม)

7. นักเรียนอ่าน $12 \div 3$ ว่า 12 หาร 3 (ซึ่งหมายถึง $3 \div 12$)

8. นักเรียนเข้าใจว่าจำนวนใด ๆ หารด้วยศูนย์แล้วได้ผลหารเท่ากับ 0 (การหารด้วยศูนย์ไม่มีความหมายในทางคณิตศาสตร์)

9. นักเรียนนำสมบัติการสลับที่มาใช้กับการหาร

10. นักเรียนไม่สามารถนำความสัมพันธ์ระหว่างการคูณกับการหารมาใช้ในการหาคำตอบหรือตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ

11. สถานการณ์การหาร เช่น ลูกอม 8 เม็ด ราคา 5 บาท ถ้ามีเงิน 1 บาท จะได้ลูกอมกี่เม็ดนักเรียนไม่สามารถบอกได้ว่าจะใช้จำนวนอะไรเป็นตัวตั้ง และจำนวนอะไรเป็นตัวหาร

12. การหาผลหารโดยการตั้งหาร เมื่อตัวตั้งมีศูนย์ เช่น $9107 \div 7$ นักเรียนอาจแสดงวิธีทำดังนี้

$$\begin{array}{r}
 131 \\
 7 \overline{)9107} \\
 \underline{7} \\
 21 \\
 \underline{21} \\
 7 \\
 \underline{7} \\
 0
 \end{array}$$

ตอบ ๑๓๑

13. การหาผลหารโดยการตั้งหาร เช่น $918 \div 9$ นักเรียนอาจแสดงวิธีทำดังนี้

$$\begin{array}{r}
 12 \\
 9 \overline{)918} \\
 \underline{9} \\
 018 \\
 \underline{18} \\
 0
 \end{array}$$

ตอบ ๑๒

14. การหารที่เหลือเศษ นักเรียนอาจได้เศษมากกว่าตัวหาร เช่น

$$\begin{array}{r}
 13 \\
 37 \overline{)520} \\
 \underline{37} \\
 150 \\
 \underline{111} \\
 39
 \end{array}$$

ตอบ ๑๓ เศษ ๓๕

15. การหารที่เหลือเศษ นักเรียนอาจนำเศษไปตอบแทนผลหาร เช่น

$$\begin{array}{r} 13 \\ 37 \overline{) 520} \\ \underline{37} \\ 150 \\ \underline{111} \\ 39 \end{array}$$

ตอบ ๑๔ เศษ ๑๓

ความหมายของการคูณ หมายถึง

1. การคูณในแง่ของการบวกซ้ำ ๆ กันของจำนวนที่เท่ากัน หรือการรวมกันของกลุ่มที่เท่ากัน เช่น $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$ หรือ 4 กลุ่มของ 3
มีนักเรียน 3 กลุ่ม กลุ่มละ 5 คน ดังนั้นมีนักเรียน $3 \times 5 = 15$ คน
2. การคูณในแง่ของอัตรา เช่น
 - 2.1 ถ้ารถยนต์แล่นเป็นเวลา 4 ชั่วโมงด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมงแล้วรถยนต์จะแล่นได้ระยะทางทั้งหมด $4 \times 60 = 240$ กิโลเมตร
 - 2.2 ถ้าสมุดราคาเล่มละ 8 บาทแล้ว สมุด 3 เล่มจะราคา $3 \times 8 = 24$ บาท
3. การคูณในแง่ของการเปรียบเทียบว่าเป็นกี่เท่า เช่น
ตาลมีตุ๊กตาหมี 4 ตัว ตั๋วมีตุ๊กตาหมีเป็น 3 เท่าของตาล ดังนั้นตั๋วมีตุ๊กตาหมี $3 \times 4 = 12$ ตัว
4. การคูณในแง่ของการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยการนับตารางหน่วย
5. การคูณในแง่ของการหาจำนวนแบบของการจับคู่ที่เป็นไปได้ทั้งหมด เช่น
ถ้ามีเสื้อ 2 ตัว กับ กางเกง 3 ตัว จะสามารถจับคู่เสื้อกับกางเกงแบบต่าง ๆ กันได้ทั้งหมด $2 \times 3 = 6$ แบบ

สรุปว่า ในการสอนความหมายการคูณ ควรจะเริ่มจากการให้นักเรียน ได้รู้จักความหมายของการคูณในแง่ของกลุ่มที่เท่ากันหรือการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากันโดยใช้สื่อของจริง เมื่อนักเรียนได้มีประสบการณ์กับสื่อของจริงแล้ว จึงใช้รูปภาพประกอบการอธิบาย และเชื่อมโยงไปสู่สัญลักษณ์ตามลำดับ อย่างไรก็ตาม อย่างไรก็ดี ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้รู้จักกับ

สถานการณ์การคูณที่หลากหลายไม่จำกัดอยู่แค่การคูณในแง่ของกลุ่มที่เท่ากันหรือการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากันเท่านั้น

การหาผลคูณ

การสอนการหาผลคูณของจำนวนที่มีหนึ่งหลักกับจำนวนที่มีสองหลัก ให้สอนในกรณีที่ไม่มีบททศก่อน อธิบายขั้นตอนการหาผลคูณของจำนวนที่มีหนึ่งหลักกับจำนวนที่มีสองหลัก โดยใช้สถานการณ์ปัญหานำไปสู่การคูณ และแสดงแต่ละขั้นตอนของการคูณให้เห็นเป็นรูปธรรมโดยใช้ตาราง ในการหาผลคูณส่วนมากนิยมใช้จำนวนที่มีจำนวนหลักมากกว่าเป็นตัวตั้ง และจำนวนที่มีจำนวนหลักน้อยกว่าเป็นตัวคูณ จากนั้นจึงสอนการหาผลคูณของจำนวนที่มีหนึ่งหลักกับจำนวนที่มีสองหลักที่มีการทศ การตั้งข้อสังเกตเกี่ยวกับการคูณจำนวนนับด้วยพหุคูณของ 10, 100 และ 1000 ว่า

1. จำนวนนับใดคูณกับ 10, 20, 30, ... อาจหาผลคูณได้โดยนำจำนวนนับนั้นคูณกับ 1, 2, 3, ... แล้วเติม 0 หนึ่งตัวต่อท้ายตามลำดับ
2. จำนวนนับใดคูณกับ 100, 200, 300, ... อาจหาผลคูณได้โดยนำจำนวนนับนั้นคูณกับ 100, 200, 300, ... แล้วเติม 0 สองตัวต่อท้ายตามลำดับ
3. จำนวนนับใดคูณกับ 1000, 2000, 3000, ... อาจหาผลคูณได้โดยนำจำนวนนับนั้นคูณกับ 1000, 2000, 3000, ... แล้วเติม 0 สามตัวต่อท้ายตามลำดับ

ในการสอนการคูณจำนวนใด ๆ ด้วย 10 ครูควรสร้างความเข้าใจให้แก่นักเรียนเกี่ยวกับการคูณจำนวนใด ๆ ด้วย 10 ว่า ไม่ใช่การเติม 0 ต่อท้ายจำนวนนั้นเพราะกฎดังกล่าวใช้ไม่ได้กับการคูณทศนิยม เช่น 0.5×10 (ในกรณีนี้ การเติม 0 ต่อท้ายจำนวนที่นำมาคูณด้วย 10 จะได้ 0.50 ซึ่งเท่ากับจำนวนเดิม) นักเรียนจะต้องเข้าใจว่า เมื่อคูณด้วย 10 เลขโดดแต่ละหลักจะเลื่อนตำแหน่งมาทางซ้าย หนึ่งตำแหน่ง เหลือที่ว่างในตำแหน่งขวาสุด ซึ่งเราจะเติม 0 (เพื่อเป็น ตัวชี้หลัก) ตัวอย่างเช่น $275 \times 10 = 2750$ (275 คือ 2 ร้อย กับ 7 สิบ กับ 5 หน่วย เมื่อคูณด้วย 10 ส่งผลให้ 2 ซึ่งเดิมอยู่ในหลักร้อย เลื่อนมาอยู่หลักพัน 7 ซึ่งเดิมอยู่ในหลักสิบ เลื่อนมาอยู่หลักร้อย 5 ซึ่งเดิมอยู่หลักหน่วย เลื่อนมาอยู่หลักสิบ เราจึงได้ 2 พัน กับ 7 ร้อย กับ 5 สิบ ในหลักหน่วยว่างอยู่ เราเติม 0 เป็นตัวชี้หลัก 2 พัน กับ 7 ร้อย กับ 5 สิบ กับ 0 หน่วย เขียนเป็น 2750

ในทำนองเดียวกัน การคูณจำนวนใด ๆ ด้วย 100 หรือ 1000 นักเรียนอาจจะเข้าใจว่าเป็นการเติม 0 ต่อท้ายจำนวนนั้น 2 และ 3 ตัว ตามลำดับ ครูควรจะเน้นกับนักเรียนว่า เมื่อคูณจำนวนใด ๆ ด้วย 10, 100 หรือ 1000 เลขโดดในแต่ละหลักจะเลื่อนตำแหน่งไปทางซ้าย เหลือตำแหน่งทางขวามือสุดว่างซึ่งจะเติม 0 (เพื่อเป็นตัวชี้หลัก) และอาจใช้สื่อแผ่นตารางร้อย แผ่นตารางสิบ

แผ่นตารางหน่วย และแสดงการหาผลคูณของจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีหนึ่งหลัก โดยใช้สื่อแผ่นตารางร้อย แผ่นตารางสิบ และแผ่นตารางหน่วย

ครูควรใช้เวลาในการทบทวนความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการคูณที่นักเรียนได้เรียนมาแล้วในชั้นก่อนหน้านั้น และทดสอบว่า นักเรียนจำสูตรคูณได้หรือไม่ นักเรียนที่เข้าใจขั้นตอนวิธีการคูณแบบฝึก ๆ หรือไม่เข้าใจวิธีการคูณ หรือคิดค้นวิธีการคูณที่ไม่เหมาะสมขึ้นเอง จะแสดงออกมาให้เห็นในการทำแบบฝึกหัด ซึ่งในบางครั้ง ครูอาจมองข้ามวิธีการที่คิดของนักเรียนไป เมื่อนักเรียนใช้วิธีการที่คิดแต่กลับได้ผลลัพธ์ถูกต้อง ครูควรตรวจสอบการแสดงวิธีทำของนักเรียนอย่างละเอียด ครูอาจนำตัวอย่างวิธีการที่คิดมาให้ให้นักเรียนในชั้นร่วมกันอภิปรายเพื่อช่วยกันแก้ไขให้ถูกต้อง

ความหมายของการหาร

สถานการณ์การคูณทั้ง 5 แบบ พิจารณาสถานการณ์การคูณต่อไปนี้

1. มีส้ม 4 ถูง แต่ละถูงมีส้มถูงละ 3 ผล มีส้มทั้งหมดกี่ผล (กลุ่มที่เท่ากัน)
 2. สมุดราคาเล่มละ 20 บาท ถ้าฉันทซื้อสมุด 5 เล่ม จะต้องจ่ายเงินเท่าไร (อัตรา)
 3. ปีมะสมแสดมปีได้ 6 ดวง ชัยสมแสดมปีได้เป็น 2 เท่า ของปีม ชัย สมแสดมปีได้กี่ดวง(การเปรียบเทียบว่าเป็นกี่เท่า)
 4. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีความยาวของด้านเป็น 4 หน่วย และ 5 หน่วยตามลำดับ จะมีพื้นที่เท่าใด (พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก)
 5. ร้านกวยเตี๋ยวทะเลสดเค็ดร้านหนึ่ง ผู้ซื้อสามารถเลือกเส้นกวยเตี๋ยวได้ 3 แบบ คือเส้นหมี เส้นเล็กเส้นใหญ่ และเลือกลักษณะการปรุงกวยเตี๋ยวได้ 2 แบบ คือ กวยเตี๋ยวน้ำ หรือ กวยเตี๋ยวแห้ง ผู้ซื้อสามารถสั่งกวยเตี๋ยวแบบต่าง ๆ กัน ได้กี่แบบ
- สถานการณ์ปัญหาการคูณทั้ง 5 แบบ สามารถนำมาใช้เป็นสถานการณ์การหารได้ เพียงแต่เปลี่ยนสิ่งที่ต้องการทราบในสถานการณ์

สถานการณ์การคูณ	สถานการณ์การหาร
(1) มีส้ม 4 ถูง แต่ละถูงมีส้ม 3 ผล มีส้มทั้งหมดกี่ผล	(1) มีส้มทั้งหมด 12 ผล จัดใส่ถูง ถูงละ 3 ผล จะได้กี่ถูง (2) มีส้มทั้งหมด 12 ผล จัดใส่ถูงละเท่า ๆ กัน 4 ถูงแต่ละถูงจะมีส้มกี่ผล
(2) สมุคราคาเล่มละ 20 บาท ถ้าฉันซื้อสมุค 5 เล่มจะต้องจ่ายเงินเท่าไร	(1) จ่ายเงินซื้อสมุคไป 100 บาท ถ้าสมุคราคาเล่มละ 20 บาท จะซื้อสมุคได้กี่เล่ม (2) จ่ายเงินซื้อสมุคไป 100 บาท ได้สมุค 5 เล่ม สมุคราคาเล่มละกี่บาท
(3) ปีมะสมแสดมปีได้ 6 ดวง ชัยสะสมแสดมปีได้เป็น 2 เท่าของปีม ชัยสะสมแสดมปีได้กี่ดวง	(1) ชัยสะสมแสดมปีได้ 12 ดวง ปีมะสมแสดมปีได้ 6 ดวง ชัยสะสมแสดมปีได้เป็นกี่เท่าของปีม (2) ชัยสะสมแสดมปีได้ 12 ดวง ถ้าชัยสะสมแสดมปีได้เป็น 2 เท่า ของปีม ปีมะสมแสดมปีได้กี่ดวง
(4) รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีความยาวของด้านเป็น 4 หน่วย และ 5 หน่วย ตามลำดับ จะมีพื้นที่เท่าใด	(1) รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีพื้นที่ 20 ตารางหน่วยถ้าความยาวของด้านหนึ่งเป็น 4 หน่วย ความยาวอีกด้านจะเป็นเท่าใด (2) รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีพื้นที่ 20 ตารางหน่วยถ้าความยาวของด้านหนึ่งเป็น 5 หน่วย ความยาวอีกด้านจะเป็นเท่าใด
(5) ร้านกัวยเต็ยวทะเลรสเด็ด ร้านหนึ่ง ผู้ซื้อสามารถเลือกเส้นกัวยเต็ยวได้ 3 แบบ คือ เส้นหมี เส้นเล็ก เส้นใหญ่ และเลือกลักษณะการปรุง	(1) ร้านกัวยเต็ยวทะเลรสเด็ดเจ้าหนึ่ง ผู้ซื้อสามารถสั่งกัวยเต็ยวแบบต่าง ๆ กันได้ 12 แบบ โดยเลือกเส้นกัวยเต็ยว และลักษณะการปรุง ถ้าเลือกเส้นกัวยเต็ยวได้ 3 แบบ จะเลือกลักษณะการปรุงได้กี่แบบ (2) ร้านกัวยเต็ยวทะเลรสเด็ดเจ้าหนึ่ง ผู้ซื้อสามารถสั่งกัวยเต็ยวแบบต่าง ๆ กันได้ 12 แบบ โดยเลือกเส้นกัวยเต็ยวและลักษณะการปรุง ถ้าเลือกลักษณะการปรุงได้ 4 แบบ จะเลือกเส้นกัวยเต็ยวได้กี่แบบ

การสอนความหมายของการหารในแง่ของการแบ่งของจำนวนหนึ่งออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละเท่า ๆ กัน ซึ่งการแบ่งมี 2 ลักษณะคือแบ่งโดยกำหนดจำนวนของที่เท่ากันแต่ละกลุ่ม เพื่อหาจำนวนกลุ่ม เช่นมีส้ม 12 ผล จัดใส่ถุง ถุงละ 3 ผล จะจัดได้กี่ถุง แบ่งโดยกำหนดจำนวนกลุ่ม เพื่อหาจำนวนของที่เท่า ๆ กันในแต่ละกลุ่ม เช่น มีส้ม 12 ผล จัดใส่ถุง ถุงละเท่า ๆ กัน 4 ถุง แต่ละถุงจะมีส้มกี่ผล สัญลักษณ์ \div เป็นที่รู้จักในชื่อ obelus เป็นสัญลักษณ์เก่าแก่ซึ่งเดิมที่เป็นสัญลักษณ์แทนการลบ

จนกระทั่งในปี ค.ศ. 1659 นักคณิตศาสตร์ชาวสวิส Johann Rahn นำสัญลักษณ์นี้มาใช้เป็นเครื่องหมายหารเป็นครั้งแรก และตั้งแต่นั้นมา สัญลักษณ์ \div ก็กลายเป็นสัญลักษณ์แทนการหาร

ในการสอนความหมายการหาร นักเรียนควรจะได้มีประสบการณ์เกี่ยวกับสถานการณ์การหารทั้งสองลักษณะ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง สถานการณ์การหารในลักษณะที่ 1 ทั้งนี้ เพราะสถานการณ์การหารในลักษณะที่ 1 อาศัยแนวคิดของการลบออกครั้งละเท่า ๆ กัน จำนวนครั้งของการลบออกครั้งละเท่า ๆ กันก็คือ จำนวนกลุ่มที่ได้ แนวคิดของการหารในแง่ของการลบออกครั้งละเท่า ๆ กันนี้เป็นแนวคิดเดียวกันกับการหารยาว นักเรียนจำเป็นจะต้องเข้าใจแนวคิดของการหารในลักษณะที่ 1 เพื่อเป็นพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงไปสู่วิธีการหารยาว

การหาผลหาร

การหาผลหาร โดยอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างการคูณและการหาร

เราสามารถหาคำตอบของ $15 \div 5 =$ ได้จาก $3 \times 5 = 15$ และ $5 \times 3 = 15$

จากสถานการณ์การหาร (1) (2) (3) และ (4) จะเห็นว่า การหาผลหารทำได้โดยหาจำนวนที่นำมาคูณกับตัวหารแล้วเท่ากับตัวตั้งเมื่อนำคำตอบโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างการคูณและการหาร จะต้องหาว่ามีจำนวนนับใดที่เมื่อนำมาคูณกับ 4 แล้วเท่ากับ 13 ซึ่งไม่มี เราจึงต้องหาจำนวนนับที่เมื่อนำมาคูณกับ 4 แล้วได้ใกล้เคียง 13มากที่สุดแต่ไม่เกิน 13 ซึ่งจำนวนนับที่เมื่อนำมาคูณกับ 4 แล้วได้ใกล้เคียง 13 มากที่สุดคือ 3 3 คูณ 4 ได้ 12 และ 12 น้อยกว่า 13 อยู่ 1 ซึ่งก็คือเศษนั่นเอง

สรุปได้ว่า การหาคำตอบของการหารไม่ลงตัวนั้น สามารถใช้ความสัมพันธ์ระหว่างการคูณและการหารเช่นเดียวกับการหารลงตัว โดยหาว่า จำนวนนับใดเมื่อนำมาคูณกับตัวหารแล้วใกล้เคียงตัวตั้งมากที่สุดและไม่มากกว่าตัวตั้ง จำนวนนั้นจะเป็นผลหาร ผลคูณระหว่างจำนวนนับนั้นกับตัวหารน้อยกว่าตัวตั้งอยู่เท่าไร จำนวนนั้นจะเป็นเศษ หรือ เศษ = ตัวตั้ง - (ตัวหาร \times ผลหาร) ข้อสังเกต โจทย์ที่มีตัวหารคงที่มาให้ เศษต้องน้อยกว่าตัวหารเสมอครูอาจนำเรื่องจำนวนคู่และจำนวนคี่มาแนะนำความหมายอีกครั้งโดยแนะนำว่า

จำนวนนับที่หารด้วย 2 ลงตัว เรียกว่า จำนวนคู่ จำนวนนับที่หารด้วย 2 แล้วเหลือเศษ 1 เรียกว่า จำนวนคี่ ครูควรจัดกิจกรรมทำนองนี้หลายๆ กิจกรรมเพื่อให้นักเรียนฝึกหาผลหารและเศษ และควรให้นักเรียนได้ข้อสังเกตว่า เศษต้องน้อยกว่าตัวหารเสมอ

ข้อผิดพลาดที่พบบ่อยในขั้นตอนการหารยาวก็คือการหารที่มีศูนย์เข้ามาเกี่ยวข้อง เมื่อโจทย์การหารที่ตัวตั้งมีเลขโดดในบางหลักเป็นศูนย์ นักเรียนบางคนจะข้ามหลักที่เป็นศูนย์ แล้วคิดคำนวณการหารในหลักต่อไปแล้วใส่ผลที่ได้จากการหารในหลักต่อไปโดยไม่คำนึงว่าเมื่อหารในหลักใดจะต้องใส่ผลหารให้ตรงกับหลักนั้นของตัวตั้งในบางครั้งในขั้นตอนการหาร มีขั้นตอนการหารในบางหลักที่ได้ผลลัพธ์เป็นศูนย์ ซึ่งจะต้องใส่ศูนย์เป็นตัวยึดหลัก ก่อนที่จะหารในหลักต่อไป แต่นักเรียนกลับเว้นที่เอาไว้ไม่ใส่ศูนย์ เราสามารถนึกถึงโจทย์การหาร $536 \div 4$ และ $536 \div 134$ ได้ในสองลักษณะคือ

1. การแบ่งโดยกำหนดจำนวนสิ่งของที่เท่า ๆ กันในแต่ละกลุ่ม ให้หาจำนวนกลุ่ม

2. การแบ่งโดยกำหนดจำนวนกลุ่มให้หาจำนวนสิ่งของที่เท่า ๆ กันในแต่ละกลุ่ม

การหาคำตอบของโจทย์การหาร $536 \div 4$ โดยวิธีการหารยาว ถ้าจะแสดงขั้นตอนการหารยาวให้เห็นเป็นรูปธรรม โดยใช้สื่อแผ่นตารางร้อย แผ่นตารางสิบ และแผ่นตารางหน่วย การแบ่งโดยกำหนดจำนวนกลุ่ม ให้หาจำนวนสิ่งของที่เท่า ๆ กันในแต่ละกลุ่ม จะเหมาะสมกว่า สำหรับโจทย์การหาร $536 \div 134$ ถ้าจะแสดงขั้นตอนการหารยาวให้เห็นเป็นรูปธรรม โดยใช้สื่อแผ่นตารางร้อย แผ่นตารางสิบ และแผ่นตารางหน่วย การแบ่งโดยกำหนดจำนวนในแต่ละกลุ่ม ให้หาจำนวนกลุ่มจะเหมาะสมกว่า ครูตั้งข้อสังเกตว่า ขั้นตอนวิธีที่นักเรียนเรียนมาแล้ว ไม่ว่าจะเป็นการบวก การลบ การคูณ จะเริ่มทำจากหลักขวาสุดก่อน (นั่นคือ ทำจากขวาไปซ้าย) ในขณะที่การหารเริ่มจากหลักซ้ายสุดก่อน (นั่นคือ ทำจากซ้ายไปขวา) ครูอาจจะชี้ให้นักเรียนสังเกตข้อแตกต่างนี้เพื่อให้นักเรียนแสดงวิธีการหาร ได้อย่างถูกต้อง

ก่อนจะสอนการหารสั้น นักเรียนควรจะสามารถหาผลหารจากการหารที่ตัวตั้งไม่เกินสี่หลักและตัวหารมีหนึ่งหลัก โดยวิธีการหารยาวได้เป็นอย่างดีเสียก่อนในการสอนการหารสั้นเริ่มจากการแนะนำสัญลักษณ์การหารสั้น ก่อน ให้นักเรียนสังเกตว่าผลหารเขียนข้างล่างของตัวตั้ง ซึ่งแตกต่างกับการหารยาวที่ผลหารจะเขียนอยู่ข้างบน ส่วนการหาผลหาร โดยวิธีหารสั้น ใช้หลักการเช่นเดียวกับวิธีหารยาวเพียงแต่ไม่ต้องแสดงวิธีหาผลหารในแต่ละหลัก ซึ่งในตอนแรก ๆ ครูควรสอนการหาผลหาร โดยวิธีหารสั้นเทียบเคียงกับการหารยาวเป็นขั้น ๆ ก่อนต่อไปจึงค่อยฝึกให้นักเรียนหาผลหารจากการหารสั้นอย่างเดียว

สรุปได้ว่า ข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นในขั้นตอนการหารยาวนี้ บ่อยครั้งมีสาเหตุมาจากการที่นักเรียนจดจำขั้นตอนการหารยาวโดยปราศจากความเข้าใจ ที่นักเรียนไม่เข้าใจวิธีการหารยาวเป็นไปได้ที่นักเรียนไม่สามารถเชื่อมโยงระหว่างความหมายของการหาร ไปสู่ขั้นตอนวิธีการหารยาวในการสอนการหารยาว ครูจึงควรเชื่อมโยงจากความหมายของการหารที่ใช้หลักการเดียวกันกับวิธีการหารยาว ซึ่งใช้แนวคิดของการลบออกครั้งละเท่า ๆ กัน

การหาร 1 – 2 – 4 – 8 หรือ double division เป็นวิธีการหารที่ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ท่านหนึ่งพัฒนาขึ้นมาเพื่อช่วยให้การหารยาวง่ายขึ้น จะเห็นว่า การหาร โดยวิธีนี้ เพียงแค่รู้สูตรคูณแม่ 2 ก็สามารถทำได้ ไม่ต้องใช้วิธีการคูณและตรวจสอบเพื่อหาตัวที่นำมาคูณแล้วได้คำตอบใกล้เคียงกับตัวตั้งมากที่สุดเหมือนในขั้นตอนการหารยาวตามปกติ เนื่องจากมีตัวคูณมาให้เลือกเพียงสี่ตัวคือ 1, 2, 4 และ 8 และไม่ว่าจะเลือกจำนวนใดเป็นตัวคูณ ก็นำไปสู่ผลหารได้ในที่สุด (เพียงแต่ว่าขั้นตอนการลบจะมากขึ้นหากตัวคูณที่เลือกในแต่ละขั้นตอน ไม่ใช่ตัวคูณที่เมื่อคูณกับตัวหารแล้วให้ผลคูณที่ใกล้เคียงกับตัวตั้งมากที่สุด)

แบบทดสอบ

แบบทดสอบ (Test) เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลชนิดหนึ่งที่ใช้สำหรับวัดความรู้ทางด้านพุทธินิสัย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบที่วัดสมรรถนะด้านต่างๆที่นักเรียน ได้รับการเรียนรู้มาแล้วว่ามีอยู่เท่าใด แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งได้ 2 ชนิด คือ แบบที่ครูสร้าง และแบบมาตรฐานแบบทดสอบที่ดีต้องมี ความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความยุติธรรม ความลึกของคำถาม ความยืดหยุ่น ความจำเพาะเจาะจง ความเป็นปรนัย มีประสิทธิภาพ มีอำนาจจำแนก มีความยาก

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนประเภทที่ครูสร้างมีหลายรูปแบบ แต่ที่นิยมใช้มี 6 แบบ คือ แบบกาถูกผิด แบบเติมคำ แบบตอบสั้นๆ แบบจับคู่ แบบเลือกตอบ และแบบอัตนัยหรือความเรียง

แบบสอบแบบอัตนัยหรือความเรียง (Subjective or Essay Test)

ลักษณะทั่วไป เป็นข้อสอบที่มีเฉพาะคำถาม แล้วทำให้นักเรียนเขียนตอบอย่างเสรี เขียนบรรยายตามความรู้ และข้อคิดเห็นของแต่ละคน

หลักในการสร้าง

1. เขียนคำชี้แจงเกี่ยวกับวิธีการตอบให้ชัดเจน ระบุจำนวนข้อคำถาม เวลาที่ใช้สอบ และคะแนนเต็มของแต่ละข้อ

2. เนื่องจากข้อสอบแบบนี้มีเฉพาะคำถาม และแต่ละข้อ มักจะให้คะแนนมากดังนั้น ควรเขียนคำถามให้ชัดเจนเพื่อไม่ให้ไขว้เขวในการตอบ

3. ไม่ควรตั้งคำถามเฉพาะประเภทความรู้ความจำหรือถามปัญหาที่มีคำตอบในหนังสือ ซึ่งเป็น การให้ตอบแบบจำกัด (Restricted Response) แต่พยายามถามประเภทสูงกว่า

ความรู้ความจำ คือ ถามให้ใช้ความคิด ซึ่งเป็นการให้ตอบแบบขยาย (Unrestricted Response) มัก ขึ้นต้นด้วยคำว่าจงอธิบาย จงอภิปราย จงบรรยาย จงเปรียบเทียบ จงวิเคราะห์ ให้ประมาณค่าให้ บอกความสัมพันธ์ วิเคราะห์ เป็นต้น

4. กำหนดเวลาให้ตอบนานพอสมควร เพราะผู้ตอบต้องใช้เวลารวบรวมความคิด จัดระบบความคิด และเขียนคำตอบด้วยถ้อยคำของตัวเอง หากกำหนดเวลาน้อย ไม่สามารถใช้ พลังความคิดได้เต็มความสามารถ

5. เลือกถามเฉพาะจุดที่สำคัญของเรื่อง เพราะไม่สามารถถามได้ทุกๆเนื้อหาที่เรียน

6. ไม่ควรให้มีทางเลือกตอบเพียงบางข้อ เช่น 7 ข้อให้เลือกทำ 6 ข้อ หรือ 4 ข้อให้ เลือกทำ 3 ข้อ เหตุผลมีดังนี้

6.1 ไม่สามารถวัดเรื่องที่สำคัญได้ทุกเรื่อง

6.2 คำถามแต่ละข้อมีความยากง่ายไม่เท่ากัน จะมีปัญหาในการจัดตำแหน่ง ผู้เข้าสอบว่าใครจะเก่งกว่ากัน โดยเฉพาะการประเมินผลแบบอิงกลุ่ม

7. การตรวจให้คะแนน ควรปฏิบัติดังนี้

7.1 เขียนแนวคำตอบไว้ก่อน และระบุคะแนนว่า ประเด็นใดตอนใดควรได้ กี่คะแนน

7.2 ควรตรวจเฉพาะข้อเดียวจนครบทุกคน แล้วตรวจข้อต่อไป

7.3 ไม่ควรดูชื่อผู้สอบ เพื่อป้องกัน ไม่ให้เกิดอคติในการให้คะแนน

ข้อดีของข้อสอบแบบอัตนัยหรือบรรยาย

1. สามารถวัดพฤติกรรมต่างๆได้ทุกด้าน โดยเฉพาะพฤติกรรมด้านการสังเคราะห์
2. ผู้ตอบได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็น หรือเจตนาของตน
3. โอกาสในการตอบโดยไม่มีความรู้ในเรื่องนั้นแล้วได้คะแนนน้อยมาก
4. วัดความสามารถในการเขียนและส่งเสริมการใช้ภาษาได้เป็นอย่างดี

ข้อจำกัดของข้อสอบแบบอัตนัยหรือบรรยาย

1. ออกคำถามวัดได้น้อยข้อ เนื่องจากแต่ละข้อจะต้องใช้เวลาตอบนานจึงวัดได้ไม่คลุม หลักรูท หรือเนื้อหาสาระที่สำคัญๆ

2. การตรวจให้คะแนนมักจะมีอคติคลาดเคลื่อนมาควบคุมให้เกิดความยุติธรรม

ได้ยาก

3. ไม่เหมาะที่จะใช้สอบกับนักเรียนจำนวนมากๆ เพราะใช้เวลาในการตรวจลายมือของผู้ตอบและประสิทธิภาพในการเขียนบรรยายอาจจะมีผลต่อคะแนน มีผู้ให้ความหมายไว้หลายท่าน ดังนี้

บุญธรรม กิจปริดาภิธาน (2542: 72) ให้ความหมาย แบบทดสอบว่า เป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้ในการเปรียบเทียบพฤติกรรมของบุคคลตั้งแต่ สองคนขึ้นไป ณ เวลาหนึ่ง หรือของบุคคลคนเดียวหรือหลายคนในเวลาต่างกัน

ไพศาล วรคำ (2552 : 227) ได้ให้ความหมายไว้ว่า แบบทดสอบ (Test) หมายถึง ชุดของข้อคำถามที่ใช้วัดค่าของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง โดยมีคำตอบที่ถูกต้องแน่นอน และมีกฎเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนอย่างสมเหตุสมผลและแน่นอน

บุญธรรม กิจปริดาภิธาน. (2542 : 72) ให้ความหมายแบบทดสอบว่า เป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้ในการเปรียบเทียบพฤติกรรมของบุคคลตั้งแต่สองคนขึ้นไป ณ เวลาหนึ่ง หรือของบุคคลคนเดียวหรือหลายคนในเวลาต่างกัน

บราวน์ (Brown . 1998 : 90) ให้ความหมายแบบทดสอบว่าเป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้สำหรับวัดตัวอย่างพฤติกรรม ตามความหมายแบบทดสอบจะมีลักษณะที่สำคัญ 3 ประการ

1. แบบทดสอบเป็นวิธีเชิงระบบ (Systematic Procedure) หมายความว่า แบบทดสอบนั้นจะต้องมีกฎเกณฑ์แน่นอนเกี่ยวกับ โครงการบริหารจัดการและให้คะแนน
2. แบบทดสอบเป็นการวัดพฤติกรรม (Behaviors) ซึ่งจะวัดเฉพาะพฤติกรรมที่วัดได้เท่านั้น โดยผู้ตอบสนองตอบข้อคำถามที่กำหนดให้ มิใช่เป็นการวัดโดยตรง
3. แบบทดสอบเป็นเพียงส่วนหนึ่งของพฤติกรรมที่ต้องการวัดทั้งหมด (Sample of all possible items) ตามความเป็นจริง ไม่มีแบบทดสอบชุดใดที่จะมีข้อคำถามวัดพฤติกรรมที่ต้องการได้ทั้งหมด ฉะนั้นจึงต้องตกลงว่าข้อคำถามในแบบทดสอบเป็นตัวแทนของข้อคำถามทั้งหมดที่ใช้วัดพฤติกรรมนั้นและถ้าผู้ตอบตอบข้อคำถามใดคำถามหนึ่งถูกต้องให้คะแนนเท่ากัน

ประเภทของแบบทดสอบ

แบบทดสอบสามารถจำแนกได้หลายประเภทขึ้นอยู่กับเกณฑ์ในการจำแนก ซึ่งการจำแนกประเภทของของแบบทดสอบที่สำคัญมีดังนี้

1. จำแนกตามคุณลักษณะที่ต้องการวัด ซึ่งเป็นคุณลักษณะทางจิตภาพ แบบทดสอบจึงทำหน้าที่เป็นแบบวัด เพราะใช้วัดคุณลักษณะต่างๆซึ่งสามารถจำแนกแบบทดสอบออกเป็น 4 ประเภทดังนี้

1.1 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Achievement Test) เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้และทักษะ

1.2 แบบทดสอบวัดบุคลิกภาพ (Personality Test) เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดคุณลักษณะของคนเกี่ยวกับความรู้สึกนึกคิดและเจตคติ ลักษณะของแบบทดสอบมีทั้งแบบสอบภาคปฏิบัติและแบบถามตอบ การทดสอบวัดบุคลิกภาพแบ่งได้ 2 ประเภท คือ แบบวัดที่ใช้การฉายออก (projective test) และแบบวัดที่ไม่ใช้การฉายออก(non-projective test) แบบวัดที่ใช้การฉายออกจะมีลักษณะเป็นแบบทดสอบ ส่วนแบบวัดที่ไม่มีการฉายออกจะมีลักษณะเป็นแบบสอบถามหรือรายงานตนเอง ซึ่งมักจะมีปัญหาเรื่องการตอบคือ ผู้ตอบจะตอบในแนวทางที่ให้ตนเองดูดี คำตอบที่ได้จึงไม่ตรงตามความจริง

1.3 แบบวัดความถนัด (Aptitude Test) เป็นการวัดศักยภาพ (potential) ของผู้ตอบเพื่อใช้ในการทำนายความสามารถในการปฏิบัติงาน กิจกรรมหรือการศึกษาในอนาคต แบบวัดความถนัดมีชื่อเรียกหลายอย่างตามลักษณะที่ต้องการวัด เช่น แบบวัดความถนัดทางการเรียน แบบวัดเชาว์ปัญญา และแบบวัดความสามารถทางสมอง เป็นต้น

1.4 แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ (Creativity Tests) เป็นแบบวัดเกี่ยวกับลักษณะของคนที่สัมพันธ์กับพฤติกรรมความคิดสร้างสรรค์ ซึ่งเป็นการคิดแบบเอกนัย คือเป็นการค้นหาทางเลือกหลายทาง ซึ่งตรงข้ามกับการคิดแบบเอกนัย ที่ต้องการหาคำตอบที่ถูกเพียงคำตอบเดียว

2. จำแนกตามลักษณะการตรวจให้คะแนน จำแนกได้เป็น 3 ประเภท ได้แก่

2.1 แบบทดสอบปรนัย (Objective Test) หมายถึงแบบทดสอบที่การตรวจให้คะแนนมีความเป็นปรนัยสูง กล่าวคือ ไม่ว่าจะให้บุคคลใดเป็นผู้ตรวจก็จะสามารถให้คะแนนได้ถูกต้องตรงกันเสมอ เช่น แบบทดสอบแบบเลือกตอบ แบบทดสอบแบบจับคู่ แบบทดสอบแบบถูก-ผิด เป็นต้น

2.2 แบบทดสอบอัตนัย (Subjective Test) หมายถึงแบบทดสอบที่การตรวจให้คะแนนมีความเป็นปรนัยต่ำ หรือคะแนนที่ได้ขึ้นอยู่กับพิจารณาของผู้ตรวจให้คะแนนแต่ละคน เช่น แบบทดสอบเรียงความ แบบทดสอบเติมคำ เป็นต้น

2.3 แบบทดสอบอัตนัยประยุกต์ (Modified Subjective Test) หมายถึง แบบทดสอบที่ทำการปรับปรุงมาจากแบบทดสอบอัตนัย โดยการปรับวิธีการตรวจให้คะแนนให้มีความเป็นปรนัยมากขึ้น

3. จำแนกตามลักษณะการสร้างจำแนกได้เป็น 2 ประเภท คือ

3.1 แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardize Test) เป็นแบบทดสอบที่มีคณะผู้เชี่ยวชาญทางด้านจิตวิทยา ด้านการวัดและประเมินผล และนักวิชาการสาขาต่างๆ ร่วมกันพัฒนาขึ้นภายใต้กระบวนการสร้างที่มาตรฐาน และมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องจนเป็นที่ยอมรับกันทั่วไปต่างประเทศ

3.2 แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างเอง (researcher-made test) เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลตามวัตถุประสงค์ของการวิจัย หรืออาจเป็นแบบทดสอบที่มีผู้วิจัยคนอื่น ๆ สร้างไว้แล้ว แบบทดสอบประเภทนี้ยังไม่ถือว่าเป็นแบบทดสอบมาตรฐาน

4. จำแนกตามลักษณะการนำผลที่ได้ไปใช้ประเมิน จำแนกเป็น 2 ประเภทคือ

4.1 แบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์ (Criterion – Referenced Test) เป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อวัดความรู้ความสามารถของแต่ละบุคคลว่ามีความรู้ความสามารถตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้หรือไม่ ส่วนใหญ่จะใช้ในการประเมินเพื่อพัฒนาผู้เรียน (formative evaluation) ดังนั้นการวัดความรู้ความสามารถในแต่ละวัตถุประสงค์จะต้องมีข้อคำถามที่เพียงพอต่อการประเมิน

4.2 แบบทดสอบแบบอิงกลุ่ม (Norm- Referenced Test) เป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อวัดความรู้ความสามารถของแต่ละบุคคลว่ามีอยู่ในระดับใดเมื่อเทียบกับบุคคลอื่นๆ เกี่ยวกับเนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัด

ความหมายของแบบทดสอบอัตนัย

แบบทดสอบอัตนัย คือ เป็นแบบวัดมีลักษณะ ผู้ตอบต้องเขียนบรรยายตอบ ผู้ตอบมีสิทธิจะเขียนตอบอย่างเสรี อาจจะมีคำตอบถูกหลาย ๆ ทาง คำตอบของข้อสอบข้อเดียวกัน อาจจะมีคำตอบต่างทั้งในด้านคุณภาพและความถูกต้อง ณรงค์ ปิ่นนิยม(2551 : 15-17) กล่าวว่าแบบทดสอบอัตนัยเป็นแบบทดสอบที่ให้ผู้เรียนเขียนตอบแบบบรรยาย เพื่อวัดผลว่าผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจ ตลอดจนมีความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ได้เรียนไปแล้วอย่างไรบ้าง แบบทดสอบอัตนัยเปิดโอกาสให้ผู้เรียน ได้ใช้ความรู้ ความคิด และทัศนคติได้อย่างกว้างขวาง ทั้งนี้ผู้เขียนต้องมีความสามารถในการรวบรวม เรียบเรียง และลำดับความคิดของตนให้เป็นระบบระเบียบ ทั้งยังต้องมีความสามารถในการเขียนถ่ายทอดความรู้ ความคิดเหล่านั้นได้อย่าง

ถูกต้อง ชัดเจนด้วย การวัดผลการเรียนการสอนในระดับอุดมศึกษาส่วนใหญ่มักใช้ข้อสอบอัตนัย ดังนั้นการเรียนรู้ลักษณะและการตอบข้อสอบอัตนัยจึงมีความสำคัญ

ชาลซัย ยมคิชฐ์ (2548 : 34-38) กล่าวว่าแบบทดสอบแบบอัตนัยเป็นแบบทดสอบที่ให้ ผู้ตอบได้แสดงความคิดเห็น เหมาะสำหรับการวัดความรู้ขั้นสูงกว่าความจำและความเข้าใจ ข้อสอบแบบอัตนัยแบ่งเป็น 2 แบบ คือ แบบไม่จำกัดตอบ (extended response) และแบบจำกัดตอบ (restricted response) ซึ่งขึ้นอยู่กับทำให้อิสระแก่นักเรียนใน การตอบ จากการศึกษา พบว่าแต่ละระดับประถมศึกษาเขียนตอบแบบกำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ดี ส่วนนักเรียนในระดับสูงเขียนตอบแบบ ไม่กำหนด โครงสร้างให้ตอบได้ดี

1. แบบไม่จำกัดตอบ (extended response) ข้อสอบแบบอัตนัยแบบไม่จำกัดคำตอบนี้ ให้อิสระเสรีแก่นักเรียนอย่างเต็มที่ ในการอภิปรายแสดงความคิดเห็นและรวบรวมข้อมูลเท็จจริง ต่างๆ มาใช้ในการสอน โดยทั่วไปข้อสอบแบบนี้จะให้นักเรียนแสดงความสามารถ ซึ่ง จำเป็นต้องอาศัยการสังเคราะห์และการประเมินผล ข้อสอบนี้นับว่ามีคุณค่าอย่างยิ่งในการวัด ขบวนการทางสมองที่สูงขึ้น ตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ระลึกถึงความรู้ที่เรียนไป เช่น

- จงอธิบายทฤษฎีกำเนิดชนชาติไทยมา 1 ทฤษฎี
- จงอธิบายเกี่ยวกับการสอนแบบบรรยายกับการสอนแบบสืบสวน โดยให้บอก

ถึงหลักสำคัญที่ใช้ในการสอนแต่ละวิธี และข้อดี-ข้อเสียของการสอนทั้งสองแบบ

ขั้นที่ 2 ประเมินค่าความรู้ที่จำได้ เช่น

- จงเปรียบเทียบข้อดี-ข้อเสียของการประเมินผลแบบอิงเกณฑ์และแบบอิงกลุ่ม มาอย่างละเอียด

- เพราะเหตุใด เอคิสันจึงได้รับการยกย่องเป็นอย่างมาก
- จงทดลองเรื่องอากาศมีไอน้ำ

ขั้นที่ 3 รวบรวมความรู้และความคิดให้เป็นระบบ เช่น

- จงกล่าวถึงความคล้ายคลึงกันในการที่สหรัฐอเมริกาเข้าไปมีส่วนพัวพันกับ ความขัดแย้งในประเทศเกาหลี และเวียดนามมา 3 ประการ

ขั้นที่ 4 แสดงความคิดเห็นออกมาอย่างมีเหตุผล เช่น

- จงเปรียบเทียบและอธิบายเหตุการณ์ปกครองระบอบประชาธิปไตยของ อังกฤษกับสหรัฐอเมริกา

ข้อเสียของข้อสอบประเภทนี้คือมีความเชื่อมั่น ค่อนข้างต่ำ แต่มีข้อดีคือ นักเรียนมี โอกาสแสดงความคิดเห็นได้อย่างเสรี

2. แบบจำกัดตอบ (restricted response) ข้อสอบแบบนี้มักจะกำหนดขอบเขต แบบฟอร์มและ เนื้อที่เฉพาะให้นักเรียน ไม่มี อิสระเสรีในการตอบมากนัก แบบทดสอบนี้ให้ตอบ สั้นกว่าแบบแรก คำตอบอยู่ภายในขอบเขตที่กำหนดไว้ในวงจำกัด โดยทั่วไปแล้วจะกำหนด ขอบข่ายและความยาวในการตอบไว้ด้วยตัวอย่างเช่น

- ลักษณะภูมิอากาศ
- การปกครอง
- อาชีพของพลเมือง
- จงอธิบายสาเหตุของการเกิดสงครามโลกครั้งที่ 2 มา 3 ประการ
- จงยกตัวอย่างการกระทำที่แสดงถึงความรักชาติมา 5 ข้อ

ส่วนดีของข้อสอบแบบนี้คือ ง่ายในการตรวจ มีความยุติธรรมและมีความเชื่อมั่นสูงกว่า ข้อสอบประเภทไม่จำกัดคำตอบอีกด้วย

จุดมุ่งหมายของการใช้แบบทดสอบอัตนัย

1. ต้องการให้ผู้เข้าสอบแสดงความสามารถด้านความคิดสร้างสรรค์ (Creativity) และบรรยายความคิดออกมาได้อย่างเป็นอิสระ และต้องคำนึงถึงความสามารถทักษะการเรียน ของนักเรียนด้วย

2. ต้องการเน้นความรู้ขั้นลึกซึ้ง เช่น ความสามารถด้านการสังเคราะห์ หรือ ต้องการวัดความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนมาทั้งหมด

การวางแผนการสร้างแบบทดสอบอัตนัย

สมบูรณ์ ดันยะ.(2545 : 24-29) กล่าวว่า จุดอ่อนของแบบทดสอบอัตนัยก็คือ การสร้าง โดยขาดการวางแผนที่ดี การวางแผนการสร้างแบบทดสอบอัตนัยก็มีความสำคัญ เช่นเดียวกับการวางแผนสร้างแบบทดสอบปรนัยถึงแม้ว่าจะมีวิธีการสร้างและธรรมชาติต่างกันก็ตาม สิ่ง que ผู้ ออกข้อสอบจะต้องคำนึงถึงในการออกข้อสอบแบบอัตนัย มีดังนี้

1. จุดมุ่งหมายของกลุ่มสาระนั้น ๆ เหมาะสมกับแบบทดสอบอัตนัยหรือไม่
2. ผู้เข้าสอบมีพื้นฐานทั้งในด้านความเรียง และเนื้อหาวิชาเพียงพอที่จะเขียนตอบแบบ อัตนัยหรือไม่ เช่น เด็กเล็กๆ ไม่ควรใช้ข้อสอบอัตนัยทดสอบอย่างเด็ดขาด
3. ข้อสอบนั้นเปิด โอกาสให้ผู้ตอบมีอิสระในการตอบ เปิด โอกาสให้แสดงความคิดเห็น หลายแง่หลายมุมหรือไม่ หรือจำกัดวงคำตอบให้ตอบแค่แคบๆ เพียงด้านเดียว เช่น ถามแต่ ความจำในเนื้อหาที่ครูสอนไป ก็ไม่ควรใช้ข้อสอบอัตนัย

4. กำหนดเวลาที่ใช้ในการสอบมากเพียงพอหรือไม่ เพราะการสอบแบบอัตนัยนั้นต้องใช้เวลาในการเขียนตอบนานมากกว่าแบบทดสอบปรนัย

หลักในการสร้างแบบทดสอบอัตนัย

การสร้างข้อสอบควรคำนึงถึงลำดับความสำคัญของจุดมุ่งหมายที่วางไว้ตามที่ปรากฏในตารางการวิเคราะห์หลักสูตร จุดมุ่งหมายหรือพฤติกรรมใดมีน้ำหนักความสำคัญมากที่สุดก็ออกข้อสอบเพื่อวัดพฤติกรรมนั้นมากให้ได้สัดส่วนตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร เพราะแบบทดสอบแบบนี้ถามได้น้อยข้อ เนื่องจากต้องเสียเวลาตอบนาน

1. พิจารณาให้รอบคอบว่าจะสร้างแบบข้อสอบให้คลุมเนื้อหาอะไรบ้าง เช่น จะสอบเฉพาะเนื้อหาที่ครูบรรยายอย่างเดียว หรือจะครอบคลุมไปถึงส่วนที่นักเรียนร่วมอภิปราย ทำรายงานหรืออ่านนอกเวลาด้วย และควรแจ้งให้ผู้สอนทราบล่วงหน้าเพื่อจะได้เตรียมตัวศึกษาค้นคว้าอย่างลึกซึ้ง

2. ไม่ควรให้มีการเลือกตอบเป็นบางข้อ เพราะอาจมีการได้เปรียบเสียเปรียบกัน อันเนื่องมาจากข้อสอบมีความยากง่ายไม่เท่ากัน คะแนนที่ได้จึงนำมาเปรียบเทียบกัน ไม่ได้เพราะตั้งอยู่บนพื้นฐานของการวัดที่ไม่เท่ากัน

3. เขียนคำสั่งให้ชัดเจนว่าข้อสอบนั้นๆ ต้องการให้ผู้สอบทำอย่างไรมีเกณฑ์ในการพิจารณาให้คะแนนอย่างไร ควรให้นักเรียนอ่านคำสั่งให้เข้าใจอย่างถ่องแท้เสียก่อนที่จะลงมือปฏิบัติ ควรบอกให้ชัดเจนด้วยว่ามีการแบ่งส่วนคะแนนอย่างไร เพื่อผู้สอบจะได้วางแผนการตอบได้เหมาะสม

4. ถามปัญหาที่แสดงว่านักเรียนมีความรู้จริง ๆ สามารถตอบปัญหาได้โดยพยายามนำกฎเกณฑ์ หรือความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ๆ ไม่ควรเป็นคำถามที่นักเรียนเคยพบหรือเคยทำมาก่อน เพราะจะกลายเป็นการวัดความจำไป

5. พยายามใช้คำถามหลาย ๆ แบบ มิใช่มีแต่คำถามประเภท ใคร อะไร ที่ไหน เมื่อไร เท่านั้น เพราะคำถามประเภทนี้มีลักษณะไปทางวัดความจำมากกว่าวัดสมรรถภาพอื่น คำถามที่ใช้วัดสมรรถภาพที่สูงขึ้นควรจะเป็นคำถามประเภท ทำไม อย่างไร หรือให้บรรยาย อธิบาย เปรียบเทียบ หาความสัมพันธ์ ความขัดแย้ง ดีความ วิเคราะห์เหตุผล วิจาร์ณ และประเมินผล เป็นต้นเขียนคำถามให้ชัดเจนว่าต้องการให้ตอบอย่างไร พยายามเขียนตอบให้เฉพาะเจาะจงลงไป คำถามประเภทนี้แสดงความคิดเห็น เป็นคำถามที่กว้างไป

6. ใช้คำถามที่สามารถบอกได้ว่าคำตอบใดดีกว่าคำตอบใด คำถามนั้น ๆ เมื่อนักเรียนตอบแล้ว คนที่มีความรู้ทั้งหลายควรเห็นพ้องกันว่าเป็นคำตอบที่ดี คำตอบใดเป็นคำตอบที่ไม่ดี

7. เมื่อเขียนคำถามแล้วควรเขียนคำตอบที่ต้องการไว้ด้วยเลขเพื่อเป็นการตรวจสอบดูว่าคำถามนั้นชัดเจนดีแล้วหรือยัง คำถามนั้นเมื่ออ่านแล้วจะต้องตอบตามที่คิดไว้หรือไม่ หากยังไม่ตรงจะได้แก้ไขก่อนนำไปใช้ได้

8. ถ้าเป็นคำถามที่เกี่ยวกับประเด็นขัดแย้งที่ยังหาข้อยุติไม่ได้ ข้อสอบนั้นควรมุ่งให้หาหลักฐานมายืนยัน หรือมาสนับสนุนมากกว่าที่จะทดสอบอย่างอื่น เช่น ข้อความที่ยังหาข้อยุติไม่ได้ควรหลีกเลี่ยง การถามว่าถูกหรือผิด ใช่หรือไม่ใช่ แต่ควรจะทดสอบการหาสาเหตุมาสนับสนุนประเด็นนั้น ๆ

9. พยายามสร้างข้อคำถามหลาย ๆ ข้อ ให้พอเหมาะกับเวลาที่สอบ และควรกำหนดความยาวของข้อสอบ และความซับซ้อนของข้อสอบให้พอเหมาะกับความสามารถของผู้สอบ

10. พยายามให้ข้อสอบมีจำนวนมากข้อ เพื่อจะได้ออกให้ครอบคลุมเนื้อหา ซึ่งเกี่ยวข้องกับค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบด้วย เราอาจเพิ่มข้อสอบให้มากขึ้นโดยกำหนดให้ตอบสั้น ๆ

11. ถ้าข้อสอบมีหลายข้อ ควรเรียงลำดับจากง่ายไปหายาก เพื่อช่วยให้อุบายตอบยิ่งขึ้น การตรวจให้คะแนนคำถามอัตนัย

เยาวดี วิบูลย์ศรี.(2545 : 132-138) การสร้างข้อสอบแบบอัตนัยวัดความสามารถของนักเรียนมิได้จบสิ้นลงเพียงนำข้อสอบไปทดสอบนักเรียนเท่านั้น แต่ยังนำเอากระดาษคำตอบมาตรวจให้คะแนนตามวิธีการตรวจที่มีระบบ เพื่อให้คะแนนที่ได้มีความเที่ยงตรงและเชื่อถือได้ หลังจากเราพอใจกับคำถามหรือข้อสอบซึ่งสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการสอนและแบบทดสอบที่สร้างอย่างดีแล้ว งานขั้นถัดไป คือการตรวจให้คะแนนกระดาษคำตอบของนักเรียน ปัญหาในขั้นนี้คือ จะตรวจกระดาษคำตอบของนักเรียนด้วยวิธีการอย่างไร

1. จึงจะกำจัดความลำเอียงลงไปให้น้อยที่สุด
2. สนใจแต่เฉพาะคำตอบที่สำคัญและเกี่ยวข้องกับคำถามเท่านั้น
3. ระงับอิทธิพลที่เกิดจากความคิดเห็นส่วนตัวเข้าไปมีส่วนเกี่ยวข้องกับการให้คะแนน
4. นำวิธีการที่เป็นมาตรฐานให้การตรวจเป็นไปอย่างเสมอต้นเสมอปลายแก่นักเรียนทุกคนสำหรับการตรวจที่จะทำให้เกิดความยุติธรรมเป็นไปอย่างคงเส้นคงวานั้นว่าเป็นปัญหาที่สำคัญของการตรวจข้อสอบแบบนี้ ถ้าหากการตรวจขาดความคงเส้นคงวา เราก็ไม่สามารถนำคะแนนมาเปรียบเทียบกันได้ มีวิธีการตรวจข้อสอบแบบอัตนัยที่นิยมใช้กันมากที่สุดในปัจจุบันคือการตรวจแบบวิธีเทียบเกณฑ์ (Analytical Method หรือ Point Method)

การตรวจข้อสอบอัตนัย โดยวิธีเทียบเกณฑ์นั้น ครูต้องกำหนดแนวการตอบไว้ก่อนโดยแยกแนวคำตอบออกเป็นตอนย่อย ๆ ตามความสำคัญ ฉะนั้น ในการตรวจให้คะแนน โดยวิธีนี้ ผู้ตรวจจะต้องกำหนดรายละเอียดของคำตอบไว้ก่อนที่จะทำการตรวจในการตรวจให้คะแนนผู้ตรวจจะ

นำเอากระดาษมาเทียบกับเกณฑ์ หรือแนวคำตอบที่ได้กำหนดแนวคำตอบนั้น ครูผู้ออกข้อสอบ ควรจะทำได้พร้อม ๆ กับการเขียนข้อคำถามเลย ไม่ควรจะมากำหนดแนวการตอบเมื่อจะเริ่ม ตรวจการให้คะแนนแบบนี้เหมาะสำหรับข้อสอบแบบกำหนดขอบเขตของการตอบ มากกว่า แบบไม่กำหนดขอบเขตของการตอบ

ข้อดีของการตรวจข้อสอบโดยวิธีเทียบเกณฑ์

คะแนนที่ได้จากการตรวจมีความเชื่อถือได้มากขึ้น

1. การกำหนดรายละเอียดในการตอบเพื่อทำแนวคำตอบนั้น ช่วยทำให้ผู้ออกข้อสอบ มองเห็นข้อบกพร่องของคำถามที่เขียนขึ้น เช่น ใช้คำพูดกำกวม คำถามยากเกินไปหรือเวลาที่ กำหนดให้น้อยเกินไป

2. การกำหนดแนวคำตอบทำให้ง่ายแก่การอธิบายให้นักเรียนฟังได้ ว่าทำไมนักเรียน จึงได้คะแนนเท่านั้น

ข้อจำกัดของการตรวจข้อสอบอัตโนมัติโดยวิธีเทียบเกณฑ์

ทำให้ครูต้องทำงานหนักขึ้นและเสียเวลามากขึ้นการที่ผู้ตรวจพยายามมองหา

คำตอบที่สอดคล้องกับเกณฑ์ อาจทำให้เกิดการมองข้ามหรือ ไม่ได้อ่านข้อความสำคัญไปบ้าง การ ตรวจโดยวิธีจัดอันดับคุณภาพการตรวจข้อสอบอัตโนมัติโดยวิธีจัดอันดับคุณภาพนั้น ผู้ตรวจจะอ่าน กระดาษคำตอบของ ผู้เข้าสอบทุกคนเสียก่อนที่ละข้อ แล้วจึงนำคำตอบนั้นมาจัดเป็นกลุ่ม ๆ ตาม ความสามารถ เช่น กลุ่มดีมาก ดี ปานกลาง พอใช้ หรือใช้ไม่ได้ แล้วจึงตรวจดูคุณภาพของ คำตอบในแต่ละกลุ่มอีกที เช่น ในกลุ่มตอบดีมากนั้น ต้องพิจารณากันอีกทีว่า ใครตอบดีกว่ากัน ให้เรียงอันดับของกระดาษคำตอบให้ติดต่อกันไป แล้วจึงให้คะแนน ใครอยู่อันดับแรกก็ได้ คะแนนสูงสุดลดน้อยลงไปตามลำดับ การตรวจแบบนี้จะทำให้คะแนนมีความเชื่อมั่นมากยิ่งขึ้น

ข้อเสนอแนะในการตรวจแบบทดสอบอัตโนมัติ

1. ให้ตรวจคำตอบที่ละข้อ นั่นคือ ถ้าจะตรวจคำตอบข้อ 1 ก็ให้ตรวจข้อ 1 ของนักเรียน ทุกคนจนจบ แล้วจึงเริ่มตรวจข้อ 2 ครูไม่ควรตรวจข้อสอบให้เสร็จเป็นคน ๆ

2. ให้มีความคงเส้นคงวาในการตรวจ เกณฑ์ในการให้คะแนนจะเหมือนกัน สำหรับทุก ๆ คำตอบ ครูบางคนอาจจะให้คะแนนค่อนข้างน้อย สำหรับคำตอบแผ่นแรก ๆ แต่จะให้ คะแนนมากขึ้นสำหรับคำตอบแผ่นหลัง ๆ ทั้ง ๆ ที่คำตอบเหล่านั้นเป็นแนวเดียวกัน

3. เวลาตรวจไม่ควรดูชื่อนักเรียน เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดอคติในเวลาตรวจ

4. ถ้าสามารถให้มีผู้ตรวจ 2 คน ในแต่ละคำตอบแล้วหาค่าเฉลี่ยของคะแนนนำมาเป็น คะแนนที่คำตอบนั้น ๆ ควรจะได้จริง ๆ จะทำให้คะแนนมีความเชื่อมั่นมากขึ้น

5. ควรหยิบกระดาษคำตอบมาตรวจแบบสุ่ม

6. ไม่ควรดูชื่อผู้ตอบในการตรวจกระดาษคำตอบ

7. ในเวลาตรวจนั้นครูไม่ควรนำเอาเรื่อง “ลายมือ” ของผู้ตอบมาเป็นส่วนในการให้คะแนน

8. พยายามตรวจข้อใดข้อหนึ่งให้เสร็จรวดเร็วกว่าไม่ควรหยุดพักจนกว่าจะตรวจข้อนั้นเสร็จแล้ว

9. พยายามเขียนข้อแนะนำและแก้ไขความผิดในกระดาษคำตอบ เพื่อให้ผู้ตอบรู้ว่าตนบกพร่องตรงไหน

ประโยชน์ของแบบทดสอบอัตนัย

1. ข้อสอบอัตนัยเป็นข้อสอบที่สร้างง่ายกว่าข้อสอบแบบเลือกตอบ และใช้เวลาเตรียมข้อสอบน้อยกว่าข้อสอบปรนัย

2. ข้อสอบอัตนัยสามารถใช้วัดเจตคติ คุณค่าและความคิดเห็น รวมทั้งความสามารถด้านการสังเคราะห์ ได้เป็นอย่างดี

3. ข้อสอบอัตนัยสามารถช่วยสร้างประสบการณ์ในการเรียนที่ดี เพราะการเขียนตอบข้อสอบอัตนัยนั้น นักเรียนได้มีโอกาสฝึกฝนการเรียบเรียงความคิด และแสดงความคิดเห็นออกมาอย่างมีเหตุผล

4. ข้อสอบอัตนัยสามารถช่วยส่งเสริมการเขียนและการใช้ภาษาไทยเป็นอย่างดี

สรุปได้ว่าแบบอัตนัย คือ เครื่องมือวัดที่มีลักษณะ ให้ผู้ตอบเขียนวิธีการหาคำตอบตอบอย่างละเอียดและถูกต้อง โดยผู้ตอบมีสิทธิ์จะเขียนตอบอย่างเสรี และอาจจะมีคำตอบที่ถูกหลาย ๆ ทาง คำตอบของข้อสอบข้อเดียวกัน อาจจะมีคำตอบที่ต่างกันในด้านคุณภาพและความถูกต้อง

เกณฑ์การให้คะแนน(Scoring Rubrics)

รูบริกเป็นเครื่องมือให้คะแนนชนิดหนึ่งใช้ในการประเมินการปฏิบัติงานหรือผลงานของนักเรียน รูบริกประกอบด้วย 2 ส่วน คือ เกณฑ์ที่ใช้ประเมินการปฏิบัติหรือผลผลิตของนักเรียน และระดับคุณภาพหรือระดับคะแนน เกณฑ์จะบอกผู้สอนหรือผู้ประเมินว่าการปฏิบัติงานหรือผลงานนั้นๆจะต้องพิจารณาสิ่งใดบ้าง ระดับคุณภาพหรือระดับคะแนนจะบอกว่าการปฏิบัติหรือผลงานที่สมควรจะได้รับคุณภาพหรือระดับคะแนนนั้นๆของเกณฑ์ของเกณฑ์แต่ละตัวมีลักษณะอย่างไร รูบริกจึงเป็นเหมือนการกำหนดลักษณะเฉพาะ(Specification) ของการปฏิบัติหรือผลงานนั้นๆในเชิงคุณภาพหรือเชิงปริมาณ หรือทั้งสองประการรวมกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับเป้าหมายของการประเมิน(กิ่งกาญจน์ สิริสุคนธ์, 2550 : 2) การใช้รูบริกมีประโยชน์สำหรับครูและนักเรียนหลายประการ ดังนี้

1. รุบริคเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพมากทั้งในการเรียนและการสอนการประเมิน ช่วยปรับปรุงพัฒนาการปฏิบัติหรือการแสดงออกของนักเรียน ในขณะที่ตัวกันก็ช่วยควบคุมการปฏิบัตินั้นๆด้วย โดยครูต้องกำหนดความต้องการหรือความคาดหวังในผลงานของนักเรียนอย่างชัดเจน และแสดงให้เห็นนักเรียนทราบว่าจะทำให้ถึงความคาดหวังนั้นได้อย่างไร ซึ่งมักปรากฏในผลงานและการเรียนรู้ของนักเรียนพัฒนาขึ้นอย่างเห็นชัดเจน

2. รุบริคช่วยให้ นักเรียนตัดสินใจตัดสินใจตัดสินคุณภาพผลงานของตนเองและของคนอื่นๆ อย่างมีเหตุผล เมื่อรุบริคเป็นแนวทางการประเมินนักเรียนจะสามารถชี้แนะและแก้ปัญหาเกี่ยวกับผลงานของตนเองและผู้อื่น ได้ตรงจุด

3. รุบริคช่วยลดเวลาครูในการประเมินงานของนักเรียนผลงานที่ผ่านการประเมินโดยเจ้าของผลงานเองและ โดยกลุ่มซึ่งยึดเกณฑ์หรือรุบริคเป็นหลักนั้น ทำให้ข้อบกพร่องมีน้อยมาก เมื่อมาถึงมือครู หากมีสิ่งใดต้องปรับปรุงบอกกล่าวกัน ครูก็เพียงแต่แจ้งประเด็นนั้นในรุบริค นอกจากนี้รุบริคยังช่วยให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียนมากขึ้น เกี่ยวกับจุดเด่นและสิ่งที่ต้องปรับปรุง

4. รุบริคมีความยืดหยุ่น คือ มีระดับคุณภาพตั้งแต่ดีเยี่ยมจนถึงต้องปรับปรุง ทำให้ครูนำไปใช้กับนักเรียนที่ความสามารถได้ คือ นำไปใช้กับนักเรียนที่เรียนเก่งจนถึงนักเรียนที่เรียนอ่อน โดยใช้เกณฑ์สะท้อนผลงานของเขา

5. รุบริคใช้ง่ายและอธิบายได้ง่าย นักเรียนจะรู้ชัดเจนว่าเขาเรียนรู้อะไรบ้าง ในปลายปีเขาก็จะประเมินได้อย่างถูกต้อง ผู้ปกครองก็เกิดความกระตือรือร้น และรู้ชัดเจนว่าลูกหลานจะต้องทำอย่างไรเพื่อให้ประสบความสำเร็จ

ชนิดของรูบริค

รูบริคมี 2 ชนิด คือ แบบภาพรวม(Holistic) และแบบแยกส่วน(Analytic) ดังภาพ



รูบริคแบบภาพรวม

Nitko (2001) กล่าวว่า รูบริคแบบภาพรวมจะเหมาะสมกับการปฏิบัติที่ต้องการให้นักเรียนสร้างสรรค์การตอบสนอง และไม่มีคำตอบที่ถูกต้องชัดเจน จุดเน้นของการรายงานคะแนนที่ใช้รูบริคแบบภาพรวมคือ คุณภาพ โดยรวม ความคล่องแคล่ว หรือความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาสาระเฉพาะและทักษะซึ่งเป็นการประเมินระดับมิติเดียว (Mertler, 2001) การใช้รูบริคแบบภาพรวมทำให้กระบวนการให้คะแนนเร็วกว่าการใช้รูบริคแบบแยกส่วน (Nitko 2001) ดังนั้น ครูจึงต้องอ่านพิจารณาและตรวจสอบการปฏิบัติของนักเรียน โดยตลอด เพื่อให้ผู้สึกรับรู้ถึงภาพรวมว่านักเรียนทำอะไรได้และยังใช้เป็นการประเมินสรุปได้ด้วย แต่นักเรียนจะได้รับทราบผลสะท้อนกลับน้อยมาก ดังตาราง 4

ตารางที่ 4 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก

คะแนน	รายละเอียด
5	แสดงความเข้าใจปัญหาอย่างสมบูรณ์คำตอบประกอบด้วยทุกประเด็นที่ต้องการ
4	แสดงความเข้าใจปัญหาบางส่วน คำตอบประกอบด้วยประเด็นส่วนใหญ่ที่ต้องการ
3	แสดงความเข้าใจปัญหาบางส่วน คำตอบประกอบด้วยประเด็นส่วนใหญ่ที่ต้องการ
2	แสดงความเข้าใจปัญหาเพียงเล็กน้อย ประเด็นส่วนใหญ่ที่ต้องการไม่ปรากฏ
1	แสดงความไม่เข้าใจปัญหา
0	ไม่ตอบ / ไม่ทำงาน

รูบริกแบบแยกส่วน

นิยมใช้เมื่อต้องการเน้นชนิดหรือลักษณะเฉพาะของการตอบสนอง (Nitko,2001) นั่นคือใช้สำหรับการปฏิบัติงานที่ยอมรับการตอบสนอง 1 หรือ 2 ลักษณะ และความคิดสร้างสรรค์ไม่ได้เป็นประเด็นสำคัญเกี่ยวกับการตอบสนองของนักเรียนนอกจากนี้ ผลลัพธ์ขั้นต้นจะมีคะแนนหลายตัว ตามด้วยคะแนนรวมซึ่งใช้เป็นตัวแทนการประเมินหลายมิติ (Mertler,2001) การใช้รูบริกแบบแยกส่วนทำให้กระบวนการให้คะแนนช้า เนื่องจากเป็นการประเมินหลายทักษะหรือหลายคุณลักษณะเป็นรายบุคคล ทำให้ครูต้องใช้เวลาตรวจผลงานหลายครั้ง การสร้างและการใช้รูบริกแบบแยกส่วนจึงใช้เวลานาน ซึ่งมีกฎทั่วไปว่าผลงานของแต่ละคนต้องพิจารณาแยกแต่ละด้าน ในแต่ละครั้งตามเกณฑ์การให้คะแนน(Metler,2001) ดังนั้นการใช้รูบริกแบบแยกส่วนจึงได้ผลค่อนข้างสมบูรณ์ ผลสะท้อนกลับของการปฏิบัติของตนตามเกณฑ์การให้คะแนน ซึ่งถ้าใช้รูบริกแบบภาพรวมจะไม่ปรากฏรายละเอียดนี้ (Nitko,2001) ครูที่ใช้รูบริกแบบแยกส่วนจึงสามารถที่จะสร้างเส้นภาพ(Profile) จุดเด่น – จุดด้อยของนักเรียนแต่ละคนได้ ดังนั้นแบบรูบริกแบบแยกส่วน ดังแสดงในตารางที่ 5

ตารางที่ 5 แสดงการให้คะแนนรูปรีคเเมนแยกส่วน

ระดับ เกณฑ์	ระดับ เริ่มต้น	ระดับ พัฒนา	ระดับ สมบูรณ์	ระดับเป็น ตัวอย่างได้	คะแนน
เกณฑ์ ที่ 1	คำบรรยาย สะท้อนระดับ เริ่มต้นของ การปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อนการ เคลื่อนไหว ไปสู่ระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อน ผลสัมฤทธิ์ ของระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อนระดับ ความสูงสุด ของการ ปฏิบัติ	
เกณฑ์ ที่ 2	คำบรรยาย สะท้อนระดับ เริ่มต้นของ การปฏิบัติคำ	คำบรรยาย สะท้อนการ เคลื่อนไหว ไปสู่ระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อน ผลสัมฤทธิ์ ของระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อนระดับ ความสูงสุด ของการ ปฏิบัติ	
เกณฑ์ ที่ 3	คำบรรยาย สะท้อนระดับ เริ่มต้นของ การปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อนการ เคลื่อนไหว ไปสู่ระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อน ผลสัมฤทธิ์ ของระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อนระดับ ความสูงสุด ของการ ปฏิบัติ	
เกณฑ์ ที่ 4	คำบรรยาย สะท้อนระดับ เริ่มต้นของ การปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อนการ เคลื่อนไหว ไปสู่ระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อน ผลสัมฤทธิ์ ของระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อนระดับ ความสูงสุด ของการ ปฏิบัติ	

จากตัวอย่างรูปรีกทั้ง 2 แบบ จะเห็นว่า ระดับการปฏิบัติที่หลากหลายของนักเรียนสามารถบรรยายได้ทั้งในด้านปริมาณหรือคุณภาพ บางครั้งครูอาจต้องการใช้ด้านปริมาณและคุณภาพ หาก รูปรีกมี 4 ระดับ ทางด้านปริมาณก็มักใช้ 1 ถึง 4 ทางด้านคุณภาพก็มักใช้คำที่ยืดหยุ่นได้มาก คำที่ใช้กันทั่วไปก็คือ เชี่ยวชาญ ชำนาญ ขึ้นฝึกหัด นั่นคือ ใช้คำอธิบายที่เหมาะสมกับงาน

ขั้นตอนการออกแบบรูปรีก มี 7 ประการ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ตรวจสอบจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องใช้ในการทำงาน เป็นการจับคู่แนวทางการให้คะแนนกับจุดประสงค์และการชี้แนะตามความเป็นจริง

ขั้นที่ 2 อธิบายคุณลักษณะที่ต้องการสังเกตเป็นพิเศษซึ่งครูต้องการเห็น(และที่ไม่ต้องการเห็น)นักเรียนแสดงออกในผลผลิตกระบวนการหรือการปฏิบัติ นั่นคืออธิบายคุณลักษณะทักษะหรือพฤติกรรมที่ครูต้องการเห็น รวมทั้งข้อผิดพลาดต่างๆ ไปที่ไม่ต้องการเกิด

ขั้นที่ 3 หาวิธีการต่างๆที่จะอธิบายลักษณะการปฏิบัติที่สูงกว่าระดับค่าเฉลี่ย และต่ำกว่าระดับค่าเฉลี่ยสำหรับแต่ละคุณลักษณะที่สังเกตจากขั้นที่ 2

ขั้นที่ 4 สำหรับรูปรีกแบบภาพรวม เขียนคำบรรยายลักษณะงานที่ดีและงานที่ไม่ดี โดยรวมทุกเกณฑ์เข้าด้วยกันเป็นข้อความเดียว สำหรับรูปรีกแบบแยกส่วน เขียนคำบรรยายลักษณะงานที่ดีและงานไม่ดี โดยแยกต่างหากแต่ละเกณฑ์

ขั้นที่ 5 สำหรับแบบภาพรวม เขียนรายละเอียดการปฏิบัติที่อยู่ในระหว่างกลางของระดับสูงกว่าค่าเฉลี่ย ระดับค่าเฉลี่ยและระดับต่ำกว่าค่าเฉลี่ย เพื่อให้รูปรีกสมบูรณ์สำหรับรูปรีกแบบแยกส่วน เขียนรายละเอียดสำหรับการปฏิบัติที่อยู่ในระหว่างกลางของทุกเกณฑ์

ขั้นที่ 6 รวบรวมตัวอย่างผลงานของนักเรียน ซึ่งเป็นตัวแทนของแต่ละระดับ ซึ่งจะช่วยให้คะแนนของครูในอนาคต

ขั้นที่ 7 ทบทวนรูปรีกที่ทำแล้ว (ถ้าจำเป็น)

การใช้รูปรีกมีประโยชน์สำหรับครู ดังนี้

1. เป็นเครื่องมือการสอนของครู ช่วยควบคุมการปฏิบัติตามความคาดหวังในผลงานนักเรียน
2. ลดเวลาครูในการประเมินงานนักเรียน เห็นจุดเด่นและสิ่งทีนักเรียนต้องปรับปรุง
3. มีความยืดหยุ่น คือมีระดับคุณภาพตั้งแต่ดีเยี่ยมจนถึงต้องปรับปรุงใช้กับนักเรียนความสามารถได้ โดยใช้เกณฑ์สะท้อนผลงานของเขา

การใช้รูปรีก มีประโยชน์สำหรับนักเรียน ดังนี้

1. เป็นเครื่องมือการเรียนรู้ของนักเรียน ช่วยปรับปรุงพัฒนาการการปฏิบัติและการ

แสดงออกของนักเรียน

2. ช่วยตัดสินคุณภาพผลงานของตนเองและของคนอื่นอย่างมีเหตุผล
 3. นักเรียนเกิดการเรียนรู้มากขึ้น รู้ว่าจะ ไรคือผลงานสุดท้ายที่ออกมาดี และจะเตรียมตัวตามประเด็นการประเมินอย่างไร
 4. ใช้ง่ายและอธิบายได้ง่าย รู้ชัดเจนว่าจะเรียนรู้อะไร จะประเมินอย่างไร
- สรุปได้ว่า เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีค (Scoring Rubric) นั้นเป็นแนวทางหรือเครื่องมือให้คะแนนชนิดหนึ่งใช้ในการประเมินการปฏิบัติงานหรือผลงานนักเรียน เป็นเหมือนการกำหนดลักษณะเฉพาะในเชิงคุณภาพหรือเชิงปริมาณ หรือทั้ง 2 ประการรวมกัน ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ เกณฑ์ที่ใช้ประเมินการปฏิบัติหรือผลงาน บอกว่าจะพิจารณาสิ่งใดบ้าง และระดับคุณภาพหรือระดับคะแนน บอกว่าจะได้รับคุณภาพระดับใด

การสัมภาษณ์

การสัมภาษณ์ (Interview) เป็น การสนทนาหรือการพูดโต้ตอบกันอย่างมีจุดมุ่งหมาย เพื่อค้นหาความรู้ ความจริง ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ล่วงหน้าการสัมภาษณ์เป็นวิธีการที่สำคัญวิธีหนึ่งในการรวบรวมข้อมูล เพราะการสัมภาษณ์นอกจากจะทำให้ผู้สัมภาษณ์ ได้ข้อมูลที่ต้องการแล้ว ยังช่วยให้ทราบข้อเท็จจริงเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์ในด้านบุคลิกภาพอีกด้วย และที่สำคัญทำให้ทราบความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนอย่างแท้จริง โน้ตสนที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนจะได้ผลดี และได้ข้อมูลใกล้เคียงกับความเป็นจริงนั้นต้องมีเครื่องมือในการรวบรวมข้อมูลที่น่าเชื่อถือ ซึ่งนอกเหนือจากแบบสอบถามการเรียนแล้ว การสัมภาษณ์ เป็นเครื่องมือที่สำคัญอีกประเภทหนึ่ง เพราะการสัมภาษณ์นอกจากจะทำให้ผู้สัมภาษณ์ ได้ข้อมูลที่ต้องการแล้ว ยังช่วยให้ทราบข้อเท็จจริงเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์ในด้านบุคลิกภาพอีกด้วย และที่สำคัญทำให้ทราบความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนอย่างแท้จริง ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของการสัมภาษณ์ไว้ดังนี้

นิภา เมธธาวิชช์ (2536 : 32) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับวัดความคิดเห็นของบุคคลโดยการสนทนา ซักถาม ได้ตอบ ระหว่างบุคคล ลักษณะตัวต่อตัว การสัมภาษณ์ดีกว่าการสังเกต เพราะผู้สัมภาษณ์สามารถใช้ตา หู และปาก ในขณะที่สัมภาษณ์ได้ ผู้สัมภาษณ์ควรสร้างบรรยากาศที่เมื่อกันเองกับผู้ถูกสัมภาษณ์ โดยสร้างความเชื่อถือ รักษาอารมณ์ให้มั่นคง แสดงความสนใจขณะสัมภาษณ์ และบันทึกผลการสัมภาษณ์อย่างตรงไปตรงมา

วัตนา พัทธราพานิช(2531 : 127-128) กล่าวว่า การสัมภาษณ์นั้นเป็นการค้นหาข้อเท็จจริง และทำให้ทราบความต้องการของเด็ก เป็นการช่วยให้เกิดความสนิทสนมและคุ้นเคยกันมากขึ้น ทำให้ผู้มาขอรับคำปรึกษา กล้าพูดและกล้าบอกความเป็นจริง โดยไม่มีการปิดบังอำพรางและยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจตนเอง สามารถปรับตัวให้อยู่ในสภาพแวดล้อมได้

คณะศึกษาศาสตร์ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.2537 : 127) ได้กล่าวเกี่ยวกับการสัมภาษณ์ไว้ว่า การสัมภาษณ์ เป็นวิธีการที่ครูถามนักเรียนให้ตอบเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ ให้นักเรียนทบทวนวิธีแก้ปัญหา ขณะที่ครูฟัง ครูซักถาม เพื่อค้นหาสิ่งที่นักเรียนเข้าใจผิด หรือกระบวนการที่เข้าใจไม่ถูกต้อง ซึ่ง Ginsburg เชื่อว่าการสัมภาษณ์เป็นกระบวนการที่สำคัญที่สุดในการทดสอบคณิตศาสตร์ให้ได้มาตรฐาน เพราะว่าทำให้ครูรู้ถึงความรู้สึกเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ระวีวรรณ ชินะตระกูล (2535 : 119-120) ได้กล่าวถึงประเภทของการสัมภาษณ์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Structured form) การสัมภาษณ์วิธีนี้ เป็นการสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดข้อความไว้อย่างแน่นอนว่าจะสัมภาษณ์อะไรบ้าง วิธีการสัมภาษณ์ตามแบบฟอร์มของข้อความที่กำหนดไว้ ซึ่งผู้ถูกสัมภาษณ์จะตอบข้อความเหมือนกันทุกข้อความที่จะสัมภาษณ์จะต้องสร้างและจัดเตรียมข้อความเป็นอย่างดี ก่อนที่จะทำการสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ควรทำความเข้าใจกับคำถามทุกข้อให้ตรงกันเสียก่อน เพื่อที่จะได้ข้อมูลที่มีความเชื่อถือได้ยิ่งขึ้น

2. การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured form) แบ่งออกเป็น 3 ประเภท

2.1 การสัมภาษณ์แบบไม่จำกัดคำตอบ (Non-directive interview) การสัมภาษณ์วิธีนี้เป็นแบบไม่ต้องเตรียมคำถาม เป็นการพูดคุยกันอย่างธรรมดา ไม่มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอนว่าจะเริ่มต้นสิ่งใดก่อน จนกระทั่งจะจบลงด้วยสิ่งใด ผู้สัมภาษณ์จะต้องตั้งคำถามตามสถานการณ์ระหว่างการสนทนา ผู้สัมภาษณ์จะต้องพยายามให้ผู้ให้ข้อมูล (Informant) สามารถพรรณนาความรู้สึกนึกคิดของตนเองเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ ออกมาเอง ผู้สัมภาษณ์จะรับฟังและตอบโต้ด้วยความเข้าใจในความรู้สึกนึกคิดที่ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงออกมา ผู้ถูกสัมภาษณ์จะมีความรู้สึกว่ามีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องต่าง ๆ ในการสัมภาษณ์แบบนี้เป็นการสัมภาษณ์ที่ยืดหยุ่นมาก ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการคิดแปลงแก้ไขให้เป็นที่ไปตามวัตถุประสงค์ของการสัมภาษณ์ การที่จะได้ข้อมูลจริงเพียงไร ขึ้นอยู่กับผู้สัมภาษณ์โดยตรง ซึ่งจะต้องใช้เทคนิคในการสัมภาษณ์ โดยมากการสัมภาษณ์ประเภทนี้มักจะเป็นการสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพทางอารมณ์ ค่านิยมทางการดำเนินงาน การดำเนินชีวิตและอุดมการณ์ ดังนั้นการสัมภาษณ์วิธีนี้จึงจำเป็นและนิยมใช้

กันมากในหมู่นักจิตวิทยา นักสังคมสงเคราะห์และแพทย์ ผู้สัมภาษณ์จำเป็นต้องสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองมากที่สุด เพื่อให้ผู้ตอบอยู่ในอารมณ์ที่สบายอกสบายใจ

2.2 การสัมภาษณ์แบบมีจุดสนใจ โดยเฉพาะ (Focuses interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์มีจุดมุ่งหมายหรือมีความสนใจในบางเรื่องอยู่แล้ว จึงพยายามตะล่อมให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ให้แสดงออกมาอย่างมีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องนั้น ๆ

2.3 การสัมภาษณ์แบบหยั่งลึก (In-depth interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ต้องการล้วงเอาความจริงใจจากผู้ถูกสัมภาษณ์ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ เป็นการซักถามเพื่อต้องการทราบถึงเหตุผลต่าง ๆ ที่ก่อให้เกิดข้อเท็จจริง ไม่ใช่เป็นการถามเกี่ยวกับคำถาม “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” แต่เป็นคำถามที่ถามว่าเพราะเหตุใดหรือทำไม ฯลฯ การสัมภาษณ์แบบนี้ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำความคุ้นเคยและมีความมั่นใจแล้วว่าบรรยากาศที่จะทำให้การสัมภาษณ์เหมาะสม

ลักษณะของการสัมภาษณ์

ลักษณะของการสัมภาษณ์แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1. การสัมภาษณ์รายบุคคล หรือการสัมภาษณ์แบบเผชิญหน้ากัน (Face-to-face) ระหว่างผู้สัมภาษณ์กับผู้ให้ข้อมูลเพื่อรวบรวมข้อมูลที่ต้องการคำตอบที่เจาะลึกในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง การสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลมีข้อดีคือ ผู้สัมภาษณ์ สามารถซักถามเป็นการส่วนตัว คำถามที่ใช้ขึ้นอยู่กับผู้สัมภาษณ์ ผู้ให้ข้อมูลสามารถตอบ ได้อย่างอิสระ อาจมีการปรับปรุงหรือเปลี่ยนแปลงคำถามให้เหมาะสมกับผู้ให้ข้อมูลแต่ละคน เนื่องจากผู้ให้ข้อมูลแต่ละคนอาจมีวัฒนธรรมที่ต่างกัน จึงจำเป็นต้องมีการสร้างบรรยากาศให้เป็นกันเอง เพื่อที่จะให้ได้ข้อมูลตามที่ต้องการ นอกจากนี้การสัมภาษณ์แบบนี้ สามารถบันทึกเทปหรือสังเกตการแสดงออกต่อการตอบสนองคำถามด้วยท่าทาง น้ำเสียง และสภาพแวดล้อมได้อีกด้วย การสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลเป็นการลงทุนค่อนข้างสูงและใช้เวลานาน บางครั้งคำถามที่ถามอาจทำให้ผู้ตอบไม่ค่อยอยากตอบ เช่น ถามเกี่ยวกับรายได้ หรือคำถามที่ก่อให้เกิดความรู้สึกที่ขัดแย้งต่อบุคลิกภาพของผู้ให้สัมภาษณ์ นอกจากนี้คำตอบที่ได้ อาจมีความลำเอียง

2. การสัมภาษณ์เป็นกลุ่ม (Group interview) เป็นการสัมภาษณ์แบบหนึ่งที่ผู้สัมภาษณ์ทำการสัมภาษณ์กับผู้ร่วมสนทนาหรือเป็นกลุ่ม เพื่อสนทนาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน โดยผู้สัมภาษณ์ เป็นผู้กำหนดหัวข้อร่วมสนทนาจะไม่มีความรู้สึกว่าถูกซักถามปัญหา แต่คิดว่าเป็นการเสวนาในเรื่องที่ผู้สัมภาษณ์สนใจอยากรู้เรื่องต่าง ๆ การสัมภาษณ์เป็นกลุ่ม ช่วยประหยัดเวลา ลงทุนน้อย เหมาะสำหรับการระดมความคิดเพื่อเป็นแนวทางในการหาข้อสรุป แต่

อาจทำให้บางคนมีความรู้สึกอึดอัดในการตอบ หรือมีความรู้สึกไม่อยากตอบ เนื่องจากผู้ให้ข้อมูลบางคนไม่สามารถเปิดเผยข้อมูลได้อย่างอิสระ

วัดนา พัชราวณิช (2531 : 127-128) ได้กล่าวเกี่ยวกับหลักของการสัมภาษณ์ไว้ดังนี้

1. เตรียมการสัมภาษณ์ เตรียมหัวข้อที่จะสัมภาษณ์ กำหนดเวลาในการสัมภาษณ์ เตรียมสถานที่สัมภาษณ์

2. เริ่มต้นสัมภาษณ์เด็กด้วยการสร้างมิตรภาพ ทำให้ผู้รับการสัมภาษณ์รู้สึกเป็นกันเองและให้ความไว้วางใจผู้สัมภาษณ์

3. ผู้สัมภาษณ์ต้องแสดงตนเป็นผู้รับฟังที่ดี ไม่แสดงอาการเบื่อหน่าย ต้องแสดงความสนใจและตั้งใจฟัง

4. ผู้สัมภาษณ์ต้องใช้คำที่เข้าใจง่าย ถามซ้ำ ๆ และพูดอย่างชัดเจนอย่าพูดคำที่ไม่ป้อนคำถามรวดเร็วเกินไปจนผู้ตอบงงหรือสับสน

5. ผู้สัมภาษณ์ไม่ควรจะพูดหรือคุยมากเกินไป ต้องคอยเป็นผู้รับฟังให้โอกาสเด็กพูดให้มากที่สุด

6. ไม่ควรบันทึกคำพูดของเด็กในระหว่างการสัมภาษณ์ จะทำให้เด็กเกิดความกังวลหวาดระแวง

7. ในการยุติการสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ต้องสร้างบรรยากาศที่ดี ทำให้ผู้รับการสัมภาษณ์พึงพอใจที่จะกลับมาอีกครั้งหนึ่ง

8. การบันทึกการสัมภาษณ์ต้องทำทันทีเมื่อเสร็จสิ้นการสัมภาษณ์ ไม่ควรทิ้งไว้นาน ๆ เพราะอาจลืมรายละเอียดได้

นอกจากนี้ แฮมมิลล์ และ บาร์เทล (Hammill & Bartel, อ้างใน มาลา ปาจุวงษ์, 2542 : 30-31) ได้ให้แนวในการสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ให้เลือกตัวอย่างทีละอย่าง และให้ลำดับก่อนหลัง
2. เริ่มต้นด้วยปัญหาต่าง ๆ ก่อน เพราะจะทำให้เด็กเกิดความเข้าใจ
3. บันทึกการสัมภาษณ์ด้วยเทปเสียงหรือในสมุดบันทึก
4. ให้นักเรียนเขียนวิธีการแก้ปัญหาและอธิบายโดยการพูด
5. ให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างอิสระ โดยใช้วิธีการของนักเรียนเอง โดยที่ครูไม่ต้องให้

คำแนะนำหรือเสนอแนะว่านักเรียนกำลังทำผิด

6. หลีกเลี่ยงการเร่งให้นักเรียนทำงานเสร็จเร็ว ๆ เพราะอาจจะเป็นการสร้างความกดดันหรือสกัดกั้นความคิดของนักเรียน การสัมภาษณ์เช่นนี้ควรใช้เวลาประมาณ 15-45 นาที

เขียน ไชยศร (2546 : 100) กล่าวถึงวิธีการบันทึกเรื่องที่สัมภาษณ์ไว้ 2 วิธี ดังนี้
 วิธีการแรกคือการจดบันทึก วิธีนี้เป็นวิธีที่นิยมเป็นอย่างมาก เพราะเป็นวิธีการที่ประหยัด แต่
 ก็ยังมีข้อที่ตกเถียงกันว่าควรจะมีการจดบันทึกในขณะที่สัมภาษณ์หรือหลังสัมภาษณ์ แบบใด
 จะเหมาะสมที่สุด เพราะแต่ละแบบก็จะมีทั้งข้อดีและข้อเสียต่างกันไป ถ้าการสัมภาษณ์เพื่อหา
 ข้อเท็จจริงที่มีรายละเอียดมาก ยากแก่การจำ ก็อาจจะจดบันทึกในขณะที่สัมภาษณ์ แต่ถ้าเป็น
 เรื่องที่เป็นประเด็นใหญ่ๆหรือเป็นเหตุการณ์ที่ไม่ต้องการรายละเอียด ก็อาจจะจดบันทึกหลัง
 การสัมภาษณ์เสร็จสิ้นแล้วก็ได้ ส่วนวิธีการที่สองคือการบันทึกเทป โดยปกติแล้วจะจัดทำใน
 ห้องสัมภาษณ์ที่มีลักษณะพิเศษและซ่อนเทปไว้โดยไม่ให้ผู้ถูกสัมภาษณ์รู้ตัว แต่ถ้าใช้บันทึกเทป
 แบบธรรมดาก็ต้องขออนุญาตและชี้แจงเหตุผลหรือจุดมุ่งหมายในการบันทึกเทปการสัมภาษณ์
 ในครั้งนั้นให้ผู้ถูกสัมภาษณ์เข้าใจ และถ้าผู้ถูกสัมภาษณ์อนุญาตให้บันทึกเทปได้ ผู้สัมภาษณ์จึง
 จะทำการบันทึกได้

ในส่วนขอเทคนิคของการสัมภาษณ์นั้น Clements และ Ellerton (1996 : 48-50)
 กล่าวถึง เทคนิคการสัมภาษณ์นิเวศน์ว่าเป็นวิธีการวิเคราะห์ความผิดพลาด 5 ขั้นตอน ที่เกิดจาก
 การตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังจากที่นักเรียนทำแบบทดสอบเสร็จแล้วจะใช้การสัมภาษณ์
 ขั้นตอนการแก้ปัญหาทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งเป็นวิธีที่ได้ผลดีและเป็น
 ประโยชน์ต่อครูผู้สอน ในปี ค.ศ. 1977 นิเวศน์ได้ใช้เทคนิคการสัมภาษณ์ดังกล่าวและได้
 เผยแพร่ใช้ในวงการศึกษาของประเทศออสเตรเลียจนได้ผลดีและมีการวิจัยอย่างต่อเนื่อง โดยวิธี
 วิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนิเวศน์มีทั้งหมด 5 ขั้นตอน มีดังนี้
 ขั้นแรกคือความผิดพลาดจากการอ่าน (Reading Errors) ความผิดพลาดในขั้นนี้ พิจารณาได้จาก
 การที่นักเรียนไม่สามารถอ่านคำสำคัญ (Key Word) หรือสัญลักษณ์ที่อยู่ในคำถาม ทำให้นักเรียน
 ถูกจำกัดขอบเขตที่ดำเนินการแก้ปัญหาให้ครบสมบูรณ์ได้ ขั้นที่สองคือความผิดพลาดจากการทำ
 ความเข้าใจ (Comprehension Errors) แม้ว่านักเรียนจะสามารถอ่านคำทุกคำที่อยู่ในคำถามได้ แต่
 นักเรียนอาจจะไม่เข้าใจความหมายของคำเหล่านั้นได้ทั้งหมด ทำให้นักเรียนก็ไม่สามารถ
 ดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปได้ ขั้นที่สามคือความผิดพลาดจากการเปลี่ยนรูป (Transformation
 Errors) ในขั้นนี้ ถึงแม้ว่านักเรียนจะเข้าใจ โจทย์ แต่นักเรียนไม่สามารถเลือกใช้การกระทำทาง
 คณิตศาสตร์ (Operation) เช่น การบวก การลบ การคูณและการหารได้ หรือไม่สามารถบอกลำดับ
 การกระทำที่จำเป็นในการแก้ปัญหาได้ ขั้นที่สี่คือความผิดพลาดจากการใช้ทักษะกระบวนการ
 (Process Skill Errors) ในขั้นนี้นักเรียนไม่สามารถนำการกระทำทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวไปใช้
 อย่างถูกต้องแม่นยำได้ ซึ่งทำให้เกิดการคำนวณที่ผิดพลาดขึ้น และขั้นสุดท้ายคือความผิดพลาด

จากการสรุปคำตอบ (Encoding Errors) ความผิดพลาดในขั้นนี้ เกิดจากการที่นักเรียนทำตามกระบวนการแก้ปัญหาอย่างถูกต้องแต่ไม่สามารถแสดงคำตอบในรูปแบบที่โจทย์ต้องการ

นิวแมน Newman (อ้างในกรณีการ ปวณกาศ.2543 : 13 – 14) ได้เสนอวิธีการในการสัมภาษณ์นักเรียนหลังจากการทำแบบทดสอบและวิธีการใช้คำถามในการสัมภาษณ์ไว้ว่า วิธีการสัมภาษณ์นักเรียน ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำการสัมภาษณ์หลังจากการทำแบบทดสอบเสร็จแล้วทันที โดยต้องแยกสัมภาษณ์ทีละคน ระหว่างการสัมภาษณ์นั้นก็ควรมีการบันทึกไว้ด้วย ส่วนสิ่งแวดล้อมรอบข้างควรมีสภาพที่ไม่รบกวนผู้สัมภาษณ์และนักเรียนมากนัก ถ้าสังเกตเห็นว่านักเรียนเกิดอาการเกร็งหรือไม่มีสมาธิที่จะให้สัมภาษณ์ต่อไปได้ก็ควรหยุดสัมภาษณ์ทันที และนอกจากนี้ผู้สัมภาษณ์ต้องระวังในเรื่องของการพูดด้วย เพราะอาจจะทำให้นักเรียนไขว้เขวหรือเปลี่ยนความคิดได้ และที่สำคัญผู้สัมภาษณ์ไม่ควรบอกนักเรียนว่า โจทย์ที่นำมาสัมภาษณ์นั้นเป็นข้อที่นักเรียนเคยทำผิดมาแล้ว ส่วนวิธีการใช้คำถามในการสัมภาษณ์นั้นนิวแมนเสนอว่าคำถามดังต่อไปนี้จะเป็นแนวทางไปสู่การวิเคราะห์ความผิดพลาดของนักเรียนจากการเขียนตอบในแบบทดสอบคณิตศาสตร์ได้ดังแสดงในตารางที่ 6

ตารางที่ 6 แบบสัมภาษณ์นักเรียนตามแนวทางแนวทางนิวแมน เสนอไว้ดังนี้

ขั้นที่	การวิเคราะห์ความผิดพลาด	คำถามที่ใช้
1	ความผิดพลาดจากการอ่าน (Reading errors)	นักเรียนลองอ่านคำถามให้ครูฟัง
2	ความผิดพลาดจากความเข้าใจ (Comprehension errors)	บอกครูว่า คำถามต้องการให้เธอทำอะไร
3	ความผิดพลาดจากการเปลี่ยนรูป (Transformation errors)	บอกครูถึงแนวคิดที่เธอจะใช้หาคำตอบ
4	ความผิดพลาดจากการใช้ทักษะกระบวนการ(Process skill errors)	ลองแสดงวิธีที่เธอใช้ คำนวณหาคำตอบพร้อมอธิบายตามไปด้วย
5	ความผิดพลาดจากการสรุปตอบ (Encoding errors)	ที่นี่ ให้เธอเขียนคำตอบของคำถาม

วิธีการบันทึกการสัมภาษณ์ลงในแบบบันทึกการสัมภาษณ์ของนิวแมน มีวิธีการบันทึกดังต่อไปนี้

1. การบันทึกผลการสัมภพณัในชั้นการอ่าน (Reading Recognition)

การสัมภพณันักเรียนในชั้นนี้ ผู้ศึภพจะให้นักเรียนอ่าน โจทยัปัญหาจากแบบทดสอบ ถ้านักเรียนอ่านได้ถูกต้อง ผู้ศึภพจะวงกลมล้อมรอบอักษร C (Correct) ในช่องของ Word แต่ ถ้านักเรียนอ่านคำใดคำหนึ่งผิดหรืออ่านไม่ได้ ผู้ศึภพจะวงกลมล้อมรอบอักษร E (Errors) ใน ส่วนของ Word เช่นกัน พร้อมกับบันทึกรายละเอียดของการอ่านผิดอย่างย่อๆ ในส่วนของ การอ่านสัญลักษณ์ที่อยู่ใน โจทยัปัญหานั้น ถ้านักเรียนอ่านสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง ผู้ศึภพจะ วงกลมล้อมรอบอักษร C ในส่วนของ Symbol แต่ถ้านักเรียนอ่านผิดหรืออ่านไม่ได้ ผู้ศึภพจะ วงกลมล้อมรอบอักษร E ในส่วนของ Symbol เช่นกัน พร้อมทั้งบันทึกรายละเอียดของการอ่าน สัญลักษณ์ที่ผิดอย่างย่อๆ

2. การบันทึกผลการสัมภพณัในชั้นการทำความเข้าใจคำศัพท์เฉพาะ(Comprehension

(a) เมื่อผู้ศึภพให้นักเรียน บอกความหมายของคำสำคัญ (Key words) หรือสัญลักษณ์ที่อยู่ใน โจทยัปัญหาแล้ว ผู้ศึภพจะบันทึกผลลงในส่วนของ Terms ถ้านักเรียนสามารถบอกได้ถูกต้อง ผู้ศึภพจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิด หรือบอกไม่ได้ ผู้ศึภพจะวงกลมรอบ อักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อๆ

3. การบันทึกผลการสัมภพณัในชั้นการทำความเข้าใจ โจทยั (Comprehension (b)) เมื่อ ผู้ศึภพให้นักเรียนบอกสิ่งที่ โจทยัปัญหาต้องการ ให้นักเรียนทำแล้วผู้ศึภพจะบันทึกผลลงใน ส่วนของ General โดยถ้านักเรียนบอกได้ถูกต้อง ผู้ศึภพจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิดหรือบอกไม่ได้ ผู้ศึภพจะวงกลมรอบอักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ ผิดอย่างย่อๆ

4. การบันทึกผลการสัมภพณัในชั้นการเปลี่ยนรูป (Transformation) ในชั้นนี้ ถ้านักเรียนสามารถบอกแนวคิด หรือวิธีที่จะใช้หาคำตอบๆ ได้ถูกต้อง ผู้ศึภพจะบันทึกผล โดย วงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิด หรือบอกไม่ได้ ผู้ศึภพจะวงกลมรอบอักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อๆ

5. การบันทึกผลการสัมภพณัในชั้นการใช้ทักษะกระบวนการ (Process skills) ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณหาคำตอบได้ถูกต้อง ผู้ศึภพจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณผิด หรือแสดงวิธีคิดคำนวณไม่ได้ ผู้ศึภพจะบันทึกสิ่งที่ผิดลงใน ส่วนต่างๆ ของชั้น Process skills ดังนี้

5.1 ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณซึ่งเป็นการเดาคำตอบที่ผิด ผู้ศึภพจะบันทึกผล ลงในส่วนของ การเดาคำตอบ โดยวงกลมรอบอักษร E ในแถวของ R (Random response)

5.2 ถ้าพบว่านักเรียนเลือกการกระทำทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการคำนวณไม่ถูกต้อง ไม่เหมาะสม หรือไม่ตรงกับโจทย์ที่ต้องการแล้ว ผู้ศึกษาจะบันทึกผลการวงกลมรอบอักษร E ในแถวของ WO (Wrong operation)

5.3 ถ้าพบว่านักเรียนได้นำการกระทำทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตรงกับที่โจทย์ต้องการให้ทำแล้วมาใช้คำนวณอย่างผิดๆ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบ E ในแถวของ FA (Faulty algorithm)

5.4 ถ้าพบว่านักเรียนคิดคำนวณผิด ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E ในแถวของ FC (Faulty computation)

5.5 ถ้าพบว่านักเรียนไม่แสดงวิธีคิดคำนวณ หรือ ทำได้โดยผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E ในแถวของ E ในแถวของ NR (No response) ทั้งนี้ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณผิดหมดทุกกรณีดังกล่าวข้างต้นแล้ว ผู้ศึกษาจะบันทึกความผิดพลาดโดยวงกลมล้อมรอบอักษร E ในแถวสุดท้ายในขั้นนี้

6. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการสรุปคำตอบ(Encoding ability)ถ้านักเรียนสรุปคำตอบในรูปข้อความ หรือ ภาษา ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบ C ในส่วนของ Words ถ้าสรุปผิด ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E ในส่วนของ Words เช่นเดียวกัน

ถ้านักเรียนสรุปคำตอบในรูปสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร C ในส่วนของ Symbols ถ้าสรุปผิด ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E ในส่วนของ Symbols เช่นเดียวกัน

จากการศึกษาเกี่ยวกับวิธีการสัมภาษณ์นักเรียนในการค้นหาข้อบกพร่องทางการเรียน สามารถสรุปได้ว่าในการสัมภาษณ์นั้นผู้สัมภาษณ์จะต้องมีการวางแผนการสัมภาษณ์ก่อนการสัมภาษณ์ไม่ว่าจะเป็นในส่วนของคำถามเครื่องมือที่ใช้ในการบันทึกหรือแม้กระทั่งสิ่งที่ต้องการจากการสัมภาษณ์ในแต่ละครั้ง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิเคราะห์ห้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน ในเรื่องต่างๆ ที่นักการศึกษาหลายๆท่านได้ทำการศึกษาไว้ ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางสำหรับการวิเคราะห์ห้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

งานวิจัยในประเทศ

กรณีการ ปวนกาศ (2543 : 5) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การใช้กระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิเวศเพื่อวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการกำลังสองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเมืองปานวิทยา จังหวัดลำปาง” ซึ่งกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเมืองปานวิทยา ที่มีผลการเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ จำนวน 10 คน ซึ่งสรุปผลได้ดังนี้ ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองของนักเรียนมีทั้งหมด 80 ความผิดพลาด ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองของนักเรียนเป็นความผิดพลาดประเภทความเข้าใจ ร้อยละ 45 ความผิดพลาดประเภทการเปลี่ยนรูป ร้อยละ 48.75 ความผิดพลาดประเภทการใช้ทักษะกระบวนการ ร้อยละ 5 และความผิดพลาดประเภทการสรุปคำตอบ ร้อยละ 1.25

เมตตา มาเวียง (2544 : 79) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติของจำนวนนับ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น” โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในปีการศึกษา 2544 จำนวน 234 คน ซึ่งสรุปได้ว่า นักเรียนมีลักษณะของข้อบกพร่องย่อย 12 ลักษณะ โดยเรียงลำดับลักษณะข้อบกพร่องย่อย 3 ลำดับ จากมากไปหาน้อย ดังนี้ นักเรียนทำไม่ครบขั้นตอนหรือลำดับขั้นตอนผิด เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ได้ และบอกกฎสูตร หรือนิยามของจำนวนนับไม่ได้ และเมื่อรวมลักษณะข้อบกพร่องย่อยเป็นลักษณะข้อบกพร่องใหญ่ได้ 4 ลักษณะ เรียงลำดับความถี่ที่พบต่อจำนวนความถี่ที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากมากไปน้อย คือการตรวจสอบการแก้โจทย์ ร้อยละ 56.00 การใช้กฎ สูตร และนิยาม ร้อยละ 36.89 การตีความหมาย ร้อยละ 29.00 และลำดับสุดท้ายคือ การคิดคำนวณ ร้อยละ 23.00

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2546 : 2- บทคัดย่อ) จากการสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับ โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ พ.ศ.2521 ถึง พ.ศ. 2546 พบว่าในแต่ละช่วงชั้นนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้ง 4 ด้านที่ทำการศึกษา ได้แก่ ด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตรวจสอบการแก้โจทย์ และนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้ ช่วงชั้นที่ 1 เรื่อง จำนวนนับและการบวก ลบ คูณ หารจำนวนนับ เวลา ช่วงชั้นที่ 2 เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยม และร้อยละเวลา เงิน การวัด ตัวประกอบของจำนวนนับ สมการและการแก้สมการ ช่วงชั้นที่ 3 เรื่อง จำนวนเต็ม เลขยกกำลัง เศษส่วนและทศนิยม พ.ร.ม. และ ค.ร.น. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พหุนามและการแยกตัวประกอบพหุนาม อัตราส่วนและ

ร้อยละ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง การวัด ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เส้นขนาน อสมการ ปริมาตรและพื้นที่ผิว ความคล้าย ระบบสมการ สมการกำลังสอง ช่วงชั้นที่ 4 เรื่อง ระบบจำนวนจริง อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้ เรขาคณิตวิเคราะห์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เซต เมทริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์ จำนวนเชิงซ้อน เวกเตอร์ในสามมิติ ฟังก์ชันเอกโปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ฟังก์ชันตรีโกณมิติและการประยุกต์ ลำดับและอนุกรม ความน่าจะเป็น สถิติเบื้องต้น กำหนดการเชิงเส้น การแจกแจงปกติ การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น แคลคูลัสเบื้องต้น

จกกล ทำสวน (2547: 87-89) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม” ประชากรที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม และผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีข้อผิดพลาดทางการเรียนมากที่สุดในด้านการคำนวณ รองลงมาเป็นด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ และด้านการศึกษาจากความจากโจทย์ ตามลำดับ ส่วนข้อผิดพลาดในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้านมีค่าร้อยละ ดังนี้ ด้านการคิดคำนวณ นักเรียนมีข้อผิดพลาดในส่วนสรุปผล ไม่ถูกต้อง ร้อยละ 62.89 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ร้อยละ 21.65 ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการและอสมการร้อยละ 8.25 และทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคิดคำนวณ ร้อยละ 7.21 ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ นักเรียนมีข้อผิดพลาดในความเข้าใจขั้นพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ ร้อยละ 50.70 ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติไม่ถูกต้องร้อยละ 36.62 จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติผิด ร้อยละ 11.27 และขาดทักษะในการเลือกใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติที่เหมาะสม ร้อยละ 1.41 และด้านตีความจาก โจทย์นักเรียนมีความผิดพลาดในการแปลความหมายจากประโยคภาษาไปเป็นประโยคสัญลักษณ์ ร้อยละ 76.74 และนำข้อมูลมาใช้ผิด ร้อยละ 23.26

ศศิณฑา กาละปลูก (2552 : 67 - 72) ได้ทำการศึกษากระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวมานวิเคราะห์ความผิดพลาดและสาเหตุของความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนชนเผ่าลาหู่ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 จำนวน 10 คนในโรงเรียนบ้านเมืองนะ อำเภอเชียงดาวจังหวัดเชียงใหม่ เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาได้แก่ แบบทดสอบ โจทย์ปัญหาสมการแบบเขียนตอบตารางบันทึกคำตอบจากแบบทดสอบ แบบบันทึกการสัมภาษณ์ และแบบวิเคราะห์ความผิดพลาดรายคน จากผลการศึกษาพบว่าความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหามากที่สุดคือ ในขั้นการเปลี่ยนรูปโดยพบว่า สาเหตุเกิดจากการที่นักเรียนมองไม่เห็นความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นใน โจทย์ปัญหาทำให้ไม่สามารถนำข้อมูลที่มีใน โจทย์ปัญหา มาสัมพันธ์กันหรือเขียนเป็นสมการได้อย่างถูกต้อง รองลงมาคือการทำความเข้าใจศัพท์เฉพาะ

การอ่านและการทำความเข้าใจศัพท์เฉพาะเกิดจากปัญหาด้านการใช้ภาษาไทยในการสื่อสาร รองลงมาอีกคือขั้นการใช้ทักษะกระบวนการเกิดจากการคิดคำนวณเพียงเพื่อต้องการให้ได้คำตอบตรงกับที่คาดคะเนเอาไว้ การนำกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ฝึก การตรวจสอบคำตอบฝึก การคิดคำนวณที่ไม่ถูกต้อง และท้ายสุดคือความสะเพร่าของนักเรียนเอง

ปนัดดา สังข์ศรีแก้ว (2552 : 51-53) ที่พบว่าการวิเคราะห์เพื่อหาความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องการบวก ลบ คูณ หารจำนวนนับ โดยใช้กระบวนการวิเคราะห์ที่ความผิดพลาดของนิเวศพบความผิดพลาดทั้งหมด 5 ประเภท เรียงลำดับประเภทของความผิดพลาดที่พบจากมากไปน้อยดังนี้ ความผิดพลาดในด้านการอ่าน ความผิดพลาดในขั้นทำความเข้าใจ ความผิดพลาดในขั้นการแปลงรูป ความผิดพลาดในขั้นการใช้ทักษะกระบวนการและความผิดพลาดในขั้นการสรุปตอบ

งานวิจัยต่างประเทศ

เดวิส (Davis .1979 : 98 - 108) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์ข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ใน โรงเรียนมัธยมศึกษา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาข้อผิดพลาดของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องกับ โครงสร้างของสาเหตุ ข้อบกพร่อง พร้อมทั้งวิธีการแก้ไขผลการวิจัย พบข้อผิดพลาดในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต และแคลคูลัส 7 อย่าง คือข้อผิดพลาดที่เกี่ยวกับการสุ่ม กฎเกณฑ์ ลำดับ โครงสร้าง การตีความด้านภาษาการสรุปประโยคแสดงที่เกี่ยวกับกริยา การให้เหตุผล และการใช้กฎที่ผิดลำดับขั้นตอน

โมว์โซวิทซ์ และคณะ (Movshovitz and Other.1987 : 131 -140) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์รูปแบบข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ใน โรงเรียนมัธยมศึกษา ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนเกรด 11 จำนวน 110 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือลักษณะข้อบกพร่องจำนวน 6 ด้าน และแบบสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องตามลักษณะข้อบกพร่อง เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อยในด้านต่างๆ ดังต่อไปนี้ คือ การบิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยามการใช้เทคนิคในการทำผิด การใช้ข้อมูลผิด ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ และไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

ทรูแมน (Truran .1987 : 121 – 127) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความผิดพลาดและเทคนิคการแก้ไขในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยทำการศึกษากับกลุ่มนักเรียนที่มีอายุระหว่าง 7-15 ปี ที่มีอุปสรรคในการเรียนคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ทำการวิจัยเป็นแบบทดสอบและการสัมภาษณ์ซึ่งมีการบันทึกเสียงไว้ แล้วนำมาสรุปผลการหาสาเหตุของ

ข้อผิดพลาดของนักเรียนแต่ละคน ตามระดับความผิดพลาดที่เกิดขึ้น ซึ่งพิจารณาโดยใช้รูปแบบความผิดพลาด 9 ด้าน ของคาเซย์ คือ รูปแบบของคำถาม การอ่านคำถาม ความเข้าใจคำถาม กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ การเสนอคำตอบความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้ เนื่องมาจากความระมัดระวังและความผิดพลาดซึ่งครูจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ผลการศึกษาพบข้อผิดพลาดตามรูปแบบนี้ แล้วนำเสนอวิธีการแก้ไข คือ ให้ใช้ประโยชน์จากสิ่งที่เป็นนามธรรมมาช่วยทั้งในส่วนบุคคลและในชั้นเรียน ให้นักเรียนใช้สมุดจดคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่พบใหม่พร้อมทั้งความหมายใช้ทักษะการอ่านในการแก้โจทย์ปัญหาตามลำดับขั้นต่อไปนี้ วิเคราะห์ประโยชน์อ่านซ้ำข้อความที่ไม่เข้าใจ ค้นหาคำถามซึ่งต้องการคำตอบ ค้นหาว่าตนเองกำลังศึกษาโจทย์ถึงขั้นใด อ่านประโยคคั่ง ๆ ถ้ายังไม่เข้าใจ ปรับระดับและสไตล์การอ่านให้ตรงกับเนื้อหาจนเข้าใจในเนื้อหาของคำถาม แล้วแปลความหมายของสิ่งที่อ่าน ไปสู่การคำนวณ นอกจากนี้ ครูควรช่วยเหลือนักเรียนแก้ปัญหาของบทเรียน โดยการอธิบายในชั้นเรียนก่อนที่จะให้นักเรียนลงมือทำ

ครีเมนท์ และเอลเลอตัน (Clements and Ellerton, 1996 : 5) ได้ศึกษางานครั้งแรก โดยทำการศึกษากับนักเรียนเกรด 8 อายุ 16 ปี จำนวน 8 คน ในโรงเรียน 5 แห่งของรัฐนิวเซาท์เวลส์ และรัฐวิกตอเรียของออสเตรเลีย โดยให้นักเรียนตอบคำถามโดยการเขียน ซึ่งเป็นคำถามที่ครูคณิตศาสตร์ของ 2 ใน 5 โรงเรียนดังกล่าวเห็นด้วยว่า ไม่มีคำถามใดที่ยากเกินไปสำหรับนักเรียนของพวกเขา ซึ่งครึ่งหนึ่งของคำถามเป็นรูปแบบเลือกตอบคำตอบเดียว และอีกครึ่งหนึ่งเป็นรูปแบบให้ตอบสั้น และเมื่อนำรูปแบบการสัมภาษณ์ของนิวแมนมาใช้ พบว่า 80% ของความผิดพลาด จัดเป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการอ่าน การทำความเข้าใจ และการเปลี่ยนรูป และมีเพียง 6% ของความผิดพลาดที่เกิดขึ้นเป็นประเภทเกิดจากการใช้ทักษะคิดคำนวณ

ทรูแรน (Truran 1987 : 58 - 60) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความผิดพลาดและเทคนิคการแก้ไขในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยทำการศึกษากับกลุ่มนักเรียนที่มีอายุระหว่าง 7-15 ปี ที่มีอุปสรรคในการเรียนคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ทำการวิจัยเป็นแบบทดสอบและการสัมภาษณ์ซึ่งมีการบันทึกเสียงไว้ แล้วนำมาสรุปผลการหาสาเหตุของข้อผิดพลาดของนักเรียนแต่ละคน ตามระดับความผิดพลาดที่เกิดขึ้น ซึ่งพิจารณา โดยใช้รูปแบบความผิดพลาด 9 ด้าน ของคาเซย์ คือ รูปแบบของคำถาม การอ่านคำถาม ความเข้าใจคำถาม กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ การเสนอคำตอบความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้ เนื่องมาจากความระมัดระวังและความผิดพลาดซึ่งครูจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ผลการศึกษาพบข้อผิดพลาดตามรูปแบบ

นี้แล้วนำเสนอวิธีการแก้ไข คือ ให้ใช้ประโยชน์จากสิ่งที่เป็นนามธรรมมาช่วยทั้งในส่วนบุคคล และในชั้นเรียน ให้นักเรียนใช้สมุดจดคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่พบใหม่พร้อม ทั้งความหมายใช้ ทักษะการอ่านในการแก้โจทย์ปัญหาตามลำดับขั้นต่อไปนี้ วิเคราะห์ประโยชน์อ่านซ้ำข้อความที่ ไม่เข้าใจ ค้นหาคำถามซึ่งต้องการคำตอบ ค้นหาว่าตนเองกำลังศึกษาโจทย์ถึงขั้นใด อ่านประโยค ดัง ๆ ถ้ายังไม่เข้าใจ ปรับระดับและสไตส์การอ่านให้ตรงกับเนื้อหาจนเข้าใจในเนื้อหาของคำถาม แล้วแปลความหมายของสิ่งที่อ่านไปสู่การคำนวณ นอกจากนี้ ครูควรช่วยเหลือนักเรียน แก้ปัญหาของบทเรียน โดยการอธิบายในชั้นเรียนก่อนที่จะให้นักเรียนลงมือทำ

อง และ ลิม (Ong and Lim, 1987 : 199 - 205) ได้ทำการวิจัยเรื่องความเข้าใจและ ข้อผิดพลาดในวิชาพีชคณิต โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อสำรวจผลการสอนเกี่ยวกับความเข้าใจใน วิชาพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในสิงคโปร์ กลุ่มตัวอย่าง คือนักเรียนระดับ มัธยมศึกษาที่มีอายุระหว่าง 15-16 ปี จำนวน 3 กลุ่ม เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 จำนวน 365 คน นักเรียนระดับเตรียมอุดมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 339 คน และนักศึกษาระดับ มหาวิทยาลัยจำนวน 267 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบพีชคณิตที่ผู้วิจัยดัดแปลง มาจากของอีวานส์ (Evans) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนจำนวนมากที่อายุระหว่าง 15-16 ปี ไม่สามารถแก้ปัญหาพีชคณิตง่ายๆ ได้ และสาเหตุข้อผิดพลาดส่วนใหญ่ เนื่องจากนักเรียน ไม่เข้าใจในการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปรหรือค่าคงที่ นักเรียนใช้การแทนค่าจำนวนในสมการ โดยไม่พิจารณากรณีที่เป็นไปไม่ได้

บาร์เซลลอส (Barcellos, 2005 : Abstract) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความคิดรวบยอด ที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง พีชคณิตของนักเรียนในระดับมหาวิทยาลัย ผู้วิจัยได้ ทำการศึกษากลุ่มตัวอย่างที่อยู่ในชั้นเรียนที่เรียนพีชคณิตเบื้องต้น จำนวนครึ่งหนึ่งของนักเรียน ที่สอบผ่านเท่านั้น โดยสัมภาษณ์หัวข้อเกี่ยวกับ ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ทำให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด ระหว่างความผิดพลาดในระยะเบียบวิธีการ และความ สะเพร่าเล็กน้อยๆตามปกติ พบว่า มีความผิดพลาด 4 ประการ ได้แก่ กรณีที่ 1 คือการ ไม่เข้าใจในการใช้เครื่องหมายแสดงการเท่ากัน และอีก 3 กรณีเป็นการใช้สมบัติการแจกแจง นักเรียนที่ไม่เข้าใจการใช้เครื่องหมายแสดงการเท่ากัน มีสาเหตุมาจากการเขียนข้อความที่สมมูล กันกับข้อความก่อนหน้าหรือมีสาเหตุมาจากการบกพร่องเกี่ยวกับสัญลักษณ์ที่จะใช้เขียนเพื่อ อธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาส่วนความไม่เข้าใจเกี่ยวกับสมบัติการแจกแจง มีสาเหตุมาจากความ ไม่เข้าใจเนื้อหาของคำถามที่ถูกต้อง ข้อค้นพบดังกล่าวมีผลมาจากทั้งความเข้าใจ ผิดพลาดที่พบมาก (การใช้กระบวนการ โดยไม่ถูกต้อง) และความเข้าใจผิดพลาดที่พบส่วนน้อย (ไม่สามารถใช้กระบวนการที่ถูกต้อง) สิ่งนี้นักเรียนแนะนำ คือจำนวนจริงที่ติดกรณีที่ไม่

สามารถถอดรอกได้จะเป็นกรณีพิเศษที่สามารถถอดรอกได้โดยการดำเนินการของจำนวนจริงดังกล่าว

ฟลือกเนอร์ (Faulkner .1992 : 52) ทำการวิเคราะห์ความผิดพลาดจากนักเรียนพยาบาลที่เข้าฟังวิชา Calculus ซึ่งเป็นวิชาที่ไม่คิดคะแนนในโรงพยาบาลในMelbourne ประเทศออสเตรเลีย ที่คล้ายกับงานของนิวแมนซึ่งการศึกษาครั้งนี้เป็น 1 ใน 2 – 3 งานของนิวแมนที่เคยรายงานถึงผลการสัมภาษณ์ผู้ใหญ่ และผลที่ได้แสดงให้เห็นว่า ความผิดพลาดของนักเรียนพยาบาลเหล่านี้เป็นเรื่องของการทำความเข้าใจ การเปลี่ยนรูป ซึ่งยืนยันบทสรุปแรกเริ่มที่ว่า “ทักษะกระบวนการ ไม่ใช่พื้นฐานเกือบทั้งหมดในการดำรงอยู่ในชีวิตประจำวัน”

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ สรุปได้ว่าการวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นถึงสิ่งสำคัญที่ทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ และการศึกษาหาความผิดพลาดจะทำให้จัดหาข้อมูลซึ่งเกี่ยวข้องกับการคิดของเด็กเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ข้อมูลเหล่านี้มีความหมายมากในการสอน ซึ่งจะต้องมีการแนะแนวทางในการช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหาและสามารถอธิบายได้ว่า เพราะสาเหตุใดนักเรียนจึงไม่มีพัฒนาการด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักวิจัยได้ยืนยันว่าเมื่อความผิดพลาดของนักเรียนได้แสดงออกมา ทำให้เห็นว่า การเรียนรู้กำลังจะเริ่มขึ้นและสามารถทำให้มั่นคงได้ในภายหลังหมโนทัศน์ ผู้สอนควรใช้หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์เหล่านี้ ซึ่งเป็นประโยชน์ในการจัดกระบวนการสอนหรือกิจกรรมการเรียนการสอนต่างๆ ที่ส่งเสริมหรือช่วยฝึกทักษะ โดยเน้นในด้านของหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดที่ค้นพบ เพื่อช่วยลดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเพื่อให้เกิดเป็นหมโนทัศน์ที่ถูกต้อง