

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัย เรื่อง การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนนาข่าวิทยาคม สังกัดองค์การบริหารส่วนจังหวัดมหาสารคาม ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องโดยนำเสนอตามลำดับ ดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

3. ข้อผิดพลาด

4. การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและ ข้อผิดพลาด

5. แบบทดสอบ

6. เกณฑ์การให้คะแนน

7. การสัมภาษณ์

8. คุณภาพเครื่องมือ

9. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

9.1 งานวิจัยในประเทศ

9.2 งานวิจัยต่างประเทศ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ ได้กล่าวถึงรายละเอียดของหลักสูตรตามหัวข้อต่อไปนี้

#### วิสัยทัศน์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาผู้เรียนทุกคน ซึ่งเป็นกำลังของชาติให้เป็นมนุษย์ที่มีความสมดุลทั้งด้านร่างกาย ความรู้ คุณธรรม มีจิตสำนึกในความเป็นพลเมืองไทยและเป็นพลโลก ยึดมั่นในการปกครองตามระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็น

ประมุข มีความรู้และทักษะพื้นฐาน รวมทั้ง เจตคติ ที่จำเป็นต่อการศึกษาต่อ การประกอบอาชีพ และการศึกษาตลอดชีวิต โดยมุ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญบนพื้นฐานความเชื่อว่า ทุกคนสามารถ เรียนรู้และพัฒนาตนเองได้เต็มตามศักยภาพ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551 : 3)

#### หลักการ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มีหลักการที่สำคัญ ดังนี้

1. เป็นหลักสูตรการศึกษาเพื่อความเป็นเอกภาพของชาติ มีจุดหมายและมาตรฐาน การเรียนรู้ เป็นเป้าหมายสำหรับพัฒนาเด็กและเยาวชนให้มีความรู้ ทักษะ เจตคติ และ คุณธรรมบนพื้นฐาน ของความเป็นไทยควบคู่กับความเป็นสากล
2. เป็นหลักสูตรการศึกษาเพื่อปวงชน ที่ประชาชนทุกคนมีโอกาสได้รับการศึกษา อย่างเสมอภาค และมีคุณภาพ
3. เป็นหลักสูตรการศึกษาที่สนองการกระจายอำนาจ ให้สังคมมีส่วนร่วมใน การจัดการศึกษาให้สอดคล้องกับสภาพและความต้องการของท้องถิ่น
4. เป็นหลักสูตรการศึกษาที่มีโครงสร้างยืดหยุ่นทั้งด้านสาระการเรียนรู้ เวลา และการจัดการเรียนรู้
5. เป็นหลักสูตรการศึกษาที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ
6. เป็นหลักสูตรการศึกษาสำหรับการศึกษาในระบบ นอกระบบ และตาม

อริยาวัตร ครอบคลุมทุกกลุ่มเป้าหมาย สามารถเทียบโอนผลการเรียนรู้ และประสบการณ์

#### จุดหมาย

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้เป็นคนดี มีปัญญา มีความสุข มีศักยภาพในการศึกษาต่อ และประกอบอาชีพ จึงกำหนดเป็นจุดหมายเพื่อให้เกิด กับผู้เรียน เมื่อจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน ดังนี้

1. มีคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ เห็นคุณค่าของตนเอง มี วินัยและปฏิบัติตนตามหลักธรรมของพระพุทธศาสนา หรือศาสนาที่ตนนับถือ ยึดหลักปรัชญา ของเศรษฐกิจพอเพียง
2. มีความรู้ ความสามารถในการสื่อสาร การคิด การแก้ปัญหา การใช้ เทคโนโลยี และมีทักษะชีวิต
3. มีสุขภาพกายและสุขภาพจิตที่ดี มีสุขนิสัย และรักการออกกำลังกาย
4. มีความรักชาติ มีจิตสำนึกในความเป็นพลเมืองไทยและพลโลก ยึดมั่นในวิถี ชีวิตและการปกครองตามระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข

5. มีจิตสำนึกในการอนุรักษ์วัฒนธรรมและภูมิปัญญาไทย การอนุรักษ์และพัฒนาสิ่งแวดล้อม มีจิตสาธารณะที่มุ่งทำประโยชน์และสร้างสิ่งที่ดีงามในสังคม และอยู่ร่วมกันในสังคมอย่างมีความสุข

**สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน และคุณลักษณะอันพึงประสงค์**

ในการพัฒนาผู้เรียนตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งเน้นพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐานที่กำหนด ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ดังนี้

**สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน**

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญ 5 ประการ ดังนี้

1. ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเอง เพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ การเลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผลและความถูกต้อง ตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสาร ที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม

2. ความสามารถในการคิด เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้หรือสารสนเทศเพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคม ได้อย่างเหมาะสม

3. ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาและอุปสรรคต่างๆ ที่เผชิญ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสมบนพื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรมและข้อมูลสารสนเทศ เข้าใจความสัมพันธ์และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่าง ๆ ในสังคม แสวงหาความรู้ ประยุกต์ความรู้มาใช้ในการป้องกันและแก้ไขปัญหา และมีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพ โดยคำนึงถึงผลกระทบที่เกิดขึ้น ต่อตนเอง สังคมและสิ่งแวดล้อม

4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต เป็นความสามารถในการนำกระบวนการต่าง ๆ ไปใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวัน การเรียนรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง การทำงาน และอยู่ร่วมกันในสังคมด้วยการสร้างเสริมความสัมพันธ์อันดีระหว่างบุคคล การจัดการปัญหาและความขัดแย้งต่าง ๆ อย่างเหมาะสม การปรับตัวให้ทันกับการเปลี่ยนแปลงของ

สังคมและสภาพแวดล้อม และการรู้จักหลีกเลี่ยงพฤติกรรมไม่พึงประสงค์ที่ส่งผลกระทบต่อตนเองและผู้อื่น

5. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นความสามารถในการเลือก และใช้เทคโนโลยีด้านต่าง ๆ และมีทักษะกระบวนการทางเทคโนโลยี เพื่อการพัฒนาตนเองและสังคม ในด้านการเรียนรู้ การสื่อสาร การทำงาน การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ถูกต้อง เหมาะสม และมีคุณธรรม

#### คุณลักษณะอันพึงประสงค์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณลักษณะอันพึงประสงค์เพื่อให้สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นในสังคมได้อย่างมีความสุข ในฐานะเป็นพลเมืองไทย และพลโลก ดังนี้

1. รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์
2. ซื่อสัตย์สุจริต
3. มีวินัย
4. ใฝ่เรียนรู้
5. อยู่อย่างพอเพียง
6. มุ่งมั่นในการทำงาน
7. รักความเป็นไทย
8. มีจิตสาธารณะ

#### การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

#### ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

## เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ดังนี้

**จำนวนและการดำเนินการ:** ความคิดรวบยอดและความรู้ลึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

**การวัด:** ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัด ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

**เรขาคณิต:** รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนิยามภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

**พีชคณิต:** แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

**การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น:** การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูลค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่างๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

**ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์:** การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

## สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

### สาระที่ 2 จำนวนและการดำเนินการ

- มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง
- มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา
- มาตรฐาน ค 2.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา
- มาตรฐาน ค 2.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

### สาระที่ 2 การวัด

- มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด
- มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

### สาระที่ 3 เรขาคณิต

- มาตรฐาน ค 3.2 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
- มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึ่งภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และ ใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

### สาระที่ 4 พีชคณิต

- มาตรฐาน ค 4.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน
- มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

### สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

- มาตรฐาน ค 5.2 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล
- มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล
- มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

### สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

- มาตรฐาน ค 6.2 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์



### คุณภาพผู้เรียน

คุณภาพผู้เรียนเป็นเป้าหมายในการจัดการเรียนรู้การศึกษาขั้นพื้นฐานได้กำหนด  
คุณภาพผู้เรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เมื่อเรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดังนี้  
(กระทรวงศึกษาธิการ. 2551 : 56-57)

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน  
สัดส่วนร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวน  
จริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่  
สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับ  
จำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้
2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และปริมาตร  
ของปริซึมทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ  
เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตร ได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการ  
วัดไปใช้ในชีวิตจริงได้
3. สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วง  
เวียนและสันตรง อธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด  
ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้
4. มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้าย  
ของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้น  
ไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต  
(Geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน(Translation) การสะท้อน (Reflection) และ  
การหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้
5. สามารถนิยามและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
6. สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูปสถานการณ์หรือ  
ปัญหาและสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการ  
เชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟในการแก้ปัญหาได้
7. สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์  
กำหนดวิธีการศึกษาเก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูล โดยใช้แผนภูมิรูปร่างกลมหรือ  
รูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้
8. เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัชฐาน และฐานนิยมของ

ข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ

9. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

10. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตารางที่ 1 โครงสร้างรายวิชาระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน  
โรงเรียนนาข้าววิทยาคม พุทธศักราช 2551 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (แผนที่ 1)

ภาคเรียนที่ 1				ภาคเรียนที่ 2			
รายวิชา	ชม.	นก.	รายวิชา	ชม.	นก.		
ท 21101	สาระพื้นฐาน ภาษาไทย 1	60(3)	1.5	ท21102	สาระพื้นฐาน ภาษาไทย 2	60(3)	1.5
ค 21101	คณิตศาสตร์ 1	60(3)	1.5	ค21102	คณิตศาสตร์ 2	60(3)	1.5
ว 21101	วิทยาศาสตร์ 1	60(3)	1.5	ว21102	วิทยาศาสตร์ 2	60(3)	1.5
ส 21101	สังคมศึกษา	80(4)	2.0	ส21102	สังคมศึกษา	80(4)	2.0
พ 21101	สุขศึกษา และพลศึกษา 1	40(2)	1.0	พ21102	สุขศึกษา และพล ศึกษา 2	40(2)	1.0
ศ 21101	ศิลปะ 1	40(2)	1.0	ศ 21102	ศิลปะ 2	40(2)	1.0
ง 21101	การงานอาชีพ และเทคโนโลยี 1	40(2)	1.0	ง 21102	การงานอาชีพ และเทคโนโลยี 2	40(2)	1.0
อ 21101	ภาษาอังกฤษ 1	60(3)	1.5	อ 21102	ภาษาอังกฤษ 2	60(3)	1.5



ภาคเรียนที่ 1				ภาคเรียนที่ 2			
รายวิชา		ชม.	นก.	รายวิชา		ชม.	นก.
ค 21201	สาระเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เพิ่มเติม1	40(2)	1.0	ค21202	สาระเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เพิ่มเติม2	40(2)	1.0
ว 21201	สารเคมีใน ชีวิตประจำวัน 1	20(1)	0.5	ว21202	สารเคมีใน ชีวิตประจำวัน 2	20(1)	0.5
ท 21201	ภาษาไทย อ่าน- เขียน 1	20(1)	0.5	ท21201	ภาษาไทย อ่าน- เขียน 2	20(1)	0.5
อ 21201	ภาษาอังกฤษ อ่าน-เขียน 1 กิจกรรมพัฒนา ผู้เรียน	20(1)	0.5	อ21202	ภาษาอังกฤษ อ่าน-เขียน 2 กิจกรรมพัฒนา ผู้เรียน	20(1)	0.5
	กิจกรรมแนะแนว	20(1)	60		กิจกรรมแนะแนว	20(1)	60
	ลูกเสือ,เนตรนารี	20(1)			ลูกเสือ,เนตรนารี	20(1)	
	ยุวกาชาด				ยุวกาชาด		
	กิจกรรมชุมนุม	20(1)			กิจกรรมชุมนุม	20(1)	
	รวม	600 (30)	13.5		รวม	600 (30)	13.5
รวมเวลาเรียน 1200 ชั่วโมง / ปี							
	ประชุม	20(1)			ประชุม	20(1)	
	กิจกรรม	40(2)			กิจกรรมสาธารณะ	40(2)	
	สาธารณะ โยชน์				ประโยชน์		
	ค่าน้ำอึสระ	40(2)			ค่าน้ำอึสระ	40(2)	
	รวม	100 (5)			รวม	100 (5)	

### คำอธิบายรายวิชา

รหัสวิชา ค 21102 รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 จำนวนหน่วยกิต 1.5 เวลา 60 ชั่วโมง

ศึกษา ฝึกทักษะการคิดคำนวณ จัดการเรียนรู้โดยใช้ประสบการณ์หรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกิดขึ้นให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้า โดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน และฝึกทักษะ/กระบวนการในสาระต่อไปนี้

เศษส่วนและทศนิยม การเปรียบเทียบเศษส่วนและทศนิยม การบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วน ทศนิยม โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์เกี่ยวกับเศษส่วนและทศนิยม

การประมาณค่า การประมาณค่าในสถานการณ์ต่าง ๆ การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้การประมาณค่า

ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ ภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้านข้างและด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ การวาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ ภาพของรูปเรขาคณิตสองมิติที่เกิดจากการคลี่รูปเรขาคณิตสามมิติ

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การเขียนและการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแก้โจทย์ปัญหาสมการเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คู่อันดับและกราฟ คู่อันดับ กราฟและการนำไปใช้

โอกาสของเหตุการณ์ การหาโอกาสของเหตุการณ์ การนำไปใช้

เพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจ มีทักษะในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และสามารถนำไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบ ระเบียบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณและมีความเชื่อมั่นตนเอง

### ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.1/1 ,ค 1.2 ม.1/2-3 ,ค 1.3 ม.1/1 ,ค 3.1 ม.1/4 ,ค 3.1 ม.1/5 ,ค 3.1 ม.1/6 ,ค 4.1 ม.1/1 ,

ค 4.2 ม.1/1-5, ค 5.2 ม.1/1 ค 6.1 ม.1-3/1-6

รวม 20 ตัวชี้วัด

ตารางที่ 2 แบบบันทึกผลการจัดทำโครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานชั้น ม. 1

ชั้นเรียน/ ภาค	ชื่อหน่วย/สาระการเรียนรู้	มาตรฐาน การเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	จำนวน ชั่วโมง	คะแนน
ม.1/2	<p>1.เศษส่วนและทศนิยม</p> <p>1) การเขียนเศษส่วนด้วยทศนิยมและการเขียนทศนิยมซ้ำเป็นเศษส่วน</p> <p>2) การเปรียบเทียบเศษส่วนและทศนิยม</p> <p>3) การบวก ลบ คูณ หารเศษส่วนและทศนิยม</p> <p>4) โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนและทศนิยม</p> <p>2.การประมาณค่า</p> <p>1) การประมาณค่าในสถานการณ์ต่างๆ</p> <p>2) การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้การประมาณค่า</p> <p>3.คู่อันดับและกราฟ</p> <p>1) คู่อันดับ</p> <p>2) กราฟ</p> <p>3) การนำไปใช้</p> <p>4.สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว</p> <p>1) แบบรูปและความสัมพันธ์</p> <p>2)การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่าย</p> <p>3)การเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากสถานการณ์หรือปัญหา</p> <p>4) โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว</p>	<p>ค 1.1 ม. 1/1</p> <p>ค 1.2 ม.1/2</p> <p>ค 6.1ม.1-3/1-6</p> <p>ค 1.3.1/1</p> <p>ค 6.1ม.1-3/1-6</p> <p>ค 4.2 ม.1/4-5</p> <p>ค 6.1ม.1-3/1-6</p> <p>ค 1.2 ม.1/1</p> <p>ค 4.2 ม.1/2-3</p> <p>ค 6.1ม.1-3/1-6</p>	<p>18</p> <p>7</p> <p>8</p> <p>12</p> <p>10</p>	<p>30</p> <p>10</p> <p>15</p> <p>20</p> <p>15</p>

ชั้นเรียน/ ภาค	ชื่อหน่วย/สาระการเรียนรู้	มาตรฐาน การเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	จำนวน ชั่วโมง	คะแนน
	4) โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 5.ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ 1) ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ 2) ภาพที่ได้จากการมองด้านหน้า (front view) ด้านข้าง(side view) ด้านบน(top view)ของรูปเรขาคณิต 3) การวาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ 6.โอกาสของเหตุการณ์	ค 3.1 ม.1/4-6  ค 6.1ม.1-3/1-6		
	รวม		60	100

จากการศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สรุปได้ว่า การจัดการศึกษาตามหลักสูตรนี้มุ่งเน้นเพื่อเป็นทักษะพื้นฐานและเครื่องมือในการเรียนรู้สาระต่าง ๆ ตลอดจนพัฒนาความรู้ความสามารถของตนเอง มาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้นี้ เป็นมาตรฐานที่จำเป็นสำหรับทุกคน สำหรับสาระการเรียนรู้และตัวชี้วัด ของ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สถานศึกษาสามารถปรับให้สอดคล้องกับความสามารถและความสนใจของผู้เรียนในแต่ละชั้น ได้จากการพิจารณาในสาระและมาตรฐานการเรียนรู้

### มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

เพื่อให้เกิดความเข้าใจคำว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนชัดเจนขึ้น ขอกล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์และความหมายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อน ดังนี้

### ความหมายของมโนทัศน์

คำว่า Concept มีนักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ชื่อภาษาไทยไว้หลายชื่อแตกต่างกัน เช่น ใช้ชื่อว่า สังกัป มโนคติ มโนภาพ ความคิดรวบยอด หรือ มโนทัศน์ จะเห็นว่า มีคำหลายคำที่แปลความหมายมาจากคำว่า Concept สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยขอใช้คำว่า มโนทัศน์ เพื่อให้สอดคล้องกับเรื่องที่ทำกรวิจัย

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

มาโตรเรลลา; และคูเปอร์ (Martorella;& Cooper. 1986 : 33-186) ได้กล่าวถึง ความหมายของมโนทัศน์ไว้ สองความหมายในเวลาเดียวกันว่า

1. มโนทัศน์เป็นการลำดับชั้นของประสบการณ์ที่เป็นระเบียบ
2. มโนทัศน์เป็นข่ายงานของความเกี่ยวพันทางปัญญา ที่นำมาจัดลำดับชั้นหรือจัดประเภท ซึ่งไม่เพียงแต่จะจำแนกวัตถุเหตุการณ์ที่เราประสบ ถึงแม้เราจะเผชิญกับสิ่งใหม่ๆ หรือประสบการณ์เก่าๆเราจะนำความคิดรวบยอดทั้งเก่าและใหม่มาประสานสัมพันธ์ในการแก้ปัญหา

เอกเกน ; และ คอซาค (Eggen; &Kauchak. 1992 : 368) ได้ให้ความหมาย มโนทัศน์ว่า “มโนทัศน์มีลักษณะเป็นนามธรรม เป็นการจัดลำดับชั้นกลุ่มของวัตถุเหตุการณ์หรือความคิด”

สุรพันธ์ ต้นศรีวงษ์ (2538 : 105) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง แนวคิดของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่างๆ ซึ่งทำให้บุคคลนั้นสามารถสรุปรวมลักษณะเหมือนหรือแยกแยะลักษณะแตกต่างของคุณสมบัติของสิ่งของหรือเหตุการณ์นั้นๆ

สิริพร ทิพย์คง (2539 : 15) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ เป็นความคิดความเข้าใจที่สรุปรวมเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งอันเกิดจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นหลายๆแบบ จนสามารถสรุปให้นิยาม หรือคำจำกัดความของสิ่งนั้นได้

สุวิทย์ หิรัญยกานต์ (2540 : 51) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง เช่น เมื่อพูดคำว่า “ช้าง” เราจะมีความคิดเป็นมโนภาพว่าช้างมีงวง ขา ลำตัว หาง จนกระทั่งเป็นรูปช้างขึ้นมา

สุริยา รัตนพลทิ (2545 : 9) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า “ มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อันเกิดจากการได้รับประสบการณ์ที่เกี่ยวกับ

สิ่งนั้นๆหลายๆแบบแล้วใช้ลักษณะของสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันและสามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มเป็นพวกได้”

พรพินิต ยังฉิม (2546 : 9) ได้ให้ความหมายว่า “มโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนที่เข้าใจลักษณะร่วมกัน สามารถจำแนกหรือสรุปรวมเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้ซึ่งเกิดจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นๆ”

บุญยงษ์ กุลเพชร (2552 : 8) ได้ให้ความหมาย “มโนทัศน์” หมายถึง ความรู้ความเข้าใจ ความคิดที่ได้รับจากประสบการณ์ต่างๆแล้วสามารถสรุปและแยกประเภทความสัมพันธ์ของเรื่องต่างๆเหล่านั้นเป็นหมวดหมู่ได้ และสามารถนำความรู้ความเข้าใจที่ได้รับนั้นไปใช้แก้ปัญหาตามสถานการณ์ต่างๆได้อย่างถูกต้อง

จากการศึกษาความหมายของมโนทัศน์สรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจในข้อสรุปสุดท้ายที่เกี่ยวกับสิ่งหนึ่งสิ่งใดหรือสถานการณ์ ซึ่งอาจเป็นนามธรรมหรือรูปธรรมที่เกิดจากการได้รับประสบการณ์ มาประมวล และแยกเป็นกลุ่มได้

#### ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีผู้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะดังนี้

ขงยศ พุทธิให้ (2543 : 12) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นความคิดขั้นสุดท้ายซึ่งเป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

สุริยา รัตนพลที (2545 : 13) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นความคิดขั้นสุดท้ายซึ่งเป็นการสรุปกฎเกณฑ์ นิยามหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ อันเกิดจากประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นซึ่งมีอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

พรพินิต ยังฉิม (2546 : 10) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นข้อสรุปที่ได้รับการได้รับประสบการณ์ ซึ่งข้อสรุปนี้นำไปสู่ความสามารถในการจำแนก หรือจัดกลุ่มของสิ่งต่างๆและนำไปใช้ในวิชาคณิตศาสตร์

บุญยงษ์ กุลเพชร (2552 : 9) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความเข้าใจ ความคิดทางการเรียนคณิตศาสตร์ อันเกิดจากการที่ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ต่างๆแล้วสามารถสรุปและแยกประเภทความสัมพันธ์ของเรื่องต่างๆเหล่านั้น เป็นกฎนิยาม หรือ คำจำกัดความที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ความเข้าใจที่ได้รับนั้น ไปใช้แก้ปัญหาตามสถานการณ์ต่างๆได้ถูกต้อง

จากความหมายข้างต้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ข้อสรุปความรู้ ความเข้าใจที่ได้รับจากการเรียนคณิตศาสตร์ แล้วสรุปแยกประเภทของความสัมพันธ์



ต่างๆเป็นกฎนิยาม หรือคำจำกัดความที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้นั้นไปใช้ในการปัญหาตามสถานการณ์ต่างๆได้

### มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นคำที่มาจากภาษาอังกฤษกับคำว่า Misconceptions และมีคำอื่นที่มีความหมายใกล้เคียงกัน เช่น naïve conception (Graber an Camp. 1993 : 408) หรือ alternativ conceptions (Schmidt. 1997 : 123 citing gabel & Bunce. 1994 : 305 ; Griffiths.1994; Nakleh. 1992; Wandersee. Et.A1.1994 : 179) ซึ่งนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

ชมิคท์ (Schmidt. 1997 : 123 ) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึงความคิดที่แตกต่างไปจากคำจำกัดความที่ได้รับการยอมรับจากผู้เชี่ยวชาญ

ไมวโซวิทซ์ และคณะ (Movshovitz and others, 1987: 4-17 ; อ้างอิงมาจากใน ไข่มุก เลื่องสุนทร. 2552 : 4) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้ว่า

1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
  - 1.1 ละเลยการใช้ข้อมูลที่ทำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา
  - 1.2 ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ
  - 1.3 ลัดลอกโจทย์ผิด
2. ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
3. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
  - 3.1 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ
  - 3.2 จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด
4. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
  - 4.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ
  - 4.2 ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก

5. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

ดริวส์ (Drews .2005 : 11-17) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความเชื่อ และความเข้าใจที่ได้มาจากแนวความคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จึงเป็นแนวคิดและความรู้ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับ โดยทั่วไป มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดขึ้นก่อนหรือระหว่างการเรียนรู้ โดยที่นักเรียน มักจะไม่รู้ว่าตนเองมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างไร และครูเองก็ไม่มีเวลาพอที่จะวินิจฉัย นักเรียนเป็นรายบุคคลได้ทุกๆเนื้อหา หรือทุกๆทักษะ

แอส ลอค (Ashlock, R.B. 2010 : 121) ได้ให้ความหมายว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง การเข้าใจผิดอาจจะเกิดความผิดพลาดของกฎ หรือตามลักษณะทั่วไปหรือผลของการ ตีความที่สอดคล้องทางเลือกของความคิดทางคณิตศาสตร์ เด็กยังมีบางสิ่งที่ยังไม่ได้เข้าใจอย่าง ชัดเจน เกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ทวิวรรณ ทองนวล (2545 : 17) ได้ให้ความหมายมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ว่าหมายถึง ความคิดและความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งเกิดจากการได้รับประสบการณ์หรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง โดยจะสะท้อนออกมาในการใช้รูปแบบหรือวิธีคิดที่ผิด

ไข่มุก เลื่องสุนทร (2552 : 19) ได้ให้ความหมายมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ว่าหมายถึง ความคิดสำคัญหรือความคิดรวบยอดที่แตกต่างไปจากความเป็นจริง และเป็นความคิดที่ต่างไป จากแนวคิดที่ได้รับการยอมรับกันในสังคม อาจได้มาจากประสบการณ์ที่ไม่ถูกต้อง ไม่ชัดเจน ของแต่ละบุคคล

บุญยงษ์ กุลเพชร (2552 : 19) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความรู้ความ เข้าใจในการเรียนรู้ของผู้เรียนที่ไม่ถูกต้อง ผิดพลาดจากความจริง จึงส่งผลให้นักเรียน ไม่สามารถ ศึกษาในระดับสูงได้ถูกต้อง

จากความหมายมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังที่กล่าวมาแล้วมาสรุปได้ว่า มโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนหมายถึง ความคิดความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง ความเข้าใจผิดอันเนื่องมาจากการรับรู้ จากประสบการณ์ และความรู้ที่ไม่สมบูรณ์และคลุมเครือ

**ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน**

นักการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

ฟิชเชอร์ (Fisher. 1985 : 53-54) กล่าวถึง ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

1. เป็นลักษณะที่แปรเปลี่ยน ไปจากมโนทัศน์ของผู้เชี่ยวชาญในสาขานั้น

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเพียงเรื่องเดียวหรือเล็กน้อยมีแนวโน้มที่จะขยายออกได้
3. มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจำนวนมากที่ยากต่อการเปลี่ยนแปลงหากผู้สอนยังใช้

วิธีสอนแบบเดิม

ทรูแรน (Truran.1987 : 92) จากการศึกษาวิจัยลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้น นักเรียนจะมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในรูปแบบลักษณะที่แตกต่างกันไปในแต่ละเนื้อหาวิชาที่ได้ทำการศึกษา คือ ระดับความผิดพลาด มี 9 ระดับคือ คือ รูปแบบของคำถาม การอ่านคำถาม ความเข้าใจใจคำถาม ยุทธวิธีในการเลือกใช้ความรู้และทักษะการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ การเสนอคำตอบ ความผิดพลาดที่ไม่ระบุสาเหตุที่แน่นอนได้เนื่องจากการขาดความระมัดระวัง ความผิดพลาดที่ครูจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

มีนักศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้ การที่นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้นอาจเนื่องมาจากสาเหตุหลายประการ ไม่ใช่เพียงประสบการณ์ในโรงเรียนเท่านั้น แต่อาจจะเกิดจากคำอธิบายของผู้ใหญ่ที่ยังไม่เข้าใจในมโนทัศน์นั้นๆดีพอ จึงทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจผิด โดยรู้เท่าไม่ถึงการณ์

เจ็วแกว (Kiokaew .1988 : 15-18) กล่าวว่า สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้น มี 4 สาเหตุที่สำคัญ คือ ในส่วนของตำราเรียน ตำราเรียนบางเล่มนำเสนอข้อมูลหรือความหมายในบางเรื่องไม่ชัดเจน ทำให้นักเรียนบางส่วนคิดหรือตีความหมายขึ้นมาเอง การพัฒนาการทางด้านสติปัญญาของนักเรียน ในการที่นักเรียนจะศึกษามโนทัศน์ในบางเรื่องให้เข้าใจทั้งหมด จะต้องอาศัยวุฒิภาวะและพัฒนาการทางด้านสติปัญญาในระดับหนึ่ง ซึ่งถ้าวุฒิภาวะและการพัฒนาทางสติปัญญายังไม่เพียงพอก็จะทำให้ไม่สามารถทำความเข้าใจในเรื่องนั้นๆได้หรือเข้าใจได้เพียงบางส่วนบางส่วนก็คลาดเคลื่อนไป ด้านภาษา นักเรียนมักจะนำภาษาที่ใช้ในชีวิตประจำวันมาปะปนกับศัพท์เฉพาะทาง คำบางคำที่ใช้ในชีวิตประจำวันกับที่ใช้ในทางคณิตศาสตร์ใช้คำเดียวกันแต่ตีความหมายไม่เหมือนกัน นักเรียนมักนำคำที่ใช้ทางคณิตศาสตร์จึงทำให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และสาเหตุสุดท้ายคือ ครู ครูบางคนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในบางเรื่อง จึงทำให้นักเรียนได้รับการถ่ายทอดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องนั้นๆจากครูต่ออีกทอดหนึ่ง สเวน (Swan . 2001 : 148-150) การที่นักเรียนจะเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน อาจเนื่องมาจากสาเหตุหลายๆประการ เช่นการได้รับความรู้จากครูที่ไม่มีความเข้าใจเพียงพอในมโนทัศน์ที่สอนหรืออาจจะเกิดจากที่นักเรียนศึกษาจากตำราเรียนที่ให้ความรู้ไม่ชัดเจนข้ามขั้นตอนวิธีทำ แล้วนักเรียนสร้างภาพมโนทัศน์ขึ้นเอง

เพื่อให้สอดคล้องกับตำราที่อ่าน และเพื่อให้เข้าใจมากยิ่งขึ้นนักเรียนบางคนสร้างภาษาหรือคำศัพท์เฉพาะซึ่งอาจบิดเบือนไปจากความเป็นจริงของเนื้อหาความรู้ เพื่อความสะดวกต่อการจดจำลักษณะที่สำคัญไปใช้ได้ ดังนั้นถ้าครูผู้สอนศึกษาถึงข้อบกพร่องในการทำความเข้าใจในความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่ว่าจะเป็นเนื้อหาใดก็ตามสำหรับนักเรียนแต่ละคนได้ จะเป็นสิ่งสำคัญยิ่งในการที่ครูผู้สอนจะนำผลที่ได้จากการศึกษามาปรับปรุงแก้ไขระบบการเรียนการสอนของตนเองให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ซึ่งจะเป็นประโยชน์ทั้งต่อตัวครู นักเรียน รวมไปถึงผู้ปกครอง และผู้ที่เกี่ยวข้อง (Orton and Frobisher. 2005 : 324-325) ในการสอนคณิตศาสตร์ครูผู้สอนมักประสบปัญหาเรื่องผู้เรียนมีข้อบกพร่องหรือมีสิ่งที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียน ด้วยเหตุนี้จึงเป็นสาเหตุสำคัญในการตรวจสอบความเข้าใจพื้นฐานของนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดตรงจุดใด อย่างไร เพื่อนำผลมาวิเคราะห์หาสาเหตุ วางแผนแก้ไขให้กับนักเรียนและการพัฒนาประเทศอย่างยั่งยืนนั้น จำเป็นต้องมีผลเมืองที่ถึงพร้อมด้วยความรู้ ความสามารถและใจรักในวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี แต่เยาวชนไทยจำนวนไม่น้อยมีทัศนคติ ในทางลบต่อวิชาคณิตศาสตร์ ส่งผลต่ออนาคตในภาพรวมของชาติอย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ เหตุสำคัญ ประการหนึ่งของการไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ เพราะการมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาด ที่เพิ่มพูน สะสม โดยที่นักเรียนไม่รู้ตัวและแก้ไขได้ยากขึ้นตามลำดับ

ศุภลักษณ์ ทองสนธิ (2537 : 19) ได้สรุปสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมีสาเหตุมาจากตำราเรียนไม่ชัดเจน เนื้อหาที่เป็นนามธรรม ครูผู้สอนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน รวมทั้งสาเหตุจากตัวนักเรียนเกี่ยวกับพัฒนาการทางด้านสติปัญญา ความรู้เดิมตลอดจนความสับสนเกี่ยวกับความหมายของคำที่ใช้ในชีวิตประจำวันกับคำที่เป็นศัพท์ทางวิชาการ

นภาพร แถวโนนจิว (2537 : 31) ได้สรุปสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ว่า เกิดจากความเชื่อตามผู้ทรงคุณวุฒิ หรือนักปรัชญาในอดีต เนื้อหาที่ค่อนข้างเป็นนามธรรมทำให้เกิดการจินตนาการที่ผิด ตำราเรียนที่เขียนไม่ชัดเจน หรือให้ความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความแตกต่างระหว่างภาษาที่ใช้ในเชิงวิชาการกับที่ใช้ในชีวิตประจำวัน วุฒิภาวะและพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียนและการอธิบายของครูผู้สอนไม่ชัดเจน

ศิริลี ส่งบุญ (2538 : บทคัดย่อ) สรุปสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาวิทยาศาสตร์ไว้ดังนี้

### 1. สอนของครูไม่ชัดเจน

2. ครูมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
3. ความรู้ ความเข้าใจเดิมของนักเรียนคลาดเคลื่อน
4. นักเรียนเข้าใจความหมายของคำบางคำผิดพลาด โดยนำคำที่ใช้ใน

ชีวิตประจำวันใช้แทนศัพท์เฉพาะทางวิทยาศาสตร์

5. ตำราบางเล่มเขียนไม่ชัดเจนการ
6. นักเรียนขาดประสบการณ์ตรง

ศิริเดช สุชีวะ (2538 : 15) ได้สรุปสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดจากความเชื่อตามผู้ทรงคุณวุฒิในอดีตเนื้อหาที่ค่อนข้างเป็นนามธรรมทำให้เกิดจินตนาการที่ผิด ตำราเรียนที่เขียนไม่ชัดเจนหรือให้ความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ปัญหาเรื่องภาษาและสัญลักษณ์ วุฒิภาวะและพัฒนาการทางปัญญาของผู้เรียน ตลอดจนตัวผู้สอนเอง

ทัศนีย์ คงบุญ (2544 : บทคัดย่อ) ได้สรุปถึงสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

1. ครูสอนไม่ชัดเจน
2. นักเรียนสรุปเอาตามความเข้าใจของตนเอง
3. นักเรียนไม่เข้าใจภาษาที่สื่อสารและสัญลักษณ์
4. นักเรียนขาดประสบการณ์ตรง
5. นักเรียนเชื่อตามผู้อื่นที่นักเรียนให้ความเชื่อถือ
6. ตำราเรียนมีเนื้อหาเป็นนามธรรม

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ดังนี้

1. ตำรา ผู้เรียนจะเรียนรู้มโนทัศน์จากตัวอย่าง
2. ผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานความรู้เดิมน้อย
3. ครูมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเนื้อหา ขาดการเตรียมการสอน การลำดับเนื้อหา และใช้วิธีสอนที่ไม่เหมาะสม

4. ภาษา บางครั้งความหมายของคำที่ใช้ในชีวิตประจำวันแตกต่างจากความหมายที่ใช้ในสาขานั้นๆ

ประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ไพน์ส; และ เวสต์ (Pines; & West. 1983 : 47-51) ได้แบ่งมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนออกเป็น 3 ประเภทตามสถานการณ์การเรียนรู้ที่แตกต่างกัน 3 รูปแบบดังนี้



1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอันเกิดจากสถานการณ์ที่ขัดแย้ง (Misconception derived from conflict learning situation) แบ่งตามขั้นตอนของการเกิดได้ 3 ระยะคือ

1.1 ระยะของการรับรู้ (Awareness phase) ครูจะต้องจัดเตรียมกิจกรรมต่างๆ อันเป็นการชักนำสิ่งที่มีอยู่ในตัวนักเรียนให้ปรากฏออกมา ครูต้องทุ่มเวลาให้กับช่วงนี้ เนื่องจากนักเรียนจะเสาะหาทำความเข้าใจกับความรู้ใหม่ๆ ภายในขอบเขตของตนเอง และเมื่อไม่พบสิ่งที่พอใจสำหรับเขาเองก่อให้เกิดแนวความคิดที่ผิดพลาดขึ้นได้ ครูจะต้องหาทางแก้ไขความคิดที่ผิดๆนี้

1.2 ระยะของการไม่สมดุล (Disequilibrium)

1.3 ระยะจัดระบบใหม่ (Reformulation phase)

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอันเกิดจากสถานการณ์ที่สอดคล้องกัน (Misconception derived from congruent learning situation) เช่น การขยายความหมายของคำแบบการหยั่งรู้ (Intuitive meaning) สู่ความหมายใหม่ (New meaning) หรือการละทิ้งบางแง่มุมของความหมายของการหยั่งรู้เพื่อคงไว้ซึ่งแง่มุมใหม่ที่ตนพอใจ ก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความหมายของการหยั่งรู้เพื่อคงไว้ซึ่งแง่มุมใหม่ที่ตนพอใจ ก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความหมายของคำอันกลายเป็นปรากฏการณ์ธรรมดาของเด็กๆ เช่น มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับกระบวนการสังเคราะห์แสงและอาหารของพืชซึ่งนักเรียนจะนำความหมายของคำว่าอาหาร โดยทั่วไปไปเชื่อมโยงกับความหมายของคำว่าแหล่งอาหารของพืช ทำให้เกิดความสับสนและเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่าอาหารของพืชมาจากการพืชดูดอาหารจากดิน

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอันเกิดจากสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์ (Misconception derived from a symbolic knowledge situation) ความรู้จากสัญลักษณ์ต่างๆ นี้เห็นได้ชัดในวิชาเคมี เช่น ความรู้เกี่ยวกับปฏิกิริยาของเบนซีนและอนุพันธ์ต่างๆ ของเบนซีน ปฏิกิริยาโบรินเนชันหรือสารประกอบบอโรเมติก เหล่านี้เป็นต้นนักเรียนไม่สามารถมองเห็นภาพจริงของปฏิกิริยาและสารประกอบเหล่านี้ไม่สามารถทำสมบัติของมวลให้มาสัมพันธ์กับสมบัติของโมเลกุลได้ กล่าวโดยสรุปคือนักเรียนไม่สามารถนำความรู้จากสัญลักษณ์ (Symbolic knowledge) ให้มาสัมพันธ์กับความรู้จริง (Real world knowledge) ได้

ปุลยนิช กุลเพชร (2552 : 20) ได้จำแนกมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 3 ประเภท คือ

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดจากสถานการณ์ที่เกิดการขัดแย้งกัน
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดจากสถานการณ์ที่สอดคล้อง คล้ายคลึงกัน
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดจากสถานการณ์การเรียนรู้ที่ใช้สัญลักษณ์ หรือ



สถานการณ์ที่เป็นนามธรรม

จากการศึกษาประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน สรุปได้ว่า “มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบ่งได้เป็น สถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน สถานการณ์ที่สอดคล้องกัน และสถานการณ์การเรียนรู้ที่เป็นนามธรรม

## ข้อผิดพลาด

### ความหมาย

ข้อผิดพลาด หรือข้อบกพร่อง ตรงกับคำในภาษาอังกฤษว่า (Error) และมีคำอื่นที่มีความหมายใกล้เคียงกัน เช่น Error code ,Error correcting code , error message , error rate (ศุภการณ์ สว่างเมืองวรกุล . 2552 : 6) มีการใช้คำแทนคำว่าข้อผิดพลาดได้หลายคำ เช่น ความผิดพลาด ข้อบกพร่อง ความคลาดเคลื่อน เป็นต้น ความผิดพลาด คือ ผลของการเข้าใจผิด ความประมาท การขาดข้อความสัญลักษณ์ ประสบการณ์ที่เกี่ยวข้อง หรือความรู้เกี่ยวกับหัวข้อทางคณิตศาสตร์ การขาดแนวคิดเกี่ยวกับวัตถุประสงค์การเรียนรู้ความตระหนักถึงคำตอบหรือการตรวจสอบคำตอบว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ และมีผู้ให้ความหมายของข้อผิดพลาดไว้ดังนี้

นิวแมน (Newma. 1977 ; อ้างอิงมาจาก Marinas and Clements. 1990 : 15) ได้ให้ความหมายของความผิดพลาด หมายถึง สาเหตุที่เป็นปัญหา หรืออุปสรรค ที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จ

โกลด์แมน (Golman,J. 1996 : 239 ; อ้างอิงมาจาก ศุภการณ์ สว่างเมืองวรกุล. 2552 : 6) ได้ให้ความหมายข้อบกพร่อง หรือข้อผิดพลาดหมายถึง การขาดแคลนบางสิ่งบางอย่างที่ต้องการความสมบูรณ์

คาร์ณี คำแหง (2533 : 6) ได้ให้ความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ว่า ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์หมายถึง ข้อผิดพลาดหรือสาเหตุที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หรือไม่สามารถเรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

อริญ ชุขกระเดื่อง (2533 : 9) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ความคลาดเคลื่อน คือ ความผิดพลาด ความเชื่อที่ผิด ความเห็นที่ผิดกระทำที่ผิด หรือทำไม่ถูกเกิดข้อผิดพลาด

ดริวส์ (Drews, D. 2005 : 14) ได้ให้ความหมายของข้อผิดพลาด ว่าหมายถึง การขาดความระมัดระวังหรือการสะเพร่า หรือ การแปลความของสัญลักษณ์หรือข้อความในตำราทางคณิตศาสตร์ผิด รวมทั้งการขาดประสบการณ์ที่เกี่ยวข้อง หรือ หรือขาดความรู้ หรือขาดความ

เข้าใจในวัตถุประสงค์ของการเรียนการที่สัมพันธ์กับเนื้อหาที่กำลังเรียนหรือ การขาดความตระหนัก หรือขาดความสามารถในการตรวจคำตอบ หรืออาจจะเป็นผลที่เกิดจากความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเป็นต้น

วรนุช มาตระกูล ( 2551 : 16 ) ได้ให้ความหมาย ข้อผิดพลาดว่า หมายถึงปัญหาหรืออุปสรรคที่เป็นส่วนทำให้การเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนไม่ประสบผลสำเร็จ

เอชล็อก ( Ashlock. 2010 : 18) กล่าวว่า ข้อผิดพลาดเกิดจากการขาดความใส่ใจ พลาดที่จะจดจำประเด็นสำคัญ หรือการให้เหตุผลที่ขาดการไตร่ตรอง การได้รับข้อมูลมากเกินไปจนไม่สามารถจัดระบบความจำได้ สาเหตุเหล่านี้เป็นสิ่งที่นักเรียนมองเห็นทางแก้ไข จึงไม่ใช่อุปสรรคต่อการเรียนรู้

<https://www.ncetm.org.uk/mathemapedia/Misconceptions>. (Retrieved July 20,2010)  
กล่าวถึงข้อผิดพลาดที่เกิดจากการที่ครูให้ประสบการณ์การเรียนรู้ที่ไม่เหมาะสมกับวัยและวุฒิภาวะ ตลอดจนพัฒนาการทางปัญญาของผู้เรียนทำให้เกิดการสับสนและสงสัยและเข้าใจผิด หรือข้อผิดพลาดอาจเกิดจากการใช้สื่ออุปกรณ์ในบริบทที่ไม่เหมาะสมทำให้นักเรียนเกิดความสับสน ไม่แน่ใจ และเข้าใจผิด

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ข้อผิดพลาดหมายถึง ผลการทำแบบทดสอบที่เกิดจากการขาดความระมัดระวัง ขาดความรอบคอบ ขาดความตระหนัก หรือขาดประสบการณ์ที่สัมพันธ์หรือแปลความสัญลักษณ์หรือความผิดพลาดด้วยขาดประสบการณ์หรือความรู้  
ลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์

สรุปรูปลักษณะข้อผิดพลาดทางการเรียน โดยขยายทฤษฎีของนิวแมน (Newman. 1983 ; อ้างอิงมาจาก Truran. 1987 : 92) ในการหาสาเหตุที่คิดและแบ่งระดับความผิดพลาดที่นักเรียนทำไว้ 9 ด้าน คือ

1. รูปแบบของคำถาม
2. การอ่านคำถาม
3. ความเข้าใจในคำตอบ
4. กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้
5. ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้
6. ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้
7. การเสนอคำตอบ
8. ความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้เนื่องจากขาดความ

## ระมัดระวัง

9. ความผิดพลาดซึ่งครูจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

โมฟโซวิทซ์ - ฮาดาร์, ซาฟสลาฟสกี และ อินบาร์ (Movshovitz – Hadar, Zaslavsky & Inbar. 1987 : 3 - 14) ซึ่งวิเคราะห์ข้อผิดพลาดของนักเรียนในวิชาพีชคณิตและจัดกลุ่มข้อผิดพลาดได้ 6 ด้านดังนี้

1. การใช้ข้อมูลผิด
2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา
3. การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์
4. การบิดเบือนทฤษฎีและนิยาม
5. ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา
6. ความผิดพลาดในเทคนิคการทำ

แบนโด และคนอื่นๆ (Blando; et al. 1989 : 301 – 308) ได้สรุปข้อผิดพลาดทางการเรียนเลขคณิตไว้ 4 ด้าน คือ

1. ความผิดพลาดในการมีลำดับความสำคัญมากกว่าหรือการมีลำดับขั้นตอน เช่น บวกก่อนคูณ บวกก่อนหาร ลบก่อนหาร ละเลยความสำคัญของวงเล็บ เป็นต้น

2. ความผิดพลาดอื่นๆ เช่น การปฏิเสธที่จะแก้ปัญหา

3. ความผิดพลาดอื่นๆ เช่น การปฏิบัติที่จะแก้ปัญหา

4. ความผิดพลาดที่ไม่มีรูปแบบแน่นอนเนื่องจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ เช่น ขาดความระมัดระวังในการบวก (บวกผิด) เป็นต้น

ยงยศ พุทธิให้ (2543 : 19) ได้สรุปลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า อาจเกิดมาจากครูและนักเรียน ข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์จากครูเนื่องมาจาก รูปแบบคำถาม การใช้ภาษาการให้ข้อมูลผิดพลาด เป็นต้น ส่วนข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์จากนักเรียนมีด้วยกันหลายสาเหตุ เช่น การอ่านคำถาม ความเข้าใจในคำถาม กลยุทธ์และทักษะในการเลือกใช้ความรู้ การบิดเบือนทฤษฎีและนิยาม ขาดความระมัดระวังในการคำนวณ เป็นต้น

สุริยา รัตนพลที (2545 : 15) ได้สรุปลักษณะข้อผิดพลาดทางเรขาคณิตศาสตร์ไว้ว่า อาจเกิดมาจากครูและนักเรียน ลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์จากครูเนื่องมาจาก การใช้ภาษา การใช้คำถาม การให้ข้อมูลผิดพลาด เช่น การอธิบายหรือการให้นิยามโดยการตัดข้อความบางตอนออกเพื่อให้สั้นและกะทัดรัดจนทำให้ความหมายผิดไปจากเดิม เป็นต้น ส่วนลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดจากตัวนักเรียนเนื่องมาจากการขาดประสบการณ์ การรับรู้

ข้อมูลที่ผิดพลาด ความจำคลาดเคลื่อน และมีการหาเหตุผลที่ผิดพลาด (ซึ่งอาจเนื่องมาจากลักษณะส่วนตัวของผู้นั้น เช่น มีความลำเอียงหรือมีความคิดเห็นเอนเอียงไปด้านใดด้านหนึ่ง หรือเพราะความไม่รอบคอบ หรือมีข้อมูลน้อยเกินไป) จึงทำให้สรุปข้อมูลที่ได้มาอย่างไม่ถูกต้อง

บุญนุช กุลเพชร (2552 : 21) ได้สรุปว่าลักษณะของข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์มีสาเหตุมาจากหลายด้านกล่าวคือ อาจเกิดจากตัวผู้เรียนเองคือ อ่านคำถามไม่เข้าใจ เข้าใจคำถามผิดจากที่ครูถาม ไม่เข้าใจสัญลักษณ์ หรือการใช้คำถามในรูปธรรม เช่น ไม่เข้าใจกฎนิยาม สูตร เป็นต้น หรือบางครั้งครูผู้สอนเองทำให้ผู้เรียนเกิดข้อผิดพลาดทางการเรียน

จากการศึกษา พบว่าลักษณะข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์เกิดจากหลายสาเหตุ เช่น อาจเกิดจาก ตัวผู้สอน ผู้เรียน หรือ หนังสือตำราเรียน การใช้คำถาม การอธิบาย การใช้ภาษาของครูและเทคนิควิธี รวมทั้งการนำเสนอสื่อของครูก็อาจเป็นสาเหตุหนึ่ง หรือ การขาดความระมัดระวัง ขาดความรอบคอบ ขาดความตระหนัก เข้าใจคลาดเคลื่อน ขาดประสบการณ์ อ่านคำถามไม่เข้าใจของนักเรียน หรือ การนำเสนอเนื้อหาในหนังสือ เอกสาร ตำราที่ใช้ภาษาวากวน ข้อมูลผิดพลาด การขาดการตรวจสอบเนื้อหา ก็สามารถเป็นสาเหตุของข้อผิดพลาดได้ เช่นเดียวกัน

#### ประเภทของความผิดพลาด

พรพิมล ยังฉิม (2546 : 18) ได้สรุปว่า ประเภทของความผิดพลาดที่ผิดพลาด แบ่งตามสถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน สถานการณ์ที่สอดคล้องกัน และสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์ไม่สามารถมองเห็นภาพจริงได้ และไม่มีการวัดใดที่มีความถูกต้องสมบูรณ์แบบไม่ว่าอย่างไรก็ตามการวัดจะต้องมีความผิดพลาดอยู่เสมอ ความผิดพลาดแบ่งออกได้เป็น 3 แบบหลักๆ คือ

1. ความผิดพลาดบุคคล (Human Error)
2. ความผิดพลาดระบบ (Systematic Error)
3. ความผิดพลาดไม่แน่นอน (Random Error)

ความผิดพลาดบุคคล (Human Error)

สาเหตุ : ส่วนใหญ่มาจากบุคคลผู้ทำการวัดเอง เช่น การอ่านค่าผิด, การปรับแต่งหรือใช้เครื่องมือผิดหรือการคำนวณผิด

การป้องกัน : แก้ไขหรือทำให้ลดลง ได้โดยการศึกษาเครื่องมือวัดให้เข้าใจ และใช้อย่างถูกต้อง

ความผิดพลาดระบบ (Systematic Error) แบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ

Instrument Error : เป็นข้อบกพร่องของเครื่องมือวัด

Environment Error : เกิดจากสภาพแวดล้อมที่ทำการวัด

ความผิดพลาดในเครื่องมือ (Instrument Error)

สาเหตุ : ความผิดพลาดจากชิ้นส่วนทางกายภาพ เช่น ทางกล ไกล่กหรือ หรือผิด, ความผิดปกติของสปริง หรือคุณสมบัติของวัสดุประกอบ

การป้องกัน : เลือกเครื่องมือวัด ที่เหมาะสมกับการวัด, ใส่ค่า Factor หรือ Weight เพื่อชดเชยค่าที่เบี่ยงเบนไป และปรับเทียบมาตรฐาน (Calibrate)

ความผิดพลาดจากสิ่งแวดล้อม (Environment Error)

สาเหตุ : จากเงื่อนไขภายนอก เช่น การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ, ความชื้น, ความกดอากาศ, สนามแม่เหล็ก หรือสนามไฟฟ้า

การป้องกัน : วัดในห้องที่มีการปรับอุณหภูมิ, ผนึกเครื่องมือวัดอย่างแน่นหนา เพื่อป้องกันความชื้น และห่อหุ้มด้วยวัสดุที่ป้องกันสนามแม่เหล็ก

ความผิดพลาดไม่แน่นอน (Random Error)

สาเหตุ : ไม่สามารถบอกสาเหตุที่แน่นอนได้ การวัดสิ่งเดียวกันหลายครั้งได้ค่าแตกต่างกันไป แม้เครื่องมือวัดจะถูกปรับแต่งอย่างดี และใช้งานภายใต้สิ่งแวดล้อมที่เหมาะสมก็ตาม

การป้องกัน : เพิ่มจำนวนครั้งในการวัดแล้วหาค่าเฉลี่ยทางสถิติ เพื่อให้ได้ค่าประมาณที่จัดว่าเป็นค่าที่ดีที่สุด

รูปแบบข้อผิดพลาด มี 3 แบบคือ

1. Syntax Error คือ ข้อผิดพลาดจากการใช้ไวยากรณ์ภาษาที่ผิด หรือ อาจเกิดจากการสะกดคำผิด

2. Run-time Error คือ ข้อผิดพลาดในระหว่างการปฏิบัติงาน(Execution) มักเกิดจากความไม่รู้เท่าไม่ถึงการณ์

3. Logical Error คือ ข้อผิดพลาดที่หาและแก้ได้ยากที่สุด ต้องทำการไล่โปรแกรมทีละคำสั่งเพื่อหาข้อผิดพลาดนั้น

วิธีการตรวจสอบข้อผิดพลาด มีดังนี้

1. การตรวจสอบด้วยตนเอง (Self Checking) เขียนโปรแกรมลงกระดาษแล้วไล่เช็คตรวจสอบการทำงานทีละขั้นด้วยตนเองว่าจะมีการทำงานที่ถูกต้องตามความต้องการ



หรือไม่

2. ตรวจสอบด้วยการแปล โปรแกรม (Translating) การแปลเป็นภาษาเครื่อง  
ตรวจสอบข้อผิดพลาดของ โปรแกรม

จากการศึกษาสรุปได้ว่า ข้อผิดพลาดหมายถึง การที่นักเรียนขาดความระมัดระวัง  
ขาดประสบการณ์ที่สัมพันธ์ ขาดความตระหนัก แปลความสัญลักษณ์ เนื้อหาผิดพลาดด้วยขาด  
ประสบการณ์ ขาดความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์

### การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (Analysis of misconceptions  
and errors) มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด  
ดังนี้

โมวัโซวิทซ์ และคณะ (Movshovitz and others. 1987 : 4-17) กล่าวว่า การวิเคราะห์  
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด มีทั้งหมด 5 ด้าน และมีการรวมด้านย่อยๆ เพื่อให้การ  
วิเคราะห์ข้อมูลมีความชัดเจน เหมาะสมกับเนื้อหา ระดับชั้นของนักเรียน และบริบทของชั้น  
เรียน ดังนี้

1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
  - 1.1 ละเลยการใช้ข้อมูลที่เป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา
  - 1.2 ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ
  - 1.3 คัดลอกโจทย์ผิด
2. ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน  
คือ ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
3. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem  
or Definition) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
  - 3.1 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ
  - 3.2 จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด
4. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) มีมโนทัศน์  
ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
  - 4.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็น  
ผลสำเร็จ



#### 4.2 ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก

5. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

สรุปได้ว่า การวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด คือ การแยกแยะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ออกเป็นส่วนย่อยที่มีความสัมพันธ์กัน เพื่อทำความเข้าใจแต่ละส่วนให้แจ่มแจ้ง รวมทั้งการสืบค้นความสัมพันธ์ของส่วนต่าง ๆ เพื่อดูว่าส่วนประกอบปลีกย่อยนั้นสามารถเข้ากันได้หรือไม่ สัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันอย่างไร ซึ่งจะช่วยให้เกิดความเข้าใจต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใดอย่างแท้จริง

#### ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์

Wayne (<http://www.americanchronicle.com/articles/view/110106>) กล่าวว่า นับตั้งแต่มีการเกิดขึ้นของอารยธรรม มนุษย์พยายามพัฒนาให้ก้าวทันการเปลี่ยนแปลงในยุคโลกาภิวัตน์ ที่จะกล่าวอ้างถึงความจริงเชิงตรรกะ เราใช้ที่ตรงการใช้คำฟุ่มเฟือย เรามีความเข้าใจผิดเกี่ยวกับตรรกะเกี่ยวกับโลกมาก ที่เรามุ่งหวังที่จะแสดงความเหนือกว่าโดยธรรมชาติของเรา ความเข้าใจผิดตรรกะมาก ดังสืบตัวอย่างที่ส่วนใหญ่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ดังนี้

1. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับการใส่ผิดค่า ผิดที่ ผิดตำแหน่ง เด็กไม่รู้ว่าแต่ละจำนวนควรอยู่ที่ไหน
2. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเศษส่วน 1 หาด้วย  $\frac{1}{2}$  ตอบอย่างทันทีว่าเป็น  $\frac{1}{2}$  ผิด คำตอบที่ถูกคือ 2 1 หาด้วย 2 ได้ เป็น  $\frac{1}{2}$  เพราะว่าจำนวนเต็มหาด้วยเศษส่วนจะได้เศษส่วนเสมอ แต่เมื่อคูณหารโดย  $\frac{1}{2}$  ตัวหารเป็น  $\frac{1}{2}$  มีค่าน้อยกว่า 1 และ  $\frac{1}{4}$  มีค่าน้อยกว่า 2 การหาคำตอบ 4 ครั้งเป็นใหญ่ หรือการประยุกต์ใช้วิธีอื่นโดยการหาร 1 โดย  $\frac{1}{2}$  หมายถึงการตัดจำนวนหลัก (1 ในกรณีนี้) ออกเป็น 2 ส่วนครึ่งหนึ่งซึ่งเป็น 2 ทั้งหมด ตอนนี้อยู่ที่หาด้วย  $\frac{1}{4}$  เพราะตอนนี้คูณแบ่งครึ่งออกเป็น 4 ส่วน
3. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความน่าจะเป็นของการแบ่งส่วนของวงกลมหมุนจากจุดศูนย์กลางที่แบ่งออกเป็นสามส่วน ครึ่งหนึ่งของวงกลมเป็นสีแดงอีกครึ่งหนึ่งแบ่งออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กันคือสีน้ำเงินและ สีเขียว ในการหมุนหนึ่งครั้งความ

น่าจะเป็นที่จะได้สินน้ำเงินเป็นเท่าไร คนส่วนมากจะตอบทันทีว่า  $\frac{1}{3}$  ซึ่งเป็นคำตอบที่ผิด เรากล่าวว่าครึ่งวงกลมเป็นสีแดงอีกครั้งหนึ่งแบ่งออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน ที่ทำให้แต่ละส่วนเหล่านี้นั้น  $\frac{1}{4}$  ของวงกลมทั้งหมด ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะได้สินน้ำเงิน เป็น  $\frac{1}{4}$

4. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความน่าจะเป็น ของการหยิบไพ่ ในการสุ่มใน 1 สำหรับให้หาความน่าจะเป็นของวาดเอซหรือหัวใจเป็นอย่างไร สาเหตุที่คิดผิด คือ มีสี่เอซ และ 13 หัวใจ 4 และ 13 เป็น 17 ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ในการหยิบไพ่ 52 ใบเท่ากับ  $\frac{17}{52}$  จึงมีความจริงคือมี 4 เอซก็ยังเป็นจริงที่มี 13 หัวใจและมันเป็นความจริงที่แน่นอนของพวกเขาคือผลรวม 17 ซึ่งผิดเพราะ คุณนับแต้มของหัวใจสองครั้ง คำตอบที่ถูกต้องคือ  $\frac{16}{52}$

5. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์ แนวคิดของทฤษฎีพีทาโกรัสที่มีชื่อเสียง คนส่วนใหญ่คิดว่าพีทาโกรัส  $a^2 + b^2 = c^2$  ผิดนี้จะสามารถเป็นจริงหากเส้นขนานของสามเหลี่ยมมุมฉากจะแทนด้วย B และ C ตามลำดับและคิดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก แต่ถ้าตัวอักษรเหล่านั้นจะหันไปรอบ ๆ เพื่อที่หนึ่งของเส้นแขนงจะแสดงเป็น C แล้วสูตรจะไม่ถือจริง ใส่เพียงผลรวมของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉากจะเท่ากับกำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

6. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์มาใกล้เคียงกับค่าของ  $\pi$  เมื่อใดก็ตามที่มีคนถามค่าของพายจะเข้าใจทันทีว่า  $\pi$  มีค่าเป็น 3.14 ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ผิด! ค่าของจะถูกกำหนดโดยการเปรียบเทียบขอบเขตที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง ดังนั้น เท่ากับ  $\frac{c}{d}$  การวัดที่แม่นยำยิ่งขึ้นถ่ายเป็นที่ถูกต้องมากขึ้น

7. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

8. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเศษส่วนที่มีส่วนไม่เท่ากัน ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เศษส่วนขึ้นขึ้นเศษส่วน  $\frac{1}{2}$  ของบวก  $\frac{1}{3}$  เป็น อย่างไร การตอบสนองอย่างรวดเร็วเป็น  $\frac{1}{5}$  ผิด ที่ถูกต้องคือ  $\frac{5}{6}$

9. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับจำนวนจินตภาพ เช่น รากที่สองของ -1 เด็กตอบ -1 เป็นคำตอบที่ผิด คำตอบคือ รากที่สองของ -1 เป็นจำนวนจินตภาพที่นักคณิตศาสตร์สร้างขึ้น จะหารากที่สองของ-1 ไม่ได้เพราะไม่มีจำนวนจริงใดยกกำลังสองเท่ากับ -1 ตอบ  $\sqrt{-1}$  เป็นจำนวนจินตภาพ

10. ความเข้าใจผิดเกี่ยวกับการบวกจำนวนที่ต่อเนื่องกัน Carl Friedrich Gauss, แก๊สคน เดียวผลรวมของปัญหาลำดับโดยตระหนักถึงหลายคู่ เขาสังเกตว่าคู่ว่าการบวกจำนวนแรก และสุดท้ายบวกกัน 101 และคู่อื่นที่ถัดไปมีผลรวม 101 มีทั้งหมด 50 คู่ เขาคิดได้ 5,050 ซึ่งเป็น ผลรวมของลำดับหรือผลรวม = จำนวนครั้ง (ครั้งแรก + ล่าสุด) หารด้วย 2 ครูแปลกใจเขาให้การ ปฏิเสธ

การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ ตามโครงการ ประชุมเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาครูคณิตศาสตร์ที่ SEAMEO RECSAM.PENANG ประเด็น ERROR PATTERN : Addition and subtraction with numbers Identifying students error patterns. ศึกษาข้อผิดพลาดในส่วนที่เป็นพีชคณิต(Algebra) เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปร เดียว

ตัวอย่างที่ 1. การวิเคราะห์ข้อผิดพลาด เกี่ยวกับพหุนามของ ค.ญ. แจนนี่ เป็นดังนี้

$$1. \quad 6(1 + 4x) + 2 = 6(5x) + 2 \\ = 30x + 2$$

วิเคราะห์ข้อผิดพลาดของ ค.ญ.แจนนี่ ในตัวอย่าง A เธอนำ 1 กับ 4x มาบวกกัน ซึ่งได้เท่ากับ 5x จากนั้นเติมนำ 6 มาคูณ 5x ซึ่งได้เท่ากับ 30x แล้วนำ 30x บวกกับ 2

$$2. \quad 7 + 5(2 + 3x) = 7 + 5(5x)$$

วิเคราะห์ข้อผิดพลาดของ ค.ญ. แจนนี่ ในตัวอย่าง B เธอเติมนำ 2 กับ 3x มาบวกกัน ซึ่งได้ เท่ากับ 5x จากนั้นเติมนำ 5 มาคูณ 5x ซึ่งได้เท่ากับ 25x แล้วนำ 7 บวกกับ 25x

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

เด็กไม่เข้าใจหลักการบวกพหุนาม ไม่มีพื้นฐานในเรื่องการบวกพหุนาม เด็กเข้าใจผิดนำ จำนวนที่อยู่ในวงเล็บบวกกัน

แนวทางแก้ไข

1. ใช้วิธีการของอะเรย์ในการแสดงผล ตัวอย่างเช่น  $3(2z + 1)$  ครูอาจจะต้องใช้ รูปสี่เหลี่ยมของอะเรย์

$$3 \begin{array}{|c|} \hline 2z + 1 \\ \hline \end{array}$$

แบ่งรูปแบบของอะเรย์ดังรูป ส่วนมากใช้การคูณเข้าทั้งหมด

จาก  $3 \times 14$  :

$$10 + 4$$

คล้ายกันกับ :

42

$$3 \begin{array}{|c|c|} \hline 3 \times 2z & 3 \times 1 \\ \hline \end{array} \rightarrow 6z + 3$$

2. ใช้การแทนค่าด้วยจำนวนที่น้อยและคำนวณจำนวนนั้น จากตัวอย่างจาก  $3(2z + 1)$  สมมติให้  $z = 4$  เมื่อ  $3(2z + 1) = 3(8 + 1)$  แต่  $8 + 1$  เท่ากับ 9 และ  $3 \times 9$  เท่ากับ 27

ตัวอย่างที่ 2. ข้อผิดพลาด แบบรูปของ ค.ญ คาร์รอล

F. 26	G. 60	H. 74
+3	+24	+5
11	84	16

วิเคราะห์ข้อผิดพลาด คาร์รอล เข้าใจผิดอย่างมาก ในขณะที่บวก เธอบวกจำนวนทั้งสองหลักเข้าด้วยกันอย่างไรก็ตาม มันค่อนข้างที่จะเป็นไปได้ที่ คาร์รอลไม่สามารถที่นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในตำแหน่งเช่นในตัวอย่าง (เมื่อบวกสองหลักเธออาจจะบวกเข้าหลักหน่วยในจำนวนคู่่นั้น เอนำทั้งสามจำนวนรวมกัน) นี่เป็นรูปแบบที่ คาร์รอลมีประสบการณ์ที่ล้มเหลวมาก

แนวทางแก้ไข

1. การเล่นเกมจำนวน นี่เป็นการแข่งขันที่ให้ความสำคัญเกี่ยวกับตำแหน่ง ใช้บัตรเขียน 0 ถึง 9 เล่นและเขียนจำนวนที่ชอบ

2. การเล่นเกมจำนวนและอ่านตัวเลขเขียนจำนวนลงในช่องว่างช่องหนึ่งให้เต็ม สมบูรณ์ผู้เล่นที่จำนวนที่มากกว่าจะเป็นผู้ชนะ แสดงการบวกสองจำนวนโดยใช้บล็อกฐานสิบ หรือใช้ไม้ค้ำที่ละ สิบ และอันเดียว หาผลรวมและจดบันทึก เธออาจจะหาผลรวมหลักสิบและผลรวมของจำนวนสิบ

3. ใช้จัดเส้น หลักสิบและหลักหน่วยช่วยในการหาผลรวมของหลักสิบและหลักหน่วย นี่เป็นขั้นตอนที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจในการบวกหลักหน่วยและหลักสิบตามต้องการ

T	U		T	U		T	U
	3		6	0		7	4
2	6		2	4			5
2	9		8	4		7	9

จากรูปแบบข้อผิดพลาดดังกล่าวที่ผู้วิจัยศึกษาจะเห็นได้ว่าการที่ผู้เรียนเกิดข้อผิดพลาดในการเรียนนั้น อาจมีสาเหตุมาจากผู้เรียนเข้าใจผิด และความสะเพร่าของผู้เรียนในการหาคำตอบ ซึ่งสิ่งสำคัญมากที่สุดในการเรียนคณิตศาสตร์คือความเข้าใจ ถ้าผู้เรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาแล้วก็สามารถหาคำตอบหรือผลลัพธ์ที่ถูกต้องได้ในที่สุด

ดังนั้นการวิเคราะห์หัม โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด หมายถึง การแยกแยะสิ่งที่จะพิจารณาออกเป็นส่วนย่อยที่มีความสัมพันธ์กัน เพื่อทำความเข้าใจแต่ละส่วนให้แจ่มแจ้ง รวมทั้งการสืบค้นความสัมพันธ์ของส่วนต่าง ๆ เพื่อดูว่าส่วนประกอบปลีกย่อยนั้นสามารถเข้ากันได้หรือไม่ สัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันอย่างไร ซึ่งจะช่วยให้เกิดความเข้าใจต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใดอย่างแท้จริง

**เทคนิคการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์**

โพลยา (Polya, 1957 : 5-40) เป็นหนึ่งในบุคคลกลุ่มแรกที่ได้สนใจในเรื่องกระบวนการแก้ปัญหา (Problem Solving) เขาได้เขียนหนังสือที่มีชื่อเสียงเล่มหนึ่ง คือ How to Solve it ซึ่งเป็นหนังสือที่ชี้แนะกลวิธีในการแก้ปัญหาซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนดังต่อไปนี้

การแก้โจทย์ปัญหาเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน ที่จะต้องใช้ทั้งความรู้ ประสบการณ์ ที่ผ่านการแก้โจทย์ปัญหาที่หลากหลาย การรู้อย่างชัดเจน การรู้อย่างแจ่มแจ้ง หักศนคติ ความเชื่อและความสามารถที่เพียงพอในการแก้โจทย์ปัญหา กิจกรรมต่าง ๆ เหล่านี้ไม่สามารถที่จะสรุปได้เป็นกฎเพื่อหาคำตอบเช่นเดียวกับทักษะการคิดคำนวณได้ อย่างไรก็ตามจากผลการวิจัยและผลในการสังเกตการสอนในชั้นเรียนของนักคณิตศาสตร์ศึกษา น่าจะสรุปได้ว่าการที่เด็กได้เรียนรู้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 3 จะสามารถช่วยเด็กในการปรับปรุงความสามารถในการที่จะวางแผนในการแก้โจทย์ปัญหาได้ นอกจากนี้เทคนิควิธีการสอนที่ดีของครูก็มีส่วนช่วยให้เด็กประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาได้เช่นเดียวกัน

ในการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนควรมีความรู้ความเข้าใจในองค์ประกอบของกระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาด้วย ซึ่งประกอบด้วยสิ่งสำคัญหลายอย่างดังต่อไปนี้

1. การมองเห็นภาพ (Visualizing) ผู้ที่จะแก้ปัญหาก็ต้องมองเห็นและกว้างไกลมองเห็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหา
2. การจินตนาการ (Imagining) ในการคิดแก้ปัญหาจะต้องรู้จักจินตนาการว่าควรเป็นอย่างไร เพื่อเป็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหา
3. การจัดทำอย่างมีทักษะ (Manipulating) เมื่อมองเห็นแนวทางแล้วก็ลงมือทำอย่างมีระบบ มีขั้นตอน ทำด้วยความชำนาญ
4. การวิเคราะห์ (Analyzing) รู้จักวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่กระทำนั้น
5. การสรุป (Abstracting) ลงมือกระทำจนมองเห็นรูปแบบแล้วก็สามารถสรุปได้
6. การโยงความคิด (Associating ideas) ความสามารถในการสัมพันธ์ความคิดและมองเห็นแนวทางได้

นักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านได้ใช้ความพยายามอย่างเต็มที่ที่จะหาคำตอบว่า “ทำอะไร เราจึงจะสอนให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์” ผลของความพยายามนี้ ทำให้เราได้ทราบวิธีการที่จะช่วยนักเรียนได้บ้าง แม้ว่าจะยังไม่เป็นที่น่าพอใจนักก็ตาม ซูแดม (Suydam, 1995 : 47) ได้รวบรวมผลงานวิจัยของนักการศึกษาและผู้สนใจแล้วสรุปไว้ในหนังสือ Teaching and Learning : A Problem Solving - focus ของสมาคมครูผู้สอนคณิตศาสตร์ของอเมริกา (NCTM)

การสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีสาระบางประการที่น่าสนใจ ดังนี้

1. การสอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ให้แก่นักเรียน ช่วยเพิ่มหนทางในการแก้ปัญหา ในการจัดการกับโจทย์ปัญหา ถ้าวิธีการหนึ่งใช้ไม่ได้ผล ก็ยังมีอีกวิธีหนึ่งที่น่าจะทดลองใช้ดู
2. การวางระบบการสอนแก้โจทย์ปัญหา ช่วยเพิ่มความสามารถของนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหา อีกทั้งการสอนยุทธวิธีเฉพาะเรื่อง เป็นสิ่งที่จะช่วยนักเรียนได้ดี
3. การเขียนแผนผัง การทบทวนโจทย์ไปมา การเขียนข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้มาช่วยได้อย่างมากในการคิดแก้โจทย์ปัญหา อย่างน้อยก็ช่วยให้เกิดภาพของโจทย์ที่เป็นรูปธรรม ช่วยในเรื่องของการคิดต่อ และช่วยให้จำโจทย์ได้ง่ายขึ้น



4. การอภิปรายซักถามเกี่ยวกับยุทธวิธีที่ใช้ พร้อมให้เหตุผลด้วยว่าทำไมจึงใช้ยุทธวิธีเช่นนั้น การรู้ไม่เพียงแต่ว่า “ทำอะไร” แต่รู้ด้วยว่า “ทำไมจึงต้องทำเช่นนั้น” ช่วยเสริมในการถ่ายโยงวิธีการไปยังปัญหาอื่น ๆ ได้ด้วย

5. สิ่งสำคัญในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ การแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่า เราตีความจากโจทย์ปัญหาออกมาเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ ได้อย่างไร สิ่งนี้เป็นเรื่องที่สำคัญมากในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

6. การทำงานรวมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพื่อแก้โจทย์ปัญหา เป็นทางหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนมีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาได้ดีขึ้น

7. เทคนิคและยุทธวิธีในการแก้ปัญหา สามารถสอนหรือเรียนรู้ได้นอกเหนือจากประสบการณ์การแก้ปัญหา นักเรียนควรได้รับการเสนอแนะเทคนิควิธีที่มีประสิทธิภาพ และหลากหลายในการแก้ปัญหาคือ

8. ไม่มีเทคนิควิธีการแก้ปัญหาใดที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหาคือทุกรูปแบบการแก้ปัญหาหนึ่งอาจใช้ เทคนิควิธีการแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธีก็ได้

9. การสอนให้นักเรียนรู้จักเทคนิควิธีการแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธี จะเป็นการเตรียมนักเรียนให้พร้อม ที่จะเลือกเทคนิควิธีที่เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์ในการแก้ปัญหาที่เขาเผชิญ

10. ควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนมีโอกาสในการแก้ปัญหา ในหลายรูปแบบ และเป็นปัญหาที่นักเรียนต้องใช้ความพยายามในการแก้ปัญหารวมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนใช้เทคนิควิธีต่าง ๆ หลาย ๆ วิธี เพื่อให้ตระหนักว่าการแก้ปัญหาไม่จำเป็นจะต้องมีวิธีการแก้ปัญหาเพียงวิธีเดียว

11. ปัญหาที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน จากการวิจัยพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหามีความสัมพันธ์กับระดับพัฒนาการของผู้เรียน

**แนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา**

แนวทางในการแก้โจทย์ปัญหานี้จะเป็นเครื่องมือที่จะนำพาให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา แนวทางในการแก้ปัญหา อาจหมายถึง กระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา หรืออาจหมายถึงวิธีการเฉพาะที่เหมาะสมกับสภาพของปัญหา ซึ่งใช้ช่วยในการหาคำตอบ โดยแต่ละแนวทางมีรายละเอียดดังนี้

1. แนวทางการแก้โจทย์ปัญหาที่หมายถึงกระบวนการ

กระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาที่นิยมกันอย่างแพร่หลาย คือ กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา ซึ่งมีลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ

1.1 การเข้าใจปัญหา ต้องทำความเข้าใจว่า สิ่งใดที่เราต้องการค้นหา สิ่งใดคือข้อมูล สิ่งใดคือเงื่อนไข และเงื่อนไขนั้นจะเป็นตัวนำไปสู่สิ่งที่เราค้นหาหรือไม่ จากนั้นเป็นการวาดแผนผัง เพื่อแสดงให้เห็นถึงจุดที่สำคัญได้ และแยกเงื่อนไขออกเป็นตอน ๆ

1.2 การคิดวางแผนในการแก้ปัญหา เป็นการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ต้องการค้นหา แต่ถ้าหากไม่สามารถหาพบได้ในทันทีทันใดนั้น ต้องรู้จักพิจารณาปัญหาข้างเคียงประกอบกรวางแผน ในการคิดวางแผนนี้ต้องพิจารณาว่า เคยเห็นปัญหานั้นมาก่อนหรือไม่ ทราบข้อมูลที่เกี่ยวข้อง หรือทฤษฎีที่จะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาหรือไม่ ถ้าไม่สามารถแก้ปัญหทั้งหมดได้ ก็พยายามแก้ปัญหบางส่วนก่อน และพิจารณาว่าปัญหานั้นเป็นปัญหาทั่วไป หรือเป็นปัญหาที่เฉพาะเจาะจง

1.3 การดำเนินการตามแผนในการลงมือแก้ปัญหานั้น ต้องมีการทบทวนขั้นตอนแต่ละขั้นตอน ว่าเป็นขั้นตอนที่ถูกต้องหรือไม่ สามารถทดสอบได้หรือไม่ว่าถูกต้อง

1.4 การตรวจสอบการดำเนินการ เป็นการทบทวนผลลัพธ์จากการดำเนินการแก้ปัญหา และพิจารณาว่าจะสามารถใช้วิธีการนี้กับการแก้ปัญห่อื่น ๆ ได้หรือไม่

## 2. แนวทางการแก้โจทย์ปัญหานั้นวิธีการเฉพาะ

แนวทางการแก้โจทย์ปัญหานั้นวิธีการเฉพาะ ที่เป็นเครื่องมือในการแก้โจทย์ปัญหา ได้แก่ ยุทธวิธีต่าง ๆ เช่น ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and check) ใช้ตัวแปร (Use a variable) ค้นหาแบบรูป (Look for a pattern) วาดภาพ (Draw a diagram) สร้างรายการ (Make a list) ทำย้อนกลับ (Work backward) สร้างตาราง (Construct a table) ทำปัญหาให้ง่ายกว่า (Solve a simpler or similar problem) เป็นต้น

การนำเสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหสำหรับนักเรียน สิ่งที่จะต้องตระหนักอยู่เสมอ คือ

2.1 ยุทธวิธีทั้งหลาย สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีอยู่อย่างหลากหลาย

2.2 ยุทธวิธีสามารถประยุกต์ใช้ในแนวทางต่างกัน สำหรับปัญหาที่ต่างกัน

2.3 การแก้ปัญหสามารถแก้ได้หลากหลายวิธี ไม่จำเป็นเสมอที่จะใช้ยุทธวิธี

ที่เฉพาะเจาะจง

2.4 นักเรียนไม่ควรยึดมั่นในระดับเดียวกันทั้งหมดในการใช้แต่ละยุทธวิธี

2.5 กระบวนการเลือกใช้ยุทธวิธีมีความสำคัญพอ ๆ กับความถูกต้องของการแก้ปัญหา เมื่อแก้ปัญหาได้คำตอบไม่ถูกต้องนักเรียนควรมีโอกาสเลือกและลองใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น ๆ

2.6 นักเรียนทุกคนต้องมีโอกาสที่จะเรียน และมีโอกาสใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

ในการแก้ปัญหานั้น ถ้ารู้จักเลือกใช้ยุทธวิธีให้เหมาะสมกับปัญหานั้นว่ามีความสำคัญมากนอกจากจะส่งผลให้สามารถแก้ปัญหาได้แล้ว ยังทำให้แก้ปัญหาได้ง่ายและรวดเร็วอีกด้วย

## แบบทดสอบ

แบบทดสอบ (Test) เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลชนิดหนึ่งที่ใช้สำหรับวัดความรู้ทางด้านพุทธินิสัย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบที่วัดสมรรถนะด้านต่างๆที่นักเรียนได้รับการเรียนรู้มาแล้วว่ามีอยู่เท่าใด แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งได้ 2 ชนิด คือ แบบที่ครูสร้าง และแบบมาตรฐานแบบทดสอบที่ดีต้องมี ความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความยุติธรรม ความลึกของคำถาม ความช่วย ความจำเพาะเจาะจง ความเป็นปรนัย มีประสิทธิภาพ มีอำนาจจำแนก มีความยาก

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนประเภทที่ครูสร้างมีหลายรูปแบบ แต่ที่นิยมใช้มี 6 แบบ คือ แบบกาถูกผิด แบบเติมคำ แบบตอบสั้นๆ แบบจับคู่ แบบเลือกตอบ และแบบอัตนัยหรือความเรียง

### แบบสอบแบบอัตนัยหรือความเรียง (Subjective or Essay Test)

ลักษณะทั่วไป เป็นข้อสอบที่มีเฉพาะคำถาม แล้วทำให้นักเรียนเขียนตอบอย่างเสรี เขียนบรรยายตามความรู้ และข้อคิดเห็นของแต่ละคน

#### หลักในการสร้าง

1. เขียนคำชี้แจงเกี่ยวกับวิธีการตอบให้ชัดเจน ระบุจำนวนข้อคำถาม เวลาที่ใช้สอบ และคะแนนเต็มของแต่ละข้อ
2. เนื่องจากข้อสอบแบบนี้มีเฉพาะคำถาม และแต่ละข้อ มักจะให้คะแนนมากดังนั้นควรเขียนคำถามให้ชัดเจนเพื่อไม่ให้ไขว้เขวในการตอบ
3. ไม่ควรตั้งคำถามเฉพาะประเภทความรู้ความจำหรือถามปัญหาที่มีคำตอบใน

หนังสือ ซึ่งเป็นกรให้ตอบแบบจำกัด (Restricted Response) แต่พยายามถามประเภทสูงกว่า  
 ความรู้ความจำ คือ ถามให้ใช้ความคิด ซึ่งเป็นกรให้ตอบแบบขยาย (Unrestricted Response)  
 มักขึ้นต้นด้วยคำว่าจงอธิบาย จงอภิปราย จงบรรยาย จงเปรียบเทียบ จงวิเคราะห์ ให้ประมาณค่า  
 ให้บอกความสัมพันธ์ วิเคราะห์ เป็นต้น

4. กำหนดเวลาให้ตอบนานพอสมควร เพราะผู้ตอบต้องใช้เวลารวบรวมความคิด  
 จัดระบบความคิด และเขียนคำตอบด้วยถ้อยคำของตนเอง หากกำหนดเวลาน้อย ไม่สามารถให้  
 พลังความคิด ได้เต็มความสามารถ

5. เลือกถามเฉพาะจุดที่สำคัญของเรื่อง เพราะไม่สามารถถามได้ทุกๆ เนื้อหาที่เรียน

6. ไม่ควรให้มีการเลือกตอบเพียงบางข้อ เช่น 7 ข้อ ให้เลือกทำ 6 ข้อ หรือ 4 ข้อ ให้เลือก  
 ทำ 3 ข้อ เหตุผลมีดังนี้

6.1 ไม่สามารถวัดเรื่องที่สำคัญ ได้ทุกเรื่อง

6.2 คำถามแต่ละข้อมีความยากง่ายไม่เท่ากัน จะมีปัญหาในการจัดตำแหน่งผู้เข้า

สอบว่าใครจะเก่งกว่ากัน โดยเฉพาะการประเมินผลแบบอิงกลุ่ม

7. การตรวจให้คะแนน ควรปฏิบัติดังนี้

7.1 เขียนแนวคำตอบไว้ก่อน และระบุคะแนนว่า ประเด็นใดตอนใดควรได้กี่

คะแนน

7.2 ควรตรวจเฉพาะข้อเดียวจนครบทุกคน แล้วตรวจข้อต่อไป

ไม่ควรดูชื่อผู้สอบ เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดอคติในการให้คะแนน

ข้อดีของข้อสอบแบบอัตนัยหรือบรรยาย

1. สามารถวัดพฤติกรรมต่างๆ ได้ทุกด้าน โดยเฉพาะพฤติกรรมด้านการสังเคราะห์

2. ผู้ตอบได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็น หรือเจตนาของตน

3. โอกาสในการตอบเคา โดยไม่มีความรู้ในเรื่องนั้นแล้วได้คะแนนน้อยมาก

4. วัดความสามารถในการเขียนและส่งเสริมการใช้ภาษาได้เป็นอย่างดี

ข้อจำกัดของข้อสอบแบบอัตนัยหรือบรรยาย

5. ออกคำถามวัด ได้น้อยข้อ เนื่องจากแต่ละข้อจะต้องใช้เวลาตอบนานจึงวัดได้ไม่  
 กลุ่มหลักสูตร หรือเนื้อหาสาระที่สำคัญๆ

6. การตรวจให้คะแนนมักจะมีผลคลาดเคลื่อนมาควบคุมให้เกิดความยุติธรรม

ได้ยาก

7. ไม่เหมาะที่จะใช้สอบกับนักเรียนจำนวนมากๆ เพราะใช้เวลาในการตรวจ

ลายมือของผู้ตอบและประสิทธิภาพในการเขียนบรรยายอาจจะมีผลต่อคะแนน

มีผู้ให้ความหมายของแบบทดสอบไว้ดังนี้

ไพศาล วรคำ (2552 : 227) ได้ให้ความหมายไว้ว่า แบบทดสอบ (Test) หมายถึง ชุดของข้อคำถามที่ใช้วัดค่าของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง โดยมีคำตอบที่ถูกต้องแน่นอน และมีกฎเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนอย่างสมเหตุสมผลและแน่นอน

บุญธรรม กิจปริดาภิสุทธิ (2542 : 72) ให้ความหมายแบบทดสอบว่าเป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้ในการเปรียบเทียบพฤติกรรมของบุคคลตั้งแต่สองคนขึ้นไป ณ เวลาหนึ่ง หรือของบุคคลเดียวหรือหลายคนในเวลาต่างกัน

บรราน (อ้างอิงมาจาก บุญธรรม กิจปริดาภิสุทธิ. 2542 : 72) ให้ความหมายแบบทดสอบว่าเป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้สำหรับวัดตัวอย่างพฤติกรรม ตามความหมายแบบทดสอบจะมีลักษณะที่สำคัญ 3 ประการ

1. แบบทดสอบเป็นวิธีเชิงระบบ (Systematic Procedure) หมายความว่า แบบทดสอบนั้นจะต้องมีกฎเกณฑ์แน่นอนเกี่ยวกับโครงการบริหารจัดการและให้คะแนน
2. แบบทดสอบเป็นการวัดพฤติกรรม (Behaviors) ซึ่งจะวัดเฉพาะพฤติกรรมที่วัดได้เท่านั้น โดยผู้ตอบสนองตอบข้อคำถามที่กำหนดให้ มิใช่เป็นการวัดโดยตรง
3. แบบทดสอบเป็นเพียงส่วนหนึ่งของพฤติกรรมที่ต้องการวัดทั้งหมด (Sample of all possible items) ตามความเป็นจริง ไม่มีแบบทดสอบชุดใดที่จะมีข้อคำถามวัดพฤติกรรมที่ต้องการได้ทั้งหมด ฉะนั้นจึงต้องตกลงว่าข้อคำถามในแบบทดสอบเป็นตัวแทนของข้อคำถามทั้งหมดที่ใช้วัดพฤติกรรมนั้นและถ้าผู้ตอบตอบข้อคำถามใดคำถามหนึ่งก็จะต้องให้คะแนนเท่ากัน

### ประเภทของแบบทดสอบ

สมนึก ภัททิยธานี (2549 : 63) ประเภทของแบบทดสอบ สามารถแบ่งประเภทออกได้หลายลักษณะ ขึ้นอยู่กับเกณฑ์ที่จะใช้ดังนี้

#### 1. แบ่งตามสมรรถภาพที่จะวัด แบ่งเป็น 3 ประเภท

1.1 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement Test) หมายถึง แบบทดสอบที่วัดสมรรถภาพสมองด้านต่าง ๆ ที่นักเรียนได้รับการเรียนรู้ผ่านมาแล้วว่ามีอยู่เท่าใด แบบทดสอบแบ่งออกเป็น 2 ชนิด



1.2 แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนเฉพาะกลุ่มที่ครูสอน

1.3 แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบคุณภาพต่าง ๆ ของนักเรียนที่ต่างกลุ่มกัน เช่น แบบทดสอบมาตรฐานระดับชาติ

2. แบบทดสอบวัดความถนัด (Aptitude Test) หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดสมรรถภาพสมองของผู้เรียน

2.1 แบบทดสอบวัดความถนัดทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดความถนัดทางด้านวิชาการต่าง ๆ เช่น ด้านภาษา

2.2 แบบทดสอบวัดความถนัดเฉพาะ หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดความถนัดเฉพาะที่เกี่ยวกับงานอาชีพต่าง ๆ หรือความสามารถพิเศษ เช่น ความสามารถทางดนตรี

3. แบบทดสอบวัดบุคลิกภาพทางสังคม หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดบุคลิกภาพและการปรับตัวให้เข้ากับ สังคม ซึ่งเป็นเรื่องที่วัด ได้ยาก ผลที่ได้ไม่คงที่แน่นอน

3.1 แบบทดสอบวัดเจตคติที่มีต่อบุคคล สิ่งของ เรื่องราว

3.2 แบบทดสอบวัดความสนใจที่มีต่ออาชีพ การศึกษา

3.3 แบบทดสอบวัดการปรับตัว เช่น การปรับตัวเข้ากับเพื่อน ๆ

4. แบ่งตามลักษณะการตอบ

4.1 แบบทดสอบภาคปฏิบัติ หมายถึง แบบทดสอบที่ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติจริง เช่น การปรุงอาหาร

4.2 แบบทดสอบข้อเขียน หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้การเขียนตอบ

4.3 แบบทดสอบปากเปล่า หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้การพูด ได้ตอบแทนการเขียน

5. แบ่งตามเวลาที่กำหนดให้ตอบ

5.1 แบบทดสอบที่จำกัดเวลาในการตอบ หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้เวลาน้อย

5.2 แบบทดสอบที่ไม่จำกัดเวลาในการตอบ หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้เวลา

ตอบมาก

6. แบ่งตามจำนวนผู้เข้าสอบ

6.1 แบบทดสอบเป็นรายบุคคล หมายถึง การสอบทีละคนมักเป็นการสอบ



## ภาคปฏิบัติ

6.2 แบบทดสอบเป็นขั้นหรือเป็นหมู่ หมายถึง การสอบที่ละหลาย ๆ คน

### 7. แบ่งตามสิ่งเร้าของการถาม

7.1 แบบทดสอบทางภาษา หมายถึง แบบทดสอบที่ต้องอาศัยภาษาของสังคม นั้น ๆ เป็นหลัก ใช้กับผู้อ่านออกเขียนได้

7.2 แบบทดสอบที่ไม่ใช้ภาษา หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้รูปภาพ สัญลักษณ์ หรือตัวเลข

### 8. แบ่งตามลักษณะของการใช้ประโยชน์

8.1 แบบทดสอบย่อย หมายถึง แบบทดสอบประจำบท หรือหน่วยการเรียนรู้

8.2 แบบทดสอบรวม หมายถึง แบบทดสอบสรุปรวมเนื้อหาที่เรียนผ่านมา

## ตลอดภาคเรียน

### 9. แบ่งตามเนื้อหาของข้อสอบในฉบับ

9.1 แบบทดสอบอัตนัย หมายถึง แบบทดสอบที่มีเฉพาะคำถามนักเรียนต้อง คิดหาคำตอบเอง

9.2 แบบทดสอบปรนัย หมายถึง แบบทดสอบที่มีทั้งคำถามและคำตอบเฉพาะ คงที่แน่นอน

#### แบบทดสอบอัตนัย

##### ความหมาย

แบบทดสอบอัตนัย (Subjective Test) หมายถึง แบบทดสอบที่มีเฉพาะคำถาม นักเรียนต้องคิดหาคำตอบเอง โดยการเขียนอย่างเสรี ลักษณะของคำตอบจะไม่คงที่แน่นอน ได้แก่ แบบทดสอบอัตนัย หรือความเรียง แบบตอบสั้นๆ และแบบเติมคำ(สมนึก กัททิษชนี.

2546 : 73)

ชาอุชัย ชมคิษฐ์ (2548 : 34-38) กล่าวว่าแบบทดสอบแบบอัตนัยเป็นแบบทดสอบที่ให้ผู้ตอบได้แสดงความคิดเห็น เหมาะสำหรับการวัดความรู้ขั้นสูงกว่าความจำและความเข้าใจ ข้อสอบแบบอัตนัยแบ่งเป็น 2 แบบ คือ แบบไม่จำกัดตอบ (Eended response) และแบบจำกัดตอบ (Eestricted response) ซึ่งขึ้นอยู่กับการใช้อิสระแก่นักเรียนใน การตอบ จากการศึกษาพบว่าที่ระดับประถมศึกษาเขียนตอบแบบกำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ดี ส่วนนักเรียนในระดับสูงเขียนตอบแบบไม่กำหนด โครงสร้างให้ตอบได้ดี

1. แบบไม่จำกัดตอบ (Extended response) ข้อสอบแบบอัตนัยแบบไม่จำกัด คำตอบนี้ให้อิสระเสรีแก่นักเรียนอย่างเต็มที่ ในการอภิปรายแสดงความคิดเห็นและรวบรวม ข้อมูลเท็จจริงต่างๆ มาใช้ในการสอน โดยทั่วไปข้อสอบแบบนี้จะให้นักเรียนแสดง ความสามารถ ซึ่งจำเป็นต้องอาศัยการสังเคราะห์และการประเมินผล ข้อสอบนี้นับว่ามีคุณค่า อย่างยิ่งในการวัดขบวนการทางสมองที่สูงขึ้น ตามขั้นตอนนี้

ขั้นที่ 1 ระลึกถึงความรู้ที่เรียนไป เช่น

1. จงอธิบายทฤษฎีกำเนิดชนชาติไทยมา 1 ทฤษฎี

2. จงอธิบายเกี่ยวกับการสอนแบบบรรยายกับการสอนแบบสืบสวน โดยให้ บอกถึงหลักสำคัญที่ใช้ในการสอนแต่ละวิธี และข้อดี-ข้อเสียของการสอนทั้งสองแบบ

ขั้นที่ 2 ประเมินค่าความรู้ที่จำได้ เช่น

1. จงเปรียบเทียบข้อดี-ข้อเสียของการประเมินผลแบบอิงเกณฑ์ และแบบอิง กลุ่มมาอย่างละเอียด

1. เพราะเหตุใดเอ็ดสันจึงได้รับการยกย่องเป็นอย่างมาก

2. จงทดลองเรื่องอากาศมีไอน้ำ

ขั้นที่ 3 รวบรวมความรู้และความคิดให้เป็นระบบ เช่น

1. จงกล่าวถึงความคล้ายคลึงกันในการที่สหรัฐอเมริกาเข้าไปมีส่วนพัวพันกับ ความขัดแย้งในประเทศเกาหลี และเวียดนามมา 3 ประการ

ขั้นที่ 4 แสดงความคิดเห็นออกอย่างมีเหตุผล เช่น

1. จงเปรียบเทียบและอธิบายเหตุผลการปกครองระบอบประชาธิปไตยของ อังกฤษกับสหรัฐอเมริกา

ข้อเสียของข้อสอบประเภทนี้คือมีความเชื่อมั่น ก่อนข้างต่ำ แต่มีข้อดีคือ นักเรียนมี โอกาสแสดงความคิดเห็นได้อย่างเสรี

2. แบบจำกัดตอบ (restricted response) ข้อสอบแบบนี้มักจะกำหนดขอบเขต แบบฟอร์มและ เนื้อที่เฉพาะให้นักเรียนไม่มีอิสระเสรีในการตอบมากนัก แบบทดสอบนี้ให้ ตอบสั้นกว่าแบบแรก คำตอบอยู่ภายในขอบเขตที่กำหนดไว้ในวงจำกัด โดยทั่วไปแล้วจะ กำหนดขอบข่ายและความยาวในการตอบไว้ด้วยตัวอย่างเช่น

ลักษณะภูมิอากาศ การปกครอง อาชีพของพลเมือง จงอธิบายสาเหตุของการเกิดสงครามโลก ครั้งที่ 2 มา 3 ประการ จงยกตัวอย่างการกระทำที่แสดงถึงความรักชาติมา 5 ข้อ

ส่วนดีของข้อสอบแบบนี้คือ ง่ายในการตรวจ มีความยุติธรรมและมีความเชื่อมั่นสูงกว่าข้อสอบประเภทไม่จำกัดคำตอบอีกด้วย

จุดมุ่งหมายของการใช้แบบทดสอบอัตนัย มีดังนี้

1. ต้องการให้ผู้เข้าสอบแสดงความสามารถด้านความคิดสร้างสรรค์ (Creativity) และบรรยายความคิดออกมาได้อย่างเป็นอิสระ และต้องคำนึงถึงความสามารถทักษะการเรียนรู้ของนักเรียนด้วย

2. ต้องการเน้นความรู้ขั้นลึกซึ้ง เช่น ความสามารถด้านการสังเคราะห์ หรือต้องการวัดความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนมาทั้งหมด

การวางแผนการสร้างแบบทดสอบอัตนัย

สมบูรณ์ ตันยะ (2545 : 24-29) กล่าวว่า จุดอ่อนของแบบทดสอบอัตนัยก็คือ การสร้างโดยขาดการวางแผนที่ดี การวางแผนการสร้างแบบทดสอบอัตนัยก็มีความสำคัญ เช่นเดียวกับการวางแผนสร้างแบบทดสอบปรนัยถึงแม้ว่าจะมีวิธีการสร้างและธรรมชาติต่างกันไปก็ตาม สิ่งที่ผู้ออกข้อสอบจะต้องคำนึงถึงในการออกข้อสอบแบบอัตนัย มีดังนี้

1. จุดมุ่งหมายของกลุ่มสาระนั้น ๆ เหมาะสมกับแบบทดสอบอัตนัยหรือไม่
2. ผู้เข้าสอบมีพื้นฐานทั้งในด้านความเร็ว และเนื้อหาวิชาเพียงพอที่จะเขียนตอบแบบอัตนัยหรือไม่ เช่น เด็กเล็ก ๆ ไม่ควรใช้ข้อสอบอัตนัยทดสอบอย่างเด็ดขาด
3. ข้อสอบนั้นเปิด โอกาสให้ผู้ตอบมีอิสระในการตอบ เปิดโอกาสให้แสดงความคิดเห็นหลายแง่มุมหรือไม่ หรือจำกัดวงคำตอบให้ตอบแค่แคบๆ เพียงด้านเดียว เช่น ถามแต่ความจำในเนื้อหาที่ครูสอนไป ก็ไม่ควรใช้ข้อสอบอัตนัย
4. กำหนดเวลาที่ใช้ในการสอบมากเพียงพอหรือไม่ เพราะการสอบแบบอัตนัยนั้นต้องใช้เวลาในการเขียนตอบนานมากกว่าแบบทดสอบปรนัย

หลักในการสร้างแบบทดสอบอัตนัย

1. การสร้างข้อสอบควรคำนึงถึงลำดับความสำคัญของจุดมุ่งหมายที่วางไว้ตามที่ปรากฏในตารางการวิเคราะห์หลักสูตร จุดมุ่งหมายหรือพฤติกรรมใดมีน้ำหนักความสำคัญมากที่สุดก็ออกข้อสอบเพื่อวัดพฤติกรรมนั้นมากให้ได้สัดส่วนตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร เพราะแบบทดสอบแบบนี้ถามได้น้อยข้อ เนื่องจากต้องเสียเวลาตอบนาน

2. พิจารณาให้รอบคอบว่าจะสร้างแบบข้อสอบให้กลุ่มเนื้อหาอะไรบ้าง เช่น

จะสอบเฉพาะเนื้อหาที่ครูบรรยายอย่างเดียว หรือจะครอบคลุมไปถึงส่วนที่นักเรียนร่วมอภิปราย ทำรายงานหรืออ่านนอกเวลาด้วย และควรแจ้งให้ผู้สอนทราบล่วงหน้า เพื่อจะได้เตรียมตัวศึกษาค้นคว้าอย่างลึกซึ้ง

3. ไม่ควรให้มีการเลือกตอบเป็นบางข้อ เพราะอาจมีการได้เปรียบเสียเปรียบกัน อันเนื่องมาจากข้อสอบมีความยากง่ายไม่เท่ากัน คะแนนที่ได้จึงนำมาเปรียบเทียบกัน ไม่ได้ เพราะตั้งอยู่บนพื้นฐานของการวัดที่ไม่เท่ากัน

4. เขียนคำสั่งให้ชัดเจนว่าข้อสอบนั้นๆ ต้องการให้ผู้สอบทำอะไรมีเกณฑ์ในการพิจารณาให้คะแนนอย่างไร ควรให้นักเรียนอ่านคำสั่งให้เข้าใจอย่างถ่องแท้เสียก่อนที่จะลงมือปฏิบัติ ควรบอกให้ชัดเจนด้วยว่ามีการแบ่งส่วนคะแนนอย่างไร เพื่อผู้สอบจะได้วางแผนการตอบได้เหมาะสม

5. ถามปัญหาที่แสดงว่านักเรียนมีความรู้จริง ๆ สามารถตอบปัญหาได้โดยพยายามนำกฎเกณฑ์ หรือความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ๆ ไม่ควรเป็นคำถามที่นักเรียนเคยพบหรือเคยทำมาก่อน เพราะจะกลายเป็นการวัดความจำไป

6. พยายามใช้คำถามหลาย ๆ แบบ มิใช่มีแต่คำถามประเภท ใคร อะไร ที่ไหน เมื่อไร เท่านั้น เพราะคำถามประเภทนี้มีลักษณะไปทางวัดความจำมากกว่าวัดสมรรถภาพอื่น คำถามที่ใช้วัดสมรรถภาพที่สูงขึ้นควรจะเป็นคำถามประเภท ทำไม อย่างไร หรือให้บรรยาย อธิบายเปรียบเทียบ หาความสัมพันธ์ ความขัดแย้ง ดีความ วิเคราะห์เหตุผล วิวิจารณ์ และ ประเมินผล เป็นต้น เขียนคำถามให้ชัดเจนว่าต้องการให้ตอบอย่างไร พยายามเขียนตอบให้เฉพาะเจาะจงลงไป คำถามประเภทใดที่แสดงความคิดเห็น เป็นคำถามที่กว้างไป

7. ใช้คำถามที่สามารถบอกได้ว่าคำตอบใดดีกว่าคำตอบใด คำถามนั้น ๆ เมื่อนักเรียนตอบแล้ว คนที่มีความรู้ทั้งหลายควรเห็นพ้องกันว่าเป็นคำตอบที่ดี คำตอบใดเป็นคำตอบที่ไม่ดี

8. เมื่อเขียนคำถามแล้วควรเขียนคำตอบที่ต้องการไว้ด้วยเลขเพื่อเป็นการตรวจสอบดูว่าคำถามนั้นชัดเจนดีแล้วหรือยัง คำถามนั้นเมื่ออ่านแล้วจะต้องตอบตามที่คิดไว้หรือไม่ หากยังไม่ตรงจะได้แก้ไขก่อนนำไปใช้ได้

9. ถ้าเป็นคำถามที่เกี่ยวกับประเด็นขัดแย้งที่ยังหาข้อยุติไม่ได้ ข้อสอบนั้นควรมุ่งให้หาหลักฐานมายืนยัน หรือมาสนับสนุนมากกว่าที่จะทดสอบอย่างอื่น เช่น ข้อความที่ยังหาข้อยุติไม่ได้ควรหลีกเลี่ยง การถามว่าถูกหรือผิด ใช่หรือไม่ใช่ แต่ควรจะทดสอบการหาสาเหตุมาสนับสนุนประเด็นนั้น ๆ

10. พยายามสร้างข้อคำถามหลาย ๆ ข้อ ให้พอเหมาะกับเวลาที่สอบ และควรกำหนดความยาวของข้อสอบ และความซับซ้อนของข้อสอบให้พอเหมาะกับความสามารถของผู้สอบ

11. พยายามให้ข้อสอบมีจำนวนมากข้อ เพื่อจะได้ออกให้ครอบคลุมเนื้อหา ซึ่งเกี่ยวข้องกับค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบด้วย เราอาจเพิ่มข้อสอบให้มากขึ้นโดยกำหนดให้ตอบสั้น ๆ

12. ถ้าข้อสอบมีหลายข้อ ควรจะเรียงลำดับจากง่ายไปหายาก เพื่อช่วยผู้ห้อยากตอบยิ่งขึ้น

### การตรวจให้คะแนนคำถามอัตนัย

เขวटी วิบูลย์ศรี (2545 : 132-138) การสร้างข้อสอบแบบอัตนัยวัดความสามารถของนักเรียนมิได้จบสิ้นลงเพียงนำข้อสอบไปทดสอบนักเรียนเท่านั้น แต่ยังนำเอากระดาษคำตอบมาตรวจให้คะแนนตามวิธีการตรวจที่มีระบบ เพื่อให้คะแนนที่ได้มีความเที่ยงตรงและเชื่อถือได้ หลังจากเราพอใจกับคำถามหรือข้อสอบซึ่งสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการสอนและแบบทดสอบที่สร้างอย่างดีแล้ว งานขั้นถัดไป ก็คือการตรวจให้คะแนนกระดาษคำตอบของนักเรียน ปัญหาในขั้นนี้คือ จะตรวจกระดาษคำตอบของนักเรียนด้วยวิธีการอย่างไร

1. จึงจะกำจัดความลำเอียงลงไปให้น้อยที่สุด
2. สนใจแต่เฉพาะคำตอบที่สำคัญและเกี่ยวข้องกับคำถามเท่านั้น
3. ระวังอิทธิพลอันเกิดจากความคิดเห็นส่วนตัวเข้าไปมีส่วนเกี่ยวข้องกับการให้

คะแนน

4. นำวิธีการที่เป็นมาตรฐานให้การตรวจเป็น ไปอย่างเสมอต้นเสมอปลายแก่นักเรียนทุกคนสำหรับการตรวจที่จะทำให้เกิดความยุติธรรมเป็นไปอย่างคงเส้นคงวานี้ นับว่าเป็นปัญหาที่สำคัญของการตรวจข้อสอบแบบนี้ ถ้าหากการตรวจขาดความคงเส้นคงวา เราก็ไม่สามารถนำคะแนนมาเปรียบเทียบกันได้ มีวิธีการตรวจข้อสอบแบบอัตนัยที่นิยมใช้กันมากที่สุดในปัจจุบัน มี 2 วิธี คือ

#### 4.1 การตรวจแบบวิธีเทียบเกณฑ์ (Analytical Method หรือ Point Method)

การตรวจข้อสอบอัตนัย โดยวิธีเทียบเกณฑ์นั้น ครูต้องกำหนดแนวการตอบไว้ก่อนโดยแยกแนวคำตอบออกเป็นตอนย่อย ๆ ตามความสำคัญ ฉะนั้น ในการตรวจให้คะแนนโดยวิธีนี้ ผู้ตรวจจะต้องกำหนดรายละเอียดของคำตอบไว้ก่อนที่จะทำการตรวจในการตรวจให้คะแนน ผู้ตรวจจะนำเอากระดาษมาเทียบกับเกณฑ์ หรือแนวคำตอบที่ได้กำหนดแนวคำตอบนั้น ครูผู้



ออกข้อสอบควรจะทำให้พร้อม ๆ กับการเขียนข้อคำถามเลย ไม่ควรจะมากำหนดแนวการตอบ เมื่อจะเริ่มตรวจการให้คะแนนแบบนี้เหมาะสำหรับข้อสอบแบบกำหนดขอบเขตของการตอบ มากกว่าแบบไม่กำหนดขอบเขตของการตอบ

#### ข้อดีของการตรวจข้อสอบโดยวิธีเทียบเกณฑ์

1. คะแนนที่ได้จากการตรวจมีความเชื่อถือได้มากขึ้น
2. การกำหนดรายละเอียดในการตอบเพื่อทำแนวคำตอบนั้น ช่วยทำให้ผู้ออกข้อสอบมองเห็นข้อบกพร่องของคำถามที่เขียนขึ้น เช่น ใช้คำพูดกำกวม คำถามยากเกินไปหรือเวลาที่กำหนดให้น้อยเกินไป
3. การกำหนดแนวคำตอบทำให้ง่ายแก่การอธิบายให้นักเรียนฟังได้ ว่าทำไมนักเรียนจึงได้คะแนนเท่านั้น

#### ข้อจำกัดของการตรวจข้อสอบอัตนัยโดยวิธีเทียบเกณฑ์

1. ทำให้ครูต้องทำงานหนักขึ้นและเสียเวลามากขึ้น
  2. การที่ผู้ตรวจพยายามมองหาคำตอบที่สอดคล้องกับเกณฑ์ อาจทำให้เกิดการมองข้ามหรือไม่ได้อ่านข้อความสำคัญไปบ้าง
- 4.2 การตรวจโดยวิธีจัดอันดับคุณภาพการตรวจข้อสอบอัตนัยโดยวิธีจัดอันดับคุณภาพนั้น ผู้ตรวจจะอ่านกระดาษคำตอบของ ผู้เข้าสอบทุกคนเสียก่อนที่ละข้อ แล้วจึงนำคำตอบนั้นมาจัดเป็นกลุ่ม ๆ ตามความสามารถ เช่น กลุ่มดีมาก ดี ปานกลาง พอใช้ หรือใช้ไม่ได้ แล้วจึงตรวจดูคุณภาพของคำตอบในแต่ละกลุ่มอีกที เช่น ในกลุ่มตอบดีมากนั้น ต้องพิจารณากันอีกทีว่า ใครตอบดีกว่ากัน ให้เรียงอันดับของกระดาษคำตอบให้ติดต่อกันไป แล้วจึงให้คะแนน ใครอยู่อันดับแรกก็ได้คะแนนสูงสุดลดน้อยลงไปตามลำดับ การตรวจแบบนี้จะทำให้คะแนนมีความเชื่อมั่นมากยิ่งขึ้น

#### ข้อเสนอแนะในการตรวจแบบทดสอบอัตนัย

1. ให้ตรวจคำตอบที่ละข้อ นั่นคือ ถ้าจะตรวจคำตอบข้อ 1 ก็ให้ตรวจข้อ 1 ของนักเรียน ทุกคนจนจบ แล้วจึงเริ่มตรวจข้อ 2 ครูไม่ควรตรวจข้อสอบให้เสร็จเป็นคน ๆ
2. ให้มีความคงเส้นคงวาในการตรวจ เกณฑ์ในการให้คะแนนจะเหมือนกับ



สำหรับทุก ๆ คำตอบ ครูบางคนอาจจะให้คะแนนค่อนข้างน้อย สำหรับคำตอบแผ่นแรก ๆ แต่จะให้คะแนนมากขึ้นสำหรับคำตอบแผ่นหลัง ๆ ทั้ง ๆ ที่คำตอบเหล่านั้นเป็นแนวเดียวกัน เวลาตรวจไม่ควรดูชื่อนักเรียน เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดอคติในเวลาตรวจ

3. ถ้าสามารถให้มีผู้ตรวจ 2 คน ในแต่ละคำตอบแล้วหาค่าเฉลี่ยของคะแนนนำมาเป็นคะแนนที่คำตอบนั้น ๆ ควรจะได้จริง ๆ จะทำให้คะแนนมีความเชื่อมั่นมากขึ้น

4. ควรหยิบกระดาษคำตอบมาตรวจแบบสุ่ม

5. ไม่ควรดูชื่อผู้ตอบในการตรวจกระดาษคำตอบ

6. ในเวลาตรวจนั้นครูไม่ควรนำเอาเรื่อง “ลายมือ” ของผู้ตอบมาเป็นส่วนในการให้คะแนน

7. พยายามตรวจข้อใดข้อหนึ่งให้เสร็จรวดเร็วกว่าไม่ควรหยุดพักจนกว่าจะตรวจข้อนั้นเสร็จแล้ว

8. พยายามเขียนข้อเสนอแนะและแก้ไขความคิดในกระดาษคำตอบ เพื่อให้ผู้ตอบรู้ว่าตนบกพร่องตรงไหน

#### ประโยชน์ของแบบทดสอบอัตนัย

1. ข้อสอบอัตนัยเป็นข้อสอบที่สร้างง่ายกว่าข้อสอบแบบเลือกตอบ และใช้เวลาเตรียมข้อสอบน้อยกว่าข้อสอบปรนัย

2. ข้อสอบอัตนัยสามารถใช้วัดเจตคติ คุณค่าและความคิดเห็น รวมทั้งความสามารถด้านการสังเคราะห์ ได้เป็นอย่างดี

3. ข้อสอบอัตนัยสามารถช่วยสร้างประสบการณ์ในการเรียนที่ดี เพราะการเขียนตอบข้อสอบอัตนัยนั้น นักเรียน ได้มีโอกาสฝึกฝนการเรียบเรียงความคิด และแสดงความคิดนั้นออกมาอย่างมีเหตุผล

4. ข้อสอบอัตนัยสามารถช่วยส่งเสริมการเขียนและการใช้ภาษาไทยเป็นอย่างดี จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า เครื่องมือตรวจสอบทางการศึกษาที่กระตุ้นสมองให้แสดงพฤติกรรมออกมาในเชิงความสามารถของบุคคลนั้นๆ ประกอบด้วยข้อสอบจำนวนหนึ่ง ซึ่งข้อสอบได้แก่ ข้อความหรือข้อคำถามที่เกี่ยวข้องกับจุดมุ่งหมายในการทดสอบ และเนื้อหาสาระที่ทดสอบเฉพาะอย่างและเกี่ยวข้องกับบุคคลที่ถูกทดสอบ

แบบทดสอบอัตนัยนำมาใช้เมื่อต้องการให้ผู้เข้าสอบแสดงความสามารถ ด้านความคิดสร้างสรรค์ และบรรยายความคิดนั้นออกมาอย่างอิสระ สิ่งสำคัญ ในการสร้างแบบอัตนัยคือ ทำอย่างไรจึงจะสร้างคำถามวัดในสิ่งที่ต้องการจะวัดได้ และทำอย่างไรคะแนนที่ได้

จากการตรวจสอบข้อสอบอัตนัยจึงจะมีความเชื่อถือได้มากที่สุดวิธีการตรวจให้คะแนน มี 2 วิธี คือ การตรวจ โดยวิธีเทียบเกณฑ์ และการตรวจ โดยวิธีจัดอันดับคุณภาพ

### เกณฑ์การให้คะแนน (Scoring Rubrics)

ผู้ทำวิจัยได้นำรูปแบบเกณฑ์การให้คะแนน(Scoring Rubric) เข้ามาช่วยในส่วนของ การพิจารณาการให้คะแนน นิทโก้ (Nitko, 2001 : 195 ) ได้กล่าวถึงรายละเอียดเกี่ยวกับ ความหมาย ความสำคัญ องค์ประกอบและชนิดของเกณฑ์การให้คะแนน(Scoring Rubric) ดังต่อไปนี้ว่า

เกณฑ์การให้คะแนน (Scoring Rubrics) คือแนวทางการให้คะแนนอย่างละเอียดที่ ถูกพัฒนาโดยครูหรือผู้ประเมินที่ใช้วิเคราะห์ผลงานหรือกระบวนการที่ผู้เรียน ได้พยายามสร้าง ขึ้น การประเมินผลงานของนักเรียนจะมี 2 ลักษณะคือ ผลงานที่ได้จากกระบวนการของ นักเรียน และกระบวนการที่นักเรียนใช้เพื่อให้เกิดผลงาน จะประเมินในลักษณะใดขึ้นอยู่กับ จุดมุ่งหมายในการเรียนรู้ อาจจะประเมินลักษณะใดลักษณะหนึ่งหรือประเมินทั้งสองลักษณะก็ได้ ผู้ประเมินจะต้องตัดสินคุณภาพของผลงานหรือกระบวนการปฏิบัติงานของผู้เรียนแต่ละคน ที่มีระดับที่แตกต่างกันหลายระดับ ระดับที่แตกต่างกันอาจจะเป็นระดับคุณภาพของชิ้นงานที่ได้ สร้างขึ้น หรือระดับของกระบวนการต่าง ๆ ที่ผู้เรียนแต่ละคนได้ใช้เพื่อให้เกิดผลงาน เพื่อให้ การตัดสินใจสอดคล้องกับผู้เรียนแต่ละคน ผู้ประเมินจะต้องใช้เกณฑ์ในการประเมินคุณภาพ ชิ้นงานของผู้เรียน เกณฑ์อาจจะอยู่ในเชิงคุณภาพหรือปริมาณ อาจจะมีลักษณะเป็นมาตราส่วน ประมวลค่า (Rating scale) หรือแบบตรวจสอบ (Checklist) โดยปกติจะใช้ Rubric ในการ ประเมินจุดประสงค์การเรียนรู้เดียวหรือส่วนใดส่วนหนึ่งของงานปฏิบัติ แต่การปฏิบัติงานที่มี ซับซ้อน ผู้ประเมินจะต้องประเมินจุดประสงค์การเรียนรู้ที่หลากหลายและประเมินหลาย ๆ ส่วนของการปฏิบัติ นั่นคือผู้ประเมินจะต้องมีเกณฑ์การให้คะแนนที่มากมายเพื่อให้เหมาะสม กับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่แตกต่างกัน หรือเหมาะสมกับแต่ละส่วนของการปฏิบัติงาน การให้ คะแนนจะอยู่ในรูปของตัวเลข โดยปกติจะเป็น 0-3 หรือ 1-4 ในแต่ละระดับของคะแนนจะ ขึ้นอยู่กับระดับของคุณภาพของงาน ดังนั้นตัวเลข 4 อาจจะหมายถึงระดับคุณภาพสูงสุด เลข 3 เป็นระดับคุณภาพรองลงมา คุณภาพของงานในแต่ละระดับจะต้องใช้การอธิบาย (Rubric) ดังนั้นในแต่ละระดับคะแนนจะต้องอธิบายเป็นภาษาที่แสดงให้เห็นถึงคุณภาพของการ ปฏิบัติงานในระดับนั้น

### ความสำคัญของเกณฑ์การให้คะแนน

การประเมินศักยภาพของผู้เรียนโดยให้ลงมือปฏิบัตินั้น ไม่มีค่าเฉลี่ยหรือคำตอบถูกที่แน่ชัดลงไปเหมือนแบบทดสอบเลือกตอบ การประเมินผลงานแต่ละชิ้นของผู้เรียนที่ได้ลงมือปฏิบัติจึงมีความจำเป็นที่จะต้องประเมินคุณภาพของงานอย่างเป็นปรนัย ซึ่งมันเป็นการยากที่จะทำได้ และได้ค้นพบการสร้างเกณฑ์การให้คะแนนหรือ Rubric ขึ้นมาเพื่อกำหนดแนวทางในการตัดสินอย่างยุติธรรม และปราศจากความลำเอียง Rubric จะต้องมีความชัดเจนในเกณฑ์การให้คะแนนอย่างพอเพียงถึงขนาดที่ผู้ประเมิน 2 คนสามารถใช้ Rubric เดียวกันประเมินชิ้นงานของผู้เรียนชิ้นเดียวกันแล้วให้คะแนนได้ตรงกัน ระดับของความสอดคล้องในการให้คะแนนของผู้ประเมิน 2 คนที่ประเมินอย่างเป็นอิสระจากกันจะเรียกว่า ความเชื่อมั่น (Reliability) ของการประเมิน

### องค์ประกอบของเกณฑ์การให้คะแนน

Scoring rubric มีหลายองค์ประกอบ ในแต่ละองค์ประกอบก็มีประโยชน์ มีความสำคัญองค์ประกอบมีดังนี้

1. จะมืออย่างน้อย 1 คุณลักษณะหรือ 1 มิติที่เป็นพื้นฐานในการตัดสินผู้เรียน
2. การนิยามและการยกตัวอย่างจะต้องมีความชัดเจนในแต่ละคุณลักษณะหรือมิติ
3. มาตรการให้คะแนนจะต้องเป็นอัตราส่วนกันในแต่ละคุณลักษณะหรือมิติ
4. จะต้องมีมาตรฐานที่เด่นชัดในแต่ละระดับของการให้คะแนน

ในแต่ละระดับการให้คะแนนจะต้องมีความชัดเจนในการนิยาม และความกว้างของระดับคะแนนไม่ควรเกิน 6 ถึง 7 ระดับ ถ้ามีระดับของการให้คะแนนกว้างมากเกินไปจะมีความลำบากในการตัดสินความแตกต่างในแต่ละระดับ เช่น ความกว้างคะแนนเป็น 100 ทำให้ยากที่จะอธิบายว่าคะแนน 81 มีคุณภาพแตกต่างจาก 80 หรือ 82 อย่างไร และจะทำให้ความสอดคล้องของการประเมินด้วยผู้ประเมินหลายคนลดลงไป การจะกำหนดความกว้างของการให้คะแนนเป็นเท่าไรนั้น จะต้องมีความเหมาะสมและมีความชัดเจนในการนิยามที่ครอบคลุมตั้งแต่แย่งที่สุด (Poor) จนถึงดีเลิศที่สุด (Excellent)

### ชนิดของเกณฑ์การให้คะแนน (Scoring Rubrics)

ชนิดของเกณฑ์การให้คะแนน มีอยู่ 3 ชนิด ดังนี้

1. Holistic Rubrics เป็นเกณฑ์การให้คะแนนผลงานหรือกระบวนการ

ที่ไม่ได้แยกส่วนหรือแยกองค์ประกอบการให้คะแนน ก็จะประเมินในภาพรวมของผลงานหรือกระบวนการนั้น รูปลิกแบบภาพรวมนั้นครูต้องให้คะแนนโดยดูภาพรวมของกระบวนการหรือผลงาน ไม่แยกพิจารณาเป็นส่วนๆ ในทางตรงกันข้าม สำหรับรูปลิกแบบแยกส่วนนั้น ครูจะให้คะแนนแยกทีละส่วนหรือทีละองค์ประกอบ แล้วรวมคะแนนแต่ละส่วนนั้นเข้าด้วยกันเป็นคะแนนรวม (Moskel, 2000 ; Nitko, 2001 : 139 )

รูปลิกแบบภาพรวมจะใช้เมื่อต้องการดูคุณภาพโดยรวมมากกว่าจะดูข้อบกพร่องส่วนย่อย ๆ Nitko(2001 : 139 ) กล่าวว่า รูปลิกแบบภาพรวมจะเหมาะสมกับการปฏิบัติที่ต้องการให้นักเรียนสร้างสรรค์การตอบสนอง และไม่มีคำตอบที่ถูกต้องชัดเจน จุดเน้นของการรายงานคะแนนที่ใช้รูปลิกแบบภาพรวมคือ คุณภาพโดยรวม ความคล่องแคล่ว หรือความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาสาระเฉพาะและทักษะ ซึ่งเป็นการประเมินระดับมิติเดียว การใช้รูปลิกแบบภาพรวมทำให้กระบวนการให้คะแนนเร็วกว่าการใช้รูปลิกแบบแยกส่วน ดังนั้น ครูจึงต้องอ่าน พิจารณาและตรวจสอบการปฏิบัติของนักเรียนโดยตลอด เพื่อให้รู้สึกถึงภาพรวมว่านักเรียนทำอะไรได้และยังใช้เป็นการประเมินสรุป (Summative) ได้ด้วย แต่นักเรียนจะได้รับทราบผลสะท้อนกลับน้อยมาก ตัวอย่างรูปลิกแบบภาพรวม

ตารางที่ 3 แสดงตัวอย่างรูปลิกแบบภาพรวม

คะแนน	รายละเอียดการให้คะแนน
5	แสดงความเข้าใจปัญหาอย่างสมบูรณ์ คำตอบประกอบด้วยทุกประเด็นที่ต้องการ
4	แสดงความเข้าใจปัญหาค่อนข้างมาก คำตอบปรากฏทุกประเด็นที่ต้องการ
3	แสดงความเข้าใจบางส่วน คำตอบประกอบด้วยประเด็นส่วนใหญ่ที่ต้องการ
2	แสดงความเข้าใจปัญหาเพียงเล็กน้อย ประเด็นส่วนใหญ่ที่ต้องการไม่ปรากฏ
1	แสดงความไม่เข้าใจ

2. Analytic Rubrics เป็นเกณฑ์การให้คะแนนที่แยกส่วนหรือองค์ประกอบคุณลักษณะของผลงานหรือกระบวนการ แล้วนำแต่ละส่วนหรือองค์ประกอบของคุณลักษณะมารวมกันเป็นคะแนนรวม รูปลิกแบบแยกส่วน นิยมใช้เมื่อต้องการเน้นชนิดหรือลักษณะเฉพาะของการตอบสนอง (Nitko, 2001 : 73 ) นั่นคือ ใช้สำหรับการปฏิบัติงานที่ยอมรับการตอบสนอง 1 หรือ 2 ลักษณะ และความคิดสร้างสรรค์ไม่ได้เป็นประเด็นสำคัญเกี่ยวกับการตอบสนองของนักเรียน นอกจากนี้ ผลลัพธ์ขั้นต้นจะมีคะแนนหลายตัว ตามด้วย

คะแนนรวม ซึ่งใช้เป็นตัวแทนการประเมินหลายมิติ ( Mertler, 2001: 89 ) การใช้รูปแบบแยกส่วนทำให้กระบวนการให้คะแนนซ้ำ

3. Annotated Holistic Rubrics ผู้ประเมินจะประเมินแบบ Holistic rubrics ก่อนแล้วจึงประเมินแยกส่วนอีกบางคุณลักษณะที่เด่น ๆ เพื่อใช้เป็นผลสะท้อนในบางคุณลักษณะของผู้เรียน

การให้คะแนนแบบ Holistic rubrics ใช้ได้ง่ายและใช้เพียงไม่กี่ครั้งต่อผู้เรียน 1 คน จะเป็นการประเมินในภาพรวมของทุกคุณลักษณะในการปฏิบัติงาน ส่วนการให้คะแนนแบบ Analytic rubrics จะใช้บ่อยครั้งโดยจะประเมินแยกในแต่ละคุณลักษณะของงาน ซึ่งการประเมินแบบนี้จะมีประโยชน์เมื่อสนใจจะวินิจฉัยหรือช่วยเหลือผู้เรียนว่ามีความรู้ความเข้าใจในแต่ละส่วนหรือแต่ละคุณลักษณะของการปฏิบัติงานนั้น ๆ หรือไม่ ซึ่งจะมีส่วนให้ครูได้ช่วยเสริมสร้างหรือพัฒนาการเรียนรู้ในแต่ละคุณลักษณะของผู้เรียนให้ดียิ่งขึ้น

ส่วนแบบ Annotated rubrics จะรวมข้อจำกัดของ Holistic และ Analytic ไว้ด้วยกัน เริ่มด้วยการประเมินในภาพรวมของการปฏิบัติงานด้วย Holistic แล้วผู้ประเมินเลือกประเมินอีกเพียงบางคุณลักษณะของงานแบบ Analytic ซึ่งการประเมินเพียงบางคุณลักษณะนี้จะไม่มีการเปลี่ยนแปลงคะแนนที่ประเมินแบบ Holistic ประโยชน์ก็คือจะมีความรวดเร็วในการประเมินและเป็นการให้ผู้ประเมินได้เลือกประเมินเฉพาะบางคุณลักษณะที่โดดเด่นเพียงไม่กี่องค์ประกอบเพื่อเป็นผลสะท้อน (Feedback) ให้แก่ผู้เรียน แต่ไม่มีประโยชน์ในการวินิจฉัยผู้เรียนว่าบกพร่องในคุณลักษณะใด เพราะหลาย ๆ คุณลักษณะไม่ได้ถูกประเมิน

การใช้รูบลิคมีประโยชน์สำหรับครู ดังนี้

1. เป็นเครื่องมือการสอนของครู ช่วยควบคุมการปฏิบัติการตามความคาดหวังในผลงานนักเรียน
2. ลดเวลาครูในการประเมินงานนักเรียน เห็นจุดเด่นและสิ่งที่นักเรียนต้องปรับปรุง
3. มีความยืดหยุ่น คือมีระดับคุณภาพตั้งแต่ดีเยี่ยมจนถึงต้องปรับปรุงใช้กับนักเรียนลดความสามารถได้ โดยใช้เกณฑ์สะท้อนผลงานของเขา

การใช้รูบลิค มีประโยชน์สำหรับนักเรียน ดังนี้

1. เป็นเครื่องมือการเรียนของนักเรียน ช่วยปรับปรุงพัฒนาการการปฏิบัติและการแสดงออกของนักเรียน
2. ช่วยตัดสินใจคุณภาพผลงานของตนเองและของคนอื่นอย่างมีเหตุผล



3. นักเรียนเกิดการเรียนรู้มากขึ้น รู้ว่าอะไรคือผลงานสุดท้ายที่ออกมาดี และจะเตรียมตัวตามประเด็นการประเมินอย่างไร

4. ใช้งานและอธิบายได้ง่าย รู้ชัดเจนว่าจะเรียนรู้อะไร จะประเมินอย่างไร

จากคำกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า เกณฑ์การให้คะแนน(Scoring Rubric) นั้นเป็นแนวทางหรือเครื่องมือให้คะแนนชนิดหนึ่งใช้ในการประเมินการปฏิบัติงานหรือผลงานนักเรียน เป็นเหมือนการกำหนดลักษณะเฉพาะในเชิงคุณภาพหรือเชิงปริมาณ หรือทั้ง 2 ประการรวมกัน ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ

1. เกณฑ์ที่ใช้ประเมินการปฏิบัติหรือผลงาน บอกว่าจะพิจารณาสิ่งใดบ้าง
2. ระดับคุณภาพหรือระดับคะแนน บอกว่าจะได้รับคุณภาพระดับใด

### การสัมภาษณ์

การสัมภาษณ์ (Interview) เป็น การสนทนาหรือการพูดโต้ตอบกันอย่างมีจุดมุ่งหมาย เพื่อค้นหาความรู้ ความจริง ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ล่วงหน้าการสัมภาษณ์เป็นวิธีการที่สำคัญวิธีหนึ่งในการรวบรวมข้อมูล เพราะการสัมภาษณ์นอกจากจะทำให้ผู้สัมภาษณ์ ได้ข้อมูลที่ต้องการแล้ว ยังช่วยให้ทราบข้อเท็จจริงเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์ในด้านบุคลิกภาพอีกด้วย และที่สำคัญทำให้ทราบความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนอย่างแท้จริง โน้ตสนทนาที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนจะได้ผลดี และได้ข้อมูลใกล้เคียงกับความเป็นจริงนั้นต้องมีเครื่องมือในการรวบรวมข้อมูลที่น่าเชื่อถือ ซึ่งนอกเหนือจากแบบสอบถาม การเรียนแล้ว การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือที่สำคัญอีกประเภทหนึ่ง เพราะการสัมภาษณ์นอกจากจะทำให้ผู้สัมภาษณ์ ได้ข้อมูลที่ต้องการแล้ว ยังช่วยให้ทราบข้อเท็จจริงเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์ในด้านบุคลิกภาพอีกด้วย และที่สำคัญทำให้ทราบความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนอย่างแท้จริง ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของการสัมภาษณ์ไว้ดังนี้

นิภา เมธชาวิชัย (2536 : 32) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับวัดความคิดเห็นของบุคคล โดยการสนทนา ซักถามโต้ตอบ ระหว่างบุคคล ลักษณะตัวต่อตัว การสัมภาษณ์ดีกว่าการสังเกต เพราะผู้สัมภาษณ์สามารถใช้ตา หู และปาก ในขณะที่สัมภาษณ์ได้ ผู้สัมภาษณ์ควรสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองกับผู้ถูกสัมภาษณ์ โดยสร้างความเชื่อถือ รักษาอารมณ์ให้มั่นคง แสดงความสนใจขณะสัมภาษณ์ และบันทึกผลการสัมภาษณ์อย่างตรงไปตรงมา



วัฒนา พัทธราวนิช (2531 : 127-128) กล่าวว่า การสัมภาษณ์นั้นเป็นการค้นหาข้อเท็จจริงและทำให้ทราบความต้องการของเด็ก เป็นการช่วยให้เกิดความสนิทสนมและคุ้นเคยกันมากขึ้น ทำให้ผู้มาขอรับคำปรึกษา กล้าพูดและกล้าบอกความเป็นจริง โดยไม่มีการปิดบังอำพรางและยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจตนเอง สามารถปรับตัวให้อยู่ในสภาพแวดล้อมได้

คณะศึกษาศาสตร์ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2537 : 127) ได้กล่าวเกี่ยวกับการสัมภาษณ์ไว้ว่า การสัมภาษณ์ เป็นวิธีการที่ครูถามนักเรียนให้ตอบเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนทบทวนวิธีแก้ปัญหา ขณะที่ครูฟัง ครูซักถาม เพื่อค้นหาสิ่งที่นักเรียนเข้าใจผิด หรือกระบวนการที่เข้าใจไม่ถูกต้อง ซึ่ง Ginsburg เชื่อว่าการสัมภาษณ์เป็นกระบวนการที่สำคัญที่สุดในการทดสอบคณิตศาสตร์ให้ได้มาตรฐาน เพราะจะทำให้ครูถึงความรู้ลึกเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียน

สรุปความหมายของการสัมภาษณ์ คือ เป็นวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยวิธีการสนทนา พูดคุย ซักถามเพื่อวิเคราะห์เหตุผล และแนวคิดในการทำแบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งในการสนทนาดังกล่าวนอกจากการใช้คำพูดแล้วยังต้องใช้ตาและหูเพื่อดูและฟังประกอบการพิจารณาเพื่อหาข้อเท็จจริงอีกด้วย

รวีวรรณ ชินะตระกูล (2547 : 119-120) ได้กล่าวถึงประเภทของการสัมภาษณ์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Structured form) การสัมภาษณ์วิธีนี้ เป็นการสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดข้อความไว้อย่างแน่นอนว่าจะสัมภาษณ์อะไรบ้าง วิธีการสัมภาษณ์ตามแบบฟอร์มของข้อความที่กำหนดไว้ ซึ่งผู้ถูกสัมภาษณ์จะตอบข้อความเหมือนกันทุกข้อความที่จะสัมภาษณ์จะต้องสร้างและจัดเตรียมข้อความเป็นอย่างดี ก่อนที่จะทำการสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ควรทำความเข้าใจกับคำถามทุกข้อให้ตรงกันเสียก่อน เพื่อที่จะได้ข้อมูลที่มีความเชื่อถือได้ดียิ่งขึ้น

2. การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured form) แบ่งออกเป็น 3 ประเภท

- 2.1 การสัมภาษณ์แบบ ไม่จำกัดคำตอบ (Non-directive interview)

การสัมภาษณ์วิธีนี้เป็นแบบไม่ต้องเตรียมคำถาม เป็นการพูดคุยกันอย่างธรรมดา ไม่มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอนว่าจะเริ่มต้นสิ่งใดก่อน จนกระทั่งจะจบลงด้วยสิ่งใด ผู้สัมภาษณ์จะต้องตั้งคำถามตามสถานการณ์ระหว่างการสนทนา ผู้สัมภาษณ์จะต้องพยายามให้ผู้ให้ข้อมูล (Informant) สามารถพรรณนาความรู้สึกนึกคิดของตนเองเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ ออกมาเอง ผู้สัมภาษณ์จะรับฟังและ

ตอบได้ด้วยความเข้าใจในความรู้สึกนึกคิดที่ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงออกมา ผู้ถูกสัมภาษณ์จะมีความรู้สึกว่ามีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องต่าง ๆ ในการสัมภาษณ์แบบนี้เป็นการสัมภาษณ์ที่ยืดหยุ่นมาก ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการดัดแปลงแก้ไขให้กันไปตามวัตถุประสงค์ของการสัมภาษณ์ การที่จะได้ข้อมูลจริงเพียงไร ขึ้นอยู่กับผู้สัมภาษณ์โดยตรง ซึ่งจะต้องใช้เทคนิคในการสัมภาษณ์ โดยมากการสัมภาษณ์ประเภทนี้มักจะเป็นการสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพทางอารมณ์ ค่านิยมทางการดำเนินงาน การดำเนินชีวิตและอุดมการณ์ ดังนั้นการสัมภาษณ์วิธีนี้จึงจำเป็นและนิยมใช้กันมากในหมู่นักจิตวิทยา นักสังคมสงเคราะห์และแพทย์ ผู้สัมภาษณ์จำเป็นต้องสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองมากที่สุด เพื่อให้ผู้ตอบอยู่ในอารมณ์ที่สบายอกสบายใจ

2.2 การสัมภาษณ์แบบมีจุดสนใจโดยเฉพาะ (Focuses interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์มีจุดมุ่งหมายหรือมีความสนใจในบางเรื่องอยู่แล้ว จึงพยายามตะล่อมให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ให้แสดงออกมาอย่างมีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องนั้น ๆ

2.3 การสัมภาษณ์แบบหยั่งลึก (In-depth interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ต้องการล้วงเอาความจริงใจจากผู้ถูกสัมภาษณ์ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ เป็นการซักถามเพื่อต้องการทราบถึงเหตุผลต่าง ๆ ที่ก่อให้เกิดข้อเท็จจริง ไม่ใช่เป็นการถามเกี่ยวกับคำถาม “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” แต่เป็นคำถามที่ถามว่าเพราะเหตุใดหรือทำไม ฯลฯ การสัมภาษณ์แบบนี้ ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำความคุ้นเคยและมีความมั่นใจแล้วว่าบรรยากาศที่จะทำให้การสัมภาษณ์เหมาะสม

#### ลักษณะของการสัมภาษณ์

ลักษณะของการสัมภาษณ์แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

##### 1. การสัมภาษณ์รายบุคคล หรือการสัมภาษณ์แบบเผชิญหน้ากัน (Face-to-face)

ระหว่างผู้สัมภาษณ์กับผู้ให้ข้อมูลเพื่อรวบรวมข้อมูลที่ต้องการคำตอบที่เจาะลึกในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง การสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลมีข้อดีคือ ผู้สัมภาษณ์ สามารถซักถามเป็นการส่วนตัว คำถามที่ใช้ขึ้นอยู่กับผู้สัมภาษณ์ ผู้ให้ข้อมูลสามารถตอบได้อย่างอิสระ อาจมีการปรับปรุงหรือเปลี่ยนแปลงคำถามให้เหมาะสมกับผู้ให้ข้อมูลแต่ละคน เนื่องจากผู้ให้ข้อมูลแต่ละคนอาจมีวัฒนธรรมที่ต่างกัน จึงจำเป็นต้องมีการสร้างบรรยากาศให้เป็นกันเอง เพื่อที่จะให้ได้ข้อมูลตามที่ต้องการ นอกจากนี้การสัมภาษณ์แบบนี้ สามารถบันทึกเทปหรือสังเกตการแสดงออกต่อการตอบสนองคำถามด้วยท่าทาง น้ำเสียง และสภาพแวดล้อม ได้อีกด้วยการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล เป็นการลงทุนค่อนข้างสูงและใช้เวลานาน บางครั้งคำถามที่ถามอาจทำให้ผู้ตอบไม่

ค้อยอยากตอบ เช่น ถามเกี่ยวกับรายได้ หรือคำถามที่ก่อให้เกิดความรู้สึกที่ขัดแย้งต่อบุคลิกภาพของผู้ให้สัมภาษณ์ นอกจากนี้คำตอบที่ได้อาจมีความลำเอียง

2. การสัมภาษณ์เป็นกลุ่ม (Group interview) เป็นการสัมภาษณ์แบบหนึ่งที่ใช้สัมภาษณ์ทำการสัมภาษณ์กับผู้ร่วมสนทนาหรือเป็นกลุ่ม เพื่อสนทนาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน โดยผู้สัมภาษณ์ เป็นผู้กำหนดหัวข้อร่วมสนทนาจะไม่มีความรู้สึกว่าถูกซักถามปัญหา แต่คิดว่าเป็นการเสวนาในเรื่องที่ผู้สัมภาษณ์สนใจอยากรู้เรื่องต่าง ๆ การสัมภาษณ์เป็นกลุ่ม ช่วยให้ประหยัดเวลา ลงทุนน้อย เหมาะสำหรับการระดมความคิดเพื่อเป็นแนวทางในการหาข้อสรุป แต่อาจทำให้บางคนมีความรู้สึกอึดอัดในการตอบ หรือมีความรู้สึกไม่อยากตอบ เนื่องจากผู้ให้ข้อมูลบางคน ไม่สามารถเปิดเผยข้อมูลได้อย่างอิสระ

วัฒนา พัทธราวิช (2531 : 127-128) ได้กล่าวเกี่ยวกับหลักของการสัมภาษณ์ไว้ดังนี้

1. เตรียมการสัมภาษณ์ เตรียมหัวข้อที่จะสัมภาษณ์ กำหนดเวลาในการสัมภาษณ์ เตรียมสถานที่สัมภาษณ์
2. เริ่มต้นสัมภาษณ์เด็กด้วยการสร้างมิตรภาพ ทำให้ผู้รับการสัมภาษณ์รู้สึกเป็นกันเองและให้ความไว้วางใจผู้สัมภาษณ์
3. ผู้สัมภาษณ์ต้องแสดงตนเป็นผู้รับฟังที่ดี ไม่แสดงอาการเบื่อหน่าย ต้องแสดงว่ามีความสนใจและตั้งใจฟัง
4. ผู้สัมภาษณ์ต้องใช้คำที่เข้าใจง่าย ถามซ้ำ ๆ และพูดอย่างชัดเจนอย่าพูดคำที่ไม่ป้อนคำถามรวดเร็วเกินไปจนผู้ตอบงงหรือสับสน
5. ผู้สัมภาษณ์ไม่ควรจะพูดหรือคุยมากเกินไป ต้องคอยเป็นผู้รับฟังให้โอกาสเด็กพูดให้มากที่สุด
6. ไม่ควรบันทึกคำพูดของเด็กในระหว่างการสัมภาษณ์ จะทำให้เด็กเกิดความกังวล หวาดระแวง
7. ในการยุติการสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ต้องสร้างบรรยากาศที่ดี ทำให้ผู้รับการสัมภาษณ์พึงพอใจที่จะกลับมาอีกครั้งหนึ่ง
8. การบันทึกการสัมภาษณ์ต้องทำทันทีเมื่อเสร็จสิ้นการสัมภาษณ์ ไม่ควรทิ้งไว้นาน ๆ เพราะอาจลืมรายละเอียดได้

นอกจากนี้ Hammill & Bartel (อ้างอิงมาจาก มาลา ปาจุวิง, 2542 : 30-31) ได้ให้แนวในการสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ให้เลือกตัวอย่างทีละอย่าง และให้ลำดับก่อนหลัง

2. เริ่มต้นด้วยปัญหาต่าง ๆ ก่อน เพราะจะทำให้ นักเรียนเกิดความเข้าใจ
3. บันทึกการสัมภาษณ์ด้วยเทปเสียงหรือในสมุดบันทึก
4. ให้นักเรียนเขียนวิธีการแก้ปัญหาและอธิบาย โดยการพูด
5. ให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างอิสระ โดยใช้วิธีการของนักเรียนเอง โดยที่ครูไม่ต้องให้คำแนะนำหรือเสนอแนะว่านักเรียนกำลังทำผิด

6. หลีกเลี่ยงการเร่งให้นักเรียนทำงานเสร็จเร็ว ๆ เพราะอาจจะเป็นการสร้างความกดดันหรือสกัดกั้นความคิดของนักเรียน การสัมภาษณ์เช่นนี้ควรใช้เวลาประมาณ 15-45 นาที

นิภา เมทธาวิชัย (2536 : 32) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับวัดความคิดเห็นของบุคคล โดยการสนทนา ซักถาม โต้ตอบ ระหว่างบุคคล ลักษณะตัวต่อตัว การสัมภาษณ์ดีกว่าการสังเกต เพราะผู้สัมภาษณ์สามารถใช้ตา หู และปาก ในขณะที่สัมภาษณ์ได้ ผู้สัมภาษณ์ควรสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองกับผู้ถูกสัมภาษณ์ โดยสร้างความเชื่อถือ รักษาอารมณ์ให้มั่นคง แสดงความสนใจขณะสัมภาษณ์ และบันทึกผลการสัมภาษณ์อย่างตรงไปตรงมา ซึ่งสอดคล้องกับ (วัฒนา พัทธราวิช, 2531 : 127-128) กล่าวว่า การสัมภาษณ์นั้นเป็นการค้นหาข้อเท็จจริงและทำให้ทราบความต้องการของเด็ก เป็นการช่วยให้เกิดความสนิทสนมและคุ้นเคยกันมากขึ้น ทำให้ผู้มาขอรับคำปรึกษา กล้าพูดและกล้าบอกความเป็นจริงโดยไม่มี การปิดบังอำพรางและยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจตนเอง สามารถปรับตัวให้อยู่ในสภาพแวดล้อมได้ นอกจากนี้ (คณะศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2537 : 127) ได้กล่าวเกี่ยวกับการสัมภาษณ์ไว้ว่า การสัมภาษณ์ เป็นวิธีการที่ครูถามนักเรียนให้ตอบเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนทบทวนวิธีแก้ปัญหา ขณะที่ครูฟัง ครูซักถาม เพื่อค้นหาสิ่งที่นักเรียนเข้าใจผิด หรือกระบวนการที่เข้าใจไม่ถูกต้อง ซึ่ง Ginsburg เชื่อว่าการสัมภาษณ์เป็นกระบวนการที่สำคัญที่สุดในการทดสอบคณิตศาสตร์ให้ได้มาตรฐาน เพราะว่าทำให้นักเรียนรู้ถึงความรู้ลึกเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียน

เศียน ไชยสร (2526 : 100) กล่าวถึงวิธีการบันทึกเรื่องที่สัมภาษณ์ไว้ 2 วิธี ดังนี้  
วิธีการแรกคือการจดบันทึก วิธีนี้เป็นวิธีที่นิยมเป็นอย่างมาก เพราะเป็นวิธีการที่ประหยัด แต่ก็ยังมีข้อที่ถกเถียงกันว่าควรจะมีการจดบันทึกในขณะที่สัมภาษณ์หรือหลังสัมภาษณ์ แบบใดจะเหมาะสมที่สุด เพราะแต่ละแบบก็จะมีทั้งข้อดีและข้อเสียต่างกันไป ถ้าการสัมภาษณ์เพื่อหาข้อเท็จจริงที่มีรายละเอียดมาก หากแก่การจำ ก็อาจจะจดบันทึกในขณะที่สัมภาษณ์ แต่ถ้าเป็นเรื่องที่เป็นประเด็นใหญ่ๆหรือเป็นเหตุการณ์ที่ไม่ต้องการรายละเอียด ก็อาจจะจดบันทึกหลังการสัมภาษณ์เสร็จสิ้นแล้วก็ได้ ส่วนวิธีการที่สองคือการบันทึกเทป โดยปกติแล้วจะจัดทำใน



ห้องสัมภาษณ์ที่มีลักษณะพิเศษและซ่อนเทปไว้โดยไม่ให้ผู้ถูกสัมภาษณ์รู้ตัว แต่ถ้าใช้บันทึกเทปแบบธรรมดาที่ ต้องขออนุญาตและชี้แจงเหตุผลหรือจุดมุ่งหมายในการบันทึกเทปการสัมภาษณ์ในครั้งนั้นให้ผู้ถูกสัมภาษณ์เข้าใจ และถ้าผู้ถูกสัมภาษณ์อนุญาตให้บันทึกเทปได้ ผู้สัมภาษณ์จึงจะทำการบันทึกได้

ในส่วนของเทคนิคของการสัมภาษณ์นั้น ครีเมนต์และเอลลิตัน (Clements & Ellerton .1996 : 48-50) กล่าวถึง เทคนิคการสัมภาษณ์นิวแมนว่าเป็นวิธีการวิเคราะห์ความผิดพลาด 5 ขั้นตอน ที่เกิดจากการตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังจากที่นักเรียนทำแบบทดสอบเสร็จแล้วจะใช้การสัมภาษณ์ขั้นตอนการแก้ปัญหาทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งเป็นวิธีที่ได้ผลดีและเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอน ในปี ค.ศ. 1977 นิวแมนได้ใช้เทคนิคการสัมภาษณ์ดังกล่าวและได้เผยแพร่ใช้ในวงการศึกษาของประเทศออสเตรเลียจนได้ผลดีและมีการวิจัยอย่างต่อเนื่อง โดยวิธีวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนิวแมนมีทั้งหมด 5 ขั้นตอน มีดังนี้ ขั้นแรกคือความผิดพลาดจากการอ่าน (Reading Errors) ความผิดพลาดในขั้นนี้ พิจารณาได้จากการที่นักเรียนไม่สามารถอ่านคำสำคัญ (Key Word) หรือสัญลักษณ์ที่อยู่ในคำถาม ทำให้นักเรียนถูกจำกัดขอบเขตที่ดำเนินการแก้ปัญหาให้ครบสมบูรณ์ได้ ขั้นที่สองคือความผิดพลาดจากการทำความเข้าใจ (Comprehension Errors) แม้ว่านักเรียนจะสามารถอ่านคำทุกคำที่อยู่ในคำถามได้ แต่นักเรียนอาจจะไม่เข้าใจความหมายของคำเหล่านั้นได้ทั้งหมด ทำให้นักเรียนก็ไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปได้ ขั้นที่สามคือความผิดพลาดจากการเปลี่ยนรูป (Transformation Errors) ในขั้นนี้ ถึงแม้ว่านักเรียนจะเข้าใจโจทย์ แต่นักเรียนไม่สามารถเลือกใช้การกระทำทางคณิตศาสตร์ (Operation) เช่น การบวก การลบ การคูณและการหาร ได้ หรือไม่สามรถบอกลำดับการกระทำที่จำเป็นในการแก้ปัญหาได้ ขั้นที่สี่คือความผิดพลาดจากการใช้ทักษะกระบวนการ (Process Skill Errors) ในขั้นนี้นักเรียนไม่สามารถนำการกระทำทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวไปใช้อย่างถูกต้องแม่นยำได้ ซึ่งทำให้เกิดการคำนวณที่ผิดพลาดขึ้น และขั้นสุดท้ายคือความผิดพลาดจากการสรุปคำตอบ (Encoding Errors) ความผิดพลาดในขั้นนี้ เกิดจากการที่นักเรียนทำตาม กระบวนการแก้ปัญหาอย่างถูกต้องแต่ไม่สามารถแสดงคำตอบในรูปแบบที่โจทย์ต้องการ

นิวแมน(Newman . อ้างอิงมาจาก วรรณิการ์ ปวนกาศ. 2543 : 13 – 14) ได้เสนอวิธีการในการ

สัมภาษณ์นักเรียนหลังจากการทำแบบทดสอบและวิธีการใช้คำถามในการสัมภาษณ์ไว้ว่าวิธีการสัมภาษณ์นักเรียน ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำการสัมภาษณ์หลังจากการทำแบบทดสอบเสร็จ

แล้วทันทีที่ต้องแยกสัมภาษณ์ทีละคน ระหว่างการสัมภาษณ์นั้นก็ควรมีการบันทึกไว้ด้วย ส่วนสิ่งแวดล้อมรอบข้างควรมีสภาพที่ไม่รบกวนผู้สัมภาษณ์และนักเรียนมากนัก ถ้าสังเกตเห็นว่านักเรียนเกิดอาการเกร็งหรือไม่มีสมาธิที่จะให้สัมภาษณ์ต่อไปได้ก็ควรหยุดสัมภาษณ์ทันที และนอกจากนี้ผู้สัมภาษณ์ต้องระวังในเรื่องของการพูดด้วย เพราะอาจจะทำให้นักเรียนไขว้เขวหรือเปลี่ยนความคิดได้ และที่สำคัญผู้สัมภาษณ์ไม่ควรบอกนักเรียนว่าโจทย์ที่นำมาสัมภาษณ์นั้น เป็นข้อที่นักเรียนเคยทำผิดมาแล้ว ส่วนวิธีการใช้คำถามในการสัมภาษณ์นั้นนิวมานเสนอว่าคำถามดังต่อไปนี้จะเป็นแนวทางไปสู่การวิเคราะห์ความผิดพลาดของนักเรียนจากการเขียนตอบในแบบทดสอบคณิตศาสตร์ได้

ตารางที่ 4 การใช้คำถามในการสัมภาษณ์นิวมานที่จะเป็นแนวทางไปสู่การวิเคราะห์ความผิดพลาดของนักเรียนจากการเขียนตอบในแบบทดสอบคณิตศาสตร์

ขั้นที่	การวิเคราะห์ความผิดพลาด	คำถามที่ใช้
1	ความผิดพลาดจากการอ่าน (Reading errors)	นักเรียนลองอ่านคำถามให้ครูฟัง
2	นักเรียนลองอ่านคำถามให้ครูฟัง (Comprehension errors)	บอกครูว่า คำถามต้องการให้เธอทำอะไร
3	ความผิดพลาดจากการเปลี่ยนรูป (Transformation errors)	บอกครูถึงแนวคิดที่เธอจะใช้หาคำตอบ
4	ความผิดพลาดจากการใช้ทักษะกระบวนการ (Process skill errors)	ลองแสดงวิธีที่เธอใช้คำนวณหาคำตอบพร้อมอธิบายตามไปด้วย
5	ความผิดพลาดจากการสรุปตอบ (Encoding errors)	ที่นี่ ให้เธอเขียนคำตอบของคำถาม

วิธีการบันทึกการสัมภาษณ์ลงในแบบบันทึกการสัมภาษณ์ของนิวมาน มีวิธีการบันทึกดังต่อไปนี้

#### 1. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการอ่าน (Reading Recognition)

การสัมภาษณ์นักเรียนในขั้นนี้ ผู้ศึกษาจะให้นักเรียนอ่าน โจทย์ปัญหาจากแบบทดสอบ ถ้านักเรียนอ่านได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C (Correct) ในช่องของ Word แต่ถ้านักเรียนอ่านคำใดคำหนึ่งผิดหรืออ่านไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E (Errors) ในส่วนของ Word เช่นกัน พร้อมกับบันทึกรายละเอียดของการอ่านผิดอย่างย่อๆ ในส่วนของ



การอ่านสัญลักษณ์ที่อยู่ในโจทย์ปัญหานั้น ถ้านักเรียนอ่านสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C ในส่วนของ Symbol แต่ถ้านักเรียนอ่านผิดหรืออ่านไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E ในส่วนของ Symbol เช่นกัน พร้อมทั้งบันทึกรายละเอียดของการอ่านสัญลักษณ์ที่ผิดอย่างย่อๆ

2. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการทำความเข้าใจ (Comprehension) การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการทำความเข้าใจคำศัพท์เฉพาะ (Comprehension (a)) เมื่อผู้ศึกษาให้นักเรียน บอกความหมายของคำสำคัญ (Key words) หรือสัญลักษณ์ที่อยู่ในโจทย์ปัญหาแล้ว ผู้ศึกษาจะบันทึกผลลงในส่วนของ Terms ถ้านักเรียนสามารถบอกได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิด หรือบอกไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อๆ

การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการทำความเข้าใจ โจทย์ (Comprehension (b)) เมื่อผู้ศึกษาให้นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์ปัญหาต้องการให้นักเรียนทำแล้วผู้ศึกษาจะบันทึกผลลงในส่วนของ General โดยถ้านักเรียนบอกได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิดหรือบอกไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อๆ

3. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการเปลี่ยนรูป (Transformation) ในขั้นนี้ ถ้านักเรียนสามารถบอกแนวคิด หรือวิธีที่จะใช้หาคำตอบๆ ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะบันทึกผลโดยวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิด หรือบอกไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อๆ

4. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการใช้ทักษะกระบวนการ (Process skills) ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณหาคำตอบได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณผิด หรือแสดงวิธีคิดคำนวณไม่ได้ ผู้ศึกษาจะบันทึกสิ่งที่ผิดลงในส่วนต่างๆ ของขั้น Process skills ดังนี้

4.1 ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณซึ่งเป็นการเดาคำตอบที่ผิด ผู้ศึกษาจะบันทึกผลลงในส่วนของการเดาคำตอบ โดยวงกลมรอบอักษร E ในแถวของ R (Random response)

4.2 ถ้าพบว่านักเรียนเลือกการกระทำทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการคำนวณไม่ถูกต้อง ไม่เหมาะสม หรือไม่ตรงกับโจทย์ที่ต้องการแล้ว ผู้ศึกษาจะบันทึกผลการวงกลมรอบอักษร E ในแถวของ WO (Wrong operation)

4.3 ถ้าพบว่านักเรียนได้นำการกระทำทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตรงกับที่โจทย์ต้องการให้ทำแล้วมาใช้คำนวณอย่างผิดๆ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบ E ในแถวของ FA (Faulty algorithm)

4.4 ถ้าพบว่านักเรียนคิดคำนวณผิด ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E ในแถวของ FC (Faulty computation)

4.5 ถ้าพบว่านักเรียนไม่แสดงวิธีคิดคำนวณ หรือ ทำได้เลยผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E ในแถวของ E ในแถวของ NR (No response) ทั้งนี้ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณผิดหมดทุกกรณีดังกล่าวข้างต้นแล้ว ผู้ศึกษาจะบันทึกความผิดพลาดโดยวงกลมล้อมรอบอักษร E ในแถวสุดท้ายในขั้นนี้

5. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการสรุปคำตอบ(Encoding ability)ถ้านักเรียนสรุปคำตอบในรูปแบบข้อความ หรือ ภาษา ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบ C ในส่วนของ Words ถ้าสรุปผิด ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E ในส่วนของ Words เช่นเดียวกัน

ถ้านักเรียนสรุปคำตอบในรูปแบบสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร C ในส่วนของ Symbols ถ้าสรุปผิด ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E ในส่วนของ Symbols เช่นเดียวกัน

จากการศึกษาเกี่ยวกับวิธีการสัมภาษณ์นักเรียนในการวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนสามารถสรุปได้ว่า ในการสัมภาษณ์นั้นผู้สัมภาษณ์จะต้องมีการวางแผนการสัมภาษณ์ก่อนการสัมภาษณ์ ไม่ว่าจะเป็นในส่วนของคำถาม เครื่องมือที่ใช้ในการบันทึกหรือแม้กระทั่งสิ่งที่ต้องการจากการสัมภาษณ์ในแต่ละครั้ง

### การหาคุณภาพของเครื่องมือ

การหาคุณภาพของเครื่องมือนั้นคุณภาพบางด้านเมื่อสร้างเครื่องมือเสร็จก็สามารถตรวจสอบได้ทันที (เช่น ด้านความเป็นปรนัย) บางด้านจะต้องนำเครื่องมือไปทดลองใช้หรือที่เรียกกันว่า Try out กับกลุ่มนักเรียนที่มีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่างก่อน แล้วจึงนำผลมาวิเคราะห์หาค่าคุณภาพ เครื่องมือบางชนิดจำเป็นต้องตรวจสอบคุณภาพทุกด้าน แต่บางชนิดสามารถตรวจสอบเพียงบางด้าน ทั้งนี้ขึ้นกับลักษณะของชนิดเครื่องมือ นั้น คุณภาพของเครื่องมือที่จำเป็นต้องตรวจสอบ มี 5 ด้าน ได้แก่

1. ความเที่ยงตรง (Validity)(หรือความตรง) เป็นคุณสมบัติของเครื่องมือที่วัดในสิ่งที่ต้องการวัด ความเที่ยงตรงแยกย่อยเป็น ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา(วัดเนื้อหาสาระ

ได้ครบถ้วนตามหลักสูตรและจุดประสงค์) และ ความเที่ยงตรงตาม โครงสร้าง (วัดพฤติกรรม และสมรรถภาพด้านต่าง ๆ ได้ตรงตามจุดมุ่งหมายที่กำหนดตามหลักทฤษฎี)

2. ความเชื่อมั่น (Reliability)(หรือความเที่ยง)เป็นคุณสมบัติของเครื่องมือที่แสดงให้เห็นว่าเครื่องมือ นั้น ๆ ให้ผลการวัดที่สม่ำเสมอ คงที่ แน่นนอน ไม่ว่าจะวัดกี่ครั้งก็ตาม

3. ความเป็นปรนัย (Objectivity) เป็นคุณสมบัติของเครื่องมือที่มีลักษณะต่าง ๆ ดังนี้คือ

3.1 คำถามมีความชัดเจน ชี้เฉพาะ อ่านแล้วเข้าใจตรงกัน

3.2 การตรวจให้คะแนนมีความแน่นอน ตรงกันไม่ว่าใครจะตรวจก็ตาม

3.3 แปลความได้ชัดเจนว่า คะแนนที่ได้มีความสามารถอยู่ในระดับใด

4. ความยากง่าย (Difficulty เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ p) เป็นคุณสมบัติของข้อสอบที่บอกกว่าข้อสอบนั้นมีคนทำถูกมากน้อยเพียงใด เครื่องมือที่ดีต้องมีความยากง่ายพอเหมาะ

5. อำนาจจำแนก (Discrimination เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ r) เป็นคุณสมบัติที่จำแนกกลุ่มเก่งกลุ่มอ่อนออกจากกัน หรือจำแนกความคิดเห็นที่ต่างกันออกเป็นสองกลุ่มได้

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลมีอยู่หลายชนิดในที่นี้ขอนำมาเจาะจงที่ใช้กันบ่อย ได้แก่ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์(ส่วนใหญ่เราจะนำมาใช้กันเป็นแบบทดสอบก่อนเรียน/หลังเรียน และแบบสอบตามมาตรฐานส่วนประมาณค่า (แบบนี้เราจะใช้ตอนให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจ/ประเมินวัดกรรม และ ใช้วัดเจตคติของนักเรียน) เพื่อให้ทราบว่าเครื่องมือทั้งสองชนิดนี้ต้องตรวจสอบคุณภาพด้วยวิธีการใด ส่วนวิธีการหานั้นหากจะหาด้วยการใช้สูตรก็สามารถทำได้ หรือให้สะดวก ก็สามารถใส่โปรแกรมคอมพิวเตอร์ซึ่งมีอยู่แพร่หลายในปัจจุบัน

หลักการสร้างจะไม่นำมากล่าวในที่นี้ จะกล่าวถึงขั้นตอนการหาคุณภาพ กล่าวคือ หลังจากเขียนและตรวจทานข้อสอบแล้วจะนำไปให้ ผู้เชี่ยวชาญ ไม่ต่ำกว่า 3 คนพิจารณาความตรงเชิงเนื้อหา คือพิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อตรงตามจุดประสงค์หรือไม่ อาจใช้วิธีการของ Rovinelli และ Hambleton หรือวิธีการหา IOC(Index of Item – Objective Congruence) ก็ได้ จากนั้นนำไปทดลองใช้กับกลุ่มทดลองก่อนแล้วนำมาหาค่าความยากง่าย (p) และหาอำนาจจำแนก (r) ซึ่งอาจคำนวณด้วยการใช้สูตร หรือโปรแกรมสำเร็จรูปก็ได้

#### หาความเที่ยงตรง(หรือความตรง)

1. ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา เรื่องนี้ถ้าหากว่าเราออกข้อสอบตามตารางวิเคราะห์เนื้อหาของเรา ก็ถือว่ามีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาแล้ว

2. ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง มีวิธีหาอยู่หลายวิธี ได้แก่ ใช้การพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ระหว่างคะแนนของแบบทดสอบนั้นกับแบบทดสอบมาตรฐานที่วัดในเรื่องเดียวกันซึ่งมีผู้จัดทำไว้แล้ว อีกวิธีหนึ่งซึ่งสะดวกกว่า คือการให้ผู้เชี่ยวชาญในเรื่องนั้น ๆ พิจารณา(ในบางตำราเรียก วิธี "Face validity")

#### หาความเชื่อมั่น(หรือความเที่ยง)

การหาความเชื่อมั่นมีหลายวิธีการ(ซึ่งล้วนแล้วต้องใช้สูตรในการคำนวณทั้งสิ้น) เช่น การสอบซ้ำ การใช้แบบทดสอบคู่ขนาน การแบ่งครึ่งแบบทดสอบ(ข้อคู่ข้อคี่) และวิธีการที่นิยมกันคือแบบของ Kuder-Richardson

นอกจากนี้ถ้าเป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ มีสิ่งที่จะต้องคำนึงถึงอีกคือแบบทดสอบนั้นต้องมีความยุติธรรม เด็กแต่ละคนต้องไม่ได้เปรียบเสียเปรียบกัน ใช้คำถามวัดความสามารถทุกระดับ(รู้-จำ-เข้าใจ-นำไปใช้-วิเคราะห์-สังเคราะห์-ประเมินค่า) และคำถามช่วย น่าสนใจ ทำท่ายให้อยากตอบ

เครื่องมือชนิดนี้ไม่ต้องหาค่าความยากง่าย แต่ต้องหาค่าอำนาจจำแนกรายข้อ ที่นิยมมีสองวิธี คือ หาโดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์อย่างง่าย และหาโดยใช้ t-test

ความเที่ยงตรง(หรือความตรง) ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาใช้วิธีการให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาคัดสินเป็นรายข้อ ส่วนความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างจะใช้วิธีการเดียวกับแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่กล่าวไว้แล้ว

หาความเชื่อมั่น(หรือความเที่ยง) วิธีที่แพร่หลายคือวิธีของ Cronbach(1970) (เป็นวิธีการหาความเชื่อมั่นที่สามารถใช้กับเครื่องมือที่ไม่ได้ตรวจให้คะแนนเป็น 0 กับ 1) เรียกว่า "สัมประสิทธิ์แอลฟา" ( $\alpha$  - Coefficient)

#### งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิเคราะห์หัม โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน ในเรื่องต่างๆ ที่นักการศึกษาหลายๆท่านได้ทำการศึกษาไว้ ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางสำหรับการวิเคราะห์หัม โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

## งานวิจัยในประเทศ

คารณี คำแหง (2533 : 69) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5” กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กรุงเทพมหานครจำนวน 320 คน สรุปผลการวิจัยได้ดังนี้ จากการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์จากแบบสอบถามชนิดเลือกตอบพบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านต่าง ๆ เรียงตามลำดับค่าร้อยละจากมากไปน้อย คือ การใช้ข้อมูล การคิดคำนวณ หรือการพิสูจน์ การใช้สมบัติ นิยาม กฎ สูตร หรือทฤษฎี การตีความคำในภาษา และการใช้กราฟ ตาราง หรือแผนภูมิ ส่วนการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์จากแบบสอบถามความเรียงพบว่า นักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องในด้านต่าง ๆ เรียงตามลำดับจากมากไปหาน้อยดังนี้ การตีความคำในภาษา การคิดคำนวณ หรือการพิสูจน์ การใช้สมบัติ นิยาม กฎ สูตร หรือทฤษฎี การใช้ตาราง หรือแผนภูมิและการตรวจสอบการแก้ปัญหา

อัมพร ม้าคนอง (2536 : 64) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย” กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 จำนวน 21 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติมากที่สุด รองลงมาคือด้านการคิดคำนวณและการด้านการตีความ โจทย์ตามลำดับ ส่วนความถี่ของข้อผิดพลาดในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน มีดังนี้ ด้านการตีความ โจทย์ นักเรียนมีข้อผิดพลาดในส่วน การนำข้อมูลมาใช้ผิดมากที่สุด รองลงมาคือ แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ ไม่ถูกต้อง และการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ นักเรียนมีข้อผิดพลาดในส่วนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติมากที่สุด รองลงมาคือประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ผิด และขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติที่เหมาะสมมาใช้ตามลำดับ ด้านการคิดคำนวณนักเรียนมีข้อผิดพลาดในส่วนสรุปผลไม่ถูกต้อง หรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณีมากที่สุด รองลงมาคือขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการและอสมการทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ และขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้นตามลำดับ

สำเร้ง พิมพ์ดี (2538 : 54) ได้ศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่อง “เศษส่วนและการแก้ไขข้อบกพร่องด้วยการใช้แบบฝึกการสอนซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา : กรณีศึกษาโรงเรียนบ้านโจด อำเภอมัญจาคีรี จังหวัด



ขอนแก่น”กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2538 ที่ไม่ผ่านจุดประสงค์ตามเกณฑ์ที่กำหนด(ร้อยละ 70) ของเนื้อหาในแต่ละตอน ผลการวิจัยพบว่าในปีการศึกษา 2537 นักเรียนมีข้อบกพร่องจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 1 ถึง 6 เป็นจำนวน 27 คน 29 คน 28 คน 28 คน 28 และ 29 คน ตามลำดับ ส่วนในปีการศึกษา 2537 นักเรียนมีข้อบกพร่องจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 1 จำนวน 10 คน และหลังจากทำการซ่อมเสริมด้วยแบบฝึกการสอนซ่อมเสริมตามสาเหตุที่บกพร่องแล้ว พบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นหมดทุกคน

ขนิษฐา คำทอน (2539 : 63) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของ โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร” โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของ โรงเรียนสาธิต ใน สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร จำนวน 400 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ที่มีค่าความเที่ยง 0.89 ซึ่งผลการวิจัยพบว่า จำนวนนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรียงลำดับจากมากไปหาน้อยดังนี้ขึ้นวางแผนแก้ปัญหาคิดเป็นร้อยละ 42.25 ขึ้นดำเนินการตามแผนคิดเป็นร้อยละ 37.25 ขึ้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบคิดเป็นร้อยละ 36.75 และขึ้นทำความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาคิดเป็นร้อยละ 17.50 นอกจากนี้จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สูง ปานกลาง และต่ำ มีข้อบกพร่องในแต่ละขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรียงลำดับจากมากไปน้อยดังนี้ กลุ่มสูง มีข้อบกพร่องในการวางแผนแก้ปัญหาคิดเป็นร้อยละ 19.03 ขึ้นดำเนินการตามแผนคิดเป็นร้อยละ 12.83 ขึ้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบคิดเป็นร้อยละ 9.29 และขึ้นทำความเข้าใจปัญหาคิดเป็นร้อยละ 5.312 กลุ่มปานกลาง มีข้อบกพร่องในการวางแผนแก้ปัญหาคิดเป็นร้อยละ 52.24 ขึ้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบคิดเป็นร้อยละ 49.25 ขึ้นดำเนินการตามแผนคิดเป็นร้อยละ 46.27 และขึ้นทำความเข้าใจปัญหาคิดเป็นร้อยละ 19.402 และกลุ่มต่ำ มีข้อบกพร่องในขั้นตอนวิธีการและคำตอบคิดเป็นร้อยละ 86.92 ขึ้นวางแผนแก้ปัญหาคิดเป็นร้อยละ 84.11 ขึ้นดำเนินการตามแผนคิดเป็นร้อยละ 83.18 และขึ้นทำความเข้าใจปัญหาคิดเป็นร้อยละ 42.06

วนิดา หงษ์มณี (2540 : 72) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาสภาพความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้เทคนิคการสัมภาษณ์ของนิวมาน และเปรียบเทียบความแตกต่างของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างการตอบแบบทดสอบแบบเลือกตอบกับแบบตอบ

สั้น กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2539 ของกลุ่มโรงเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดนครพนม กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการจำนวน 196 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ และแบบตอบสั้น เรื่องร้อยละ ฉบับละ 15 ข้อ และแบบสัมภาษณ์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นตามเทคนิคการสัมภาษณ์ของนิวแมน เพื่อถามความเข้าใจในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยข้อสอบที่เป็นตัวแทน ฉบับละ 6 ข้อ การวิเคราะห์ข้อมูลศึกษาสภาพความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ใช้ค่าร้อยละเปรียบเทียบความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้ไคสแควร์ ( $\chi^2$  - test)

สมนึก ศรีนคร (2540 : 59) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดสงขลา” โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อค้นหาข้อบกพร่องและสาเหตุของข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนประถมศึกษาสังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดสงขลา ว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในเนื้อหาตอนใด และบกพร่องอย่างไร ซึ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2539 ในโรงเรียนประถมศึกษาสังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดสงขลา จำนวน 390 คน จาก 12 โรงเรียน ที่กระจายอยู่ใน 7 อำเภอและเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบวินิจฉัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 64 ข้อ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องในการเรียนเรื่องเศษส่วนจำนวน 332 คน คิดเป็นร้อยละ 85.13 และไม่มีข้อบกพร่องจำนวน 58 คน คิดเป็นร้อยละ 14.87 ซึ่งนักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการหารเศษส่วนมากที่สุด จำนวน 309 คน คิดเป็นร้อยละ 93.07 รองลงมา เป็นข้อบกพร่องเกี่ยวกับการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน ข้อบกพร่องเกี่ยวกับการคูณเศษส่วน ข้อบกพร่องเกี่ยวกับการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน ข้อบกพร่องเกี่ยวกับการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน และข้อบกพร่องเกี่ยวกับการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน ตามลำดับ

มาลา ปาจุวัง (2542 : 65) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ข้อบกพร่องทางเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจักรคำคณาทร จังหวัดลำพูน” โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ - คณิตศาสตร์ โรงเรียนจักรคำคณาทร จังหวัดลำพูน ซึ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ - คณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2541 จำนวน 40 คน ผลการวิจัยสรุปได้ว่า ข้อบกพร่องทางการเรียนที่นักเรียนมี

มากที่สุดคือ ข้อบกพร่องด้านเทคนิคการแก้โจทย์ โจทย์ ซึ่งนักเรียนไม่ใช้รูปธรรมช่วยในการแก้โจทย์ โจทย์ ไม่รู้จักคาดคะเนคำตอบ มองไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลกับปัญหาที่ต้องการแก้ ไม่มีการกำหนดขั้นตอนของการแก้โจทย์ รองลงมา ได้แก่ ข้อบกพร่องทางการคิดคำนวณ โดยนักเรียนขาดทักษะการคิดคำนวณเบื้องต้นไม่ตรวจสอบคำตอบ ตลอดจนขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหาและมีความรู้พื้นฐานที่จะใช้ในการเรียนเนื้อหานั้นๆ ไม่เพียงพอ และข้อบกพร่องด้านกฎ นิยาม สูตรหรือทฤษฎีไปใช้ โดยนักเรียนมีความเข้าใจและใช้กฎ นิยาม สูตรหรือทฤษฎียังไม่ถูกต้องส่วนข้อบกพร่องด้านพฤติกรรมกรเรียนที่พบคือ นักเรียนไม่ให้ความร่วมมือในการตอบคำถามและขาดความกระตือรือร้นในการเรียน

กรณีการ์ ปวนกาศ (2543 : 62) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การใช้กระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิเวศน์เพื่อวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการกำลังสองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเมืองปานวิทยา จังหวัดลำปาง” ซึ่งกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเมืองปานวิทยา ที่มีผลการเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ จำนวน 10 คน ซึ่งสรุปผลได้ดังนี้ ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองของนักเรียนมีทั้งหมด 80 ความผิดพลาด ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองของนักเรียนเป็นความผิดพลาดประเภทความเข้าใจ ร้อยละ 45 ความผิดพลาดประเภทการเปลี่ยนรูป ร้อยละ 48.75 ความผิดพลาดประเภทการใช้ทักษะกระบวนการ ร้อยละ 5 และความผิดพลาดประเภทการสรุปคำตอบ ร้อยละ 1.25

เมตตา มาเวียง(2544 : 56) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติของจำนวนนับ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น” โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในปีการศึกษา 2544 จำนวน 234 คน ซึ่งสรุปได้ว่า นักเรียนมีลักษณะของข้อบกพร่องย่อย 12 ลักษณะ โดยเรียงลำดับลักษณะข้อบกพร่องย่อย 3 ลำดับ จากมากไปหาน้อยดังนี้ นักเรียนทำไม่ครบขั้นตอนหรือลำดับขั้นตอนผิด เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ได้ และบอกกฎสูตร หรือนิยามของจำนวนนับไม่ได้ และเมื่อรวมลักษณะข้อบกพร่องย่อยเป็นลักษณะข้อบกพร่องใหญ่ได้ 4 ลักษณะ เรียงลำดับความถี่ที่พบต่อจำนวนความถี่ที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากมากไปน้อย คือการตรวจสอบการแก้โจทย์ ร้อยละ 56.00 การใช้กฎ สูตร และนิยาม ร้อยละ 36.89 การตีความหมาย ร้อยละ 29.00 และลำดับสุดท้ายคือ การคิดคำนวณ ร้อยละ 23.00

เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร (2546 : 31 – 42) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสังเคราะห์งานวิจัย

ที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ วัตถุประสงค์ในการวิจัย เพื่อสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ พ.ศ. 2521 ถึง พ.ศ. 2546 ซึ่งเป็นการสังเคราะห์เชิงคุณลักษณะ กลุ่มตัวอย่าง เป็น งานวิจัยในประเทศไทยซึ่งทำโดยอาจารย์หรือผู้เชี่ยวชาญที่เป็นบุคคลเพียงคน เดียว กลุ่มบุคคล หน่วยงาน หรือสถาบันทางการศึกษาและวิทยานิพนธ์ที่เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาระดับ บัณฑิตศึกษา ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตรมหาวิทยาลัย เกษตรศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร มหาวิทยาลัยมหาสารคาม และ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช ที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ พ.ศ.2521 ถึง พ.ศ. 2546 จำนวน 58 เล่ม ผลการวิจัย พบว่าในแต่ละช่วงชั้นนักเรียนมี มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้ง 4 ด้านที่ทำการศึกษา ได้แก่ ด้านการตีความจาก โจทย์ ด้านการใช้ ทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตรวจสอบการ แก้ปัญหา

จงกล ทำสวน (2547 : 49) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียน คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่าย มัธยม” ประชากรที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม และผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีข้อผิดพลาดทางการเรียนมากที่สุดใน ด้านการคำนวณ รองลงมาเป็นด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ และด้านการ ตีความจาก โจทย์ ตามลำดับ ส่วนข้อผิดพลาดในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้านมีค่าร้อยละ ดังนี้ ด้านการคิดคำนวณ นักเรียนมีข้อผิดพลาดในส่วนสรุปผล ไม่ถูกต้อง ร้อยละ 62.89 ขาด ความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ร้อยละ 21.65 ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้น ในการแก้ สมการและอสมการร้อยละ 8.25 และทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคิดคำนวณ ร้อยละ 7.21 ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ นักเรียนมีข้อผิดพลาดในความเข้าใจขั้น พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ ร้อยละ 50.70 ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎี บท สูตร กฎ นิยามและสมบัติไม่ถูกต้องร้อยละ 36.62 จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ ผิด ร้อยละ 11.27 และขาดทักษะในการเลือกใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติที่เหมาะสม ร้อยละ 1.41 และด้านตีความจาก โจทย์นักเรียนมีความผิดพลาดในการแปลความหมายจาก ประโยคภาษาไปเป็นประโยคสัญลักษณ์ ร้อยละ 76.74 และนำข้อมูลมาใช้ผิด ร้อยละ 23.26

ศศิณา กาละปลูก (2552 : 57) ได้ทำการศึกษาระบบการวิเคราะห์ความผิดพลาด ของนิเวศวิเคราะห์ความผิดพลาดและสาเหตุของความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ



ของนักเรียนชนเผ่าลาหู่ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 จำนวน 10 คนในโรงเรียนบ้านเมืองนะ อำเภอ เชียงดาวจังหวัดเชียงใหม่ เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาได้แก่ แบบทดสอบโจทย์ปัญหาสมการ แบบเขียนตอบตารางบันทึกคำตอบจากแบบทดสอบ แบบบันทึกการสัมภาษณ์ และแบบ วิเคราะห์ความผิดพลาดรายคน จากผลการศึกษาพบว่าความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหามาก ที่สุดคือ ในขั้นการเปลี่ยนรูปโดยพบว่า สาเหตุเกิดจากการที่นักเรียนมองไม่เห็นความสัมพันธ์ที่ เกิดขึ้นในโจทย์ปัญหาทำให้ไม่สามารถนำข้อมูลที่มีในโจทย์ปัญหามาสัมพันธ์กันหรือเขียนเป็น สมการได้อย่างถูกต้อง รองลงมาคือการทำความเข้าใจศัพท์เฉพาะ การอ่านและการทำความเข้าใจ ศัพท์เฉพาะเกิดจากปัญหาด้านการใช้ภาษาไทยในการสื่อสาร รองลงมาอีกคือขั้นการใช้ ทักษะกระบวนการเกิดจากการคิดคำนวณเพียงเพื่อต้องการให้ได้คำตอบตรงกับที่คาดคะเน เอาไว้ การนำกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ผิด การตรวจสอบคำตอบผิด การคิดคำนวณที่ ไม่ถูกต้อง และท้ายสุดคือความสะเพร่าของนักเรียนเอง

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์ ห้ม โน้ตส์ที่กลาดเคลื่อนและ ข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานพบว่าในงานวิจัยส่วนใหญ่ได้ศึกษาในเรื่องของ การคิดคำนวณ การใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎและนิยามการใช้ภาษา รวมไปถึงการใช้ กราฟ ตารางหรือแผนภูมิต่างๆ ซึ่งเรื่องเหล่านี้มีลักษณะของข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นกับนักเรียน แต่ละคนที่แตกต่างกันออกไป และในงานวิจัยข้างต้น วิธีการที่ใช้ในการวิเคราะห์ ห้ม โน้ตส์ที่ กลาดเคลื่อนจะใช้แบบฝึกหัดและ การสัมภาษณ์ เป็นต้น

#### งานวิจัยต่างประเทศ

นิตสา โมโซ วิทซ์ ฮาเดอร์และคณะ (Nitsa Movshovitz-Hadar and other . 1987 ; อ้างอิงมาจาก ปริญา บัววังโป่ง. 2535 : 15) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์รูปแบบ ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ใน โรงเรียนมัธยมศึกษา ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียน เกรด 11 จำนวน 110 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือลักษณะข้อบกพร่องจำนวน 6 ด้าน และ แบบสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องตามลักษณะ ข้อบกพร่อง เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อยในด้านต่างๆ ดังต่อไปนี้ คือ การบิดเบือน ทฤษฎี กฎ สูตร และนิยามการใช้เทคนิคในการทำผิด การใช้ข้อมูลผิด ข้อผิดพลาดในการ ใช้ ภาษา การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ และไม่มีการ ตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา



ทรูแรน (Truran .1987 ; อ้างอิงมาจาก อัมพร ม้าคนอง. 2536 : 16) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับภาวะวิเคราะห์ความผิดพลาดและเทคนิคการแก้ไขในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยทำการศึกษากับกลุ่มนักเรียนที่มีอายุระหว่าง 7-15 ปี ที่มีอุปสรรคในการเรียนคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ทำการวิจัยเป็นแบบทดสอบและการสัมภาษณ์ซึ่งมีการบันทึกเสียงไว้ แล้วนำมาสรุปผลการหาสาเหตุของข้อผิดพลาดของนักเรียนแต่ละคน ตามระดับความผิดพลาดที่เกิดขึ้น ซึ่งพิจารณาโดยใช้รูปแบบความผิดพลาด 9 ด้าน ของคาเซย์ คือ รูปแบบของคำถาม การอ่านคำถาม ความเข้าใจคำถาม กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ การเสนอคำตอบความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้ เนื่องมาจากความระมัดระวังและความผิดพลาดซึ่งครูจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ผลการศึกษาพบข้อผิดพลาดตามรูปแบบนี้ แล้วนำเสนอวิธีการแก้ไข คือ ให้ใช้ประโยชน์จากสิ่งที่เป็นนามธรรมมาช่วยทั้งในส่วนบุคคลและในชั้นเรียน ให้นักเรียนใช้สมุดจดคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่พบใหม่พร้อมทั้งความหมายใช้ทักษะการอ่านในการแก้โจทย์ปัญหาตามลำดับขั้นต่อไปนี้ วิเคราะห์ประโยคอ่านซ้ำข้อความที่ไม่เข้าใจ ค้นหาคำถามซึ่งต้องการคำตอบ ค้นหาว่าตนเองกำลังศึกษาโจทย์ถึงขั้นใด อ่านประโยคดัง ๆ ถ้ายังไม่เข้าใจ ปรับระดับและสไตล์การอ่านให้ตรงกับเนื้อหาจนเข้าใจในเนื้อหาของคำถาม แล้วแปลความหมายของสิ่งที่อ่านไปสู่การคำนวณ นอกจากนี้ ครูควรช่วยเหลือนักเรียนแก้ปัญหของบทเรียน โดยการอธิบายในชั้นเรียนก่อนที่จะให้นักเรียนลงมือทำ

ฟรอกเนอร์ (Faulkner .1992 ; อ้างอิงมาจาก Clements and Ellerton. 1996 : 52) ทำการวิเคราะห์ความผิดพลาดจากนักเรียนพยาบาลที่เข้าฟังวิชา Calculus ซึ่งเป็นวิชาที่ไม่คิดคะแนนในโรงพยาบาลใน Melbourne ประเทศออสเตรเลีย ที่คล้ายกับงานของนิวแมนซึ่งการศึกษาครั้งนี้เป็น 1 ใน 2 - 3งานของนิวแมนที่เคยรายงานถึงผลการสัมภาษณ์ผู้ใหญ่ และผลที่ได้แสดงให้เห็นว่า ความผิดพลาดของนักเรียนพยาบาลเหล่านี้เป็นเรื่องของการทำความเข้าใจ การเปลี่ยนรูป ซึ่งยืนยันบทสรุปแรกเริ่มที่ว่า “ทักษะกระบวนการไม่ใช่พื้นฐานเกือบทั้งหมดในการดำรงอยู่ในชีวิตประจำวัน”

เอลเลอร์ตันและครีเมนทส์ (Clements and Ellerton. 1996 : 5) ได้ศึกษางานครั้งแรก โดยทำการศึกษากับนักเรียนเกรด 8 อายุ 16 ปี จำนวน 8 คน ในโรงเรียน 5 แห่งของรัฐนิวเซาท์เวลส์ และรัฐวิกตอเรียของออสเตรเลีย โดยให้นักเรียนตอบคำถามโดยการเขียน ซึ่งเป็นคำถามที่ครูคณิตศาสตร์ของ 2 ใน 5 โรงเรียนดังกล่าวเห็นว่าไม่มีคำถามใดที่ยากเกินไปสำหรับนักเรียนของพวกเขา ซึ่งครึ่งหนึ่งของคำถามเป็นรูปแบบเลือกตอบคำตอบเดียว และอีกครึ่งหนึ่ง

เป็นรูปแบบให้ตอบสั้น และเมื่อนำรูปแบบการสัมภาษณ์ของนิวแมนมาใช้ พบว่า 80% ของความคิดพลาด จัดเป็นความคิดพลาดที่เกิดจากการอ่าน การทำความเข้าใจ และการเปลี่ยนรูป และมีเพียง 6% ของความคิดพลาดที่เกิดขึ้นเป็นประเภทเกิดจากการใช้ทักษะคิดคำนวณ

ชวาร์ตซ์ (Schwartz, 1996 : 164 – 173) ศึกษาโน้ตสนธิที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับพีชคณิต โดยแบ่งเป็นเรื่องๆ ดังนี้

1. กลุ่มของสัญลักษณ์และลำดับของการดำเนินการ โดยศึกษากับนักเรียนวิทยาลัยชุมชนจำนวน 21 คน ศึกษาตั้งคำถามเกี่ยวกับชื่อของวงเล็บและลักษณะการใช้วงเล็บ ผลการศึกษาพบว่านักเรียนบางคนตอบว่า “ไม่แน่ใจทั้งชื่อและลักษณะการใช้วงเล็บ ผลการศึกษาพบว่านักเรียนบางคนตอบว่า ไม่แน่ใจทั้งชื่อและลักษณะการใช้” นักเรียนส่วนใหญ่ตอบว่า “ใช้วงเล็บก่อนเป็นลำดับแรกหรือต้องอยู่ในตำแหน่งในสุด ตามด้วยวงเล็บก้ามปู และวงเล็บปีกกาตามลำดับ” นอกจากนี้ยังได้ศึกษาโดยใช้แบบสอบถามชนิดให้ตอบว่า ใช่ หรือ ไม่ใช่ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจอีกครั้งหนึ่ง โดยแบบสอบถามข้อที่ 1 – 3 จะให้สัญลักษณ์ของวงเล็บทั้งสามแบบได้แก่ ( ) [ ] { } แล้วให้นักเรียนเติมชื่อ ส่วนข้อที่ 4- 14 เป็นลักษณะของการใช้วงเล็บทั้งสามแบบ ผลการศึกษาพบว่านักเรียนเพียงคนเดียวที่ตอบแบบสอบถามข้อที่ 4-14 ถูกทุกข้อ นอกจากนั้นนักเรียนส่วนใหญ่มักตอบว่า “ต้องใช้วงเล็บเล็กก่อนเป็นลำดับแรก ตามด้วยวงเล็บก้ามปูและวงเล็บปีกกาเป็นลำดับนอกสุด” และนักเรียนแสดงความประหลาดใจเมื่อครูบอกว่า “กลุ่มของสัญลักษณ์เหล่านี้ สามารถใช้ลำดับใดก่อนหลังก็ได้ ใช้ซ้ำหรือซ้อนกันก็ได้เช่นเดียวกัน นอกจากนั้นผู้ศึกษายังกล่าวอีกว่าในตำราหรือหนังสือส่วนใหญ่ นั้น ไม่มีผู้เขียนคนใดบอกไว้ตรงๆว่าจะใช้ลำดับของวงเล็บทั้งสามแบบนี้อย่างไร แต่จะแฝงไว้ด้วยการเสนอตัวอย่าง ซึ่งเป็นลักษณะเดียวกันคือวงเล็บเล็กจะอยู่ในสุด แล้วตามด้วยวงเล็บก้ามปู และวงเล็บปีกกาในตำแหน่งนอกสุด ทำให้ผู้เรียนคิดว่าคือสิ่งที่ถูกต้องซึ่งแสดงให้เห็นว่าผู้เรียนเรียนรู้จากตัวอย่าง ไม่ใช่เรียนรู้จากรูปแบบการใช้ที่ถูกต้องจริงๆ

2. สมการ อสมการ และประพจน์ โดยให้นักเรียนบอกว่า ข้อใดเป็นสมการ ข้อใดเป็นอสมการ และข้อใดเป็นประพจน์ จากการศึกษาพบว่า ไม่มีนักเรียนคนใดตอบถูกทุกข้อ และมีนักเรียนหนึ่งคนตอบผิดทุกข้อ

บาร์เซลลอส (Barcellos, 2005 : Abstract) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง พีชคณิตของนักเรียนในระดับมหาวิทยาลัย ผู้วิจัยได้ทำการศึกษากลุ่มตัวอย่างที่อยู่ในชั้นเรียนที่เรียนพีชคณิตเบื้องต้น จำนวนครึ่งหนึ่งของนักเรียนที่สอบผ่านเท่านั้น โดยสัมภาษณ์หัวข้อเกี่ยวกับ ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ทำให้

นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด ระหว่างความผิดพลาดในระยะเบยวิธีการ และความ สะพร่าเล็กน้อยๆตามปกติ พบว่า มีความผิดพลาด 4 ประการ ได้แก่ กรณีที่ 1 คือการไม่ เข้าใจในการใช้เครื่องหมายแสดงการเท่ากัน และอีก 3 กรณีเป็นการใช้สมบัติการแจกแจง นักเรียนที่ไม่เข้าใจการใช้เครื่องหมายแสดงการเท่ากัน มีสาเหตุมาจากการเขียนข้อความที่ สมมูลกันกับข้อความก่อนหน้าหรือมีสาเหตุมาจากการบกพร่องเกี่ยวกับสัญลักษณ์ที่จะใช้เขียน เพื่ออธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหสาเหตุความไม่เข้าใจเกี่ยวกับสมบัติการแจกแจง มีสาเหตุมา จากความไม่เข้าใจเนื้อหาของการดำเนินการที่ถูกต้อง ข้อค้นพบดังกล่าวมีผลมาจากทั้งความ เข้าใจผิดพลาดที่พบมาก (การใช้กระบวนการโดยไม่ถูกต้อง) และความเข้าใจผิดพลาดที่พบ ส่วนน้อย (ไม่สามารถใช้กระบวนการที่ถูกต้อง) สิ่งที่น่าสนใจแนะนำ คือจำนวนจริงที่คิด กรณีที่ไม่สามารถถอดรากได้จะเป็นกรณีพิเศษที่สามารถถอดรากได้โดยการดำเนินการของ จำนวนจริงดังกล่าว

เซฮออบอลี (Xiaobaoli .2006 : Abstract )ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ ข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับตัวแปร สมการและฟังก์ชัน พบว่า เป้าหมายพื้นฐานของการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้คือการสำรวจว่าทำไมจึงมีนักเรียนจำนวนมากมีปัญหาใน การเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อให้บรรลุเป้าหมายนี้ การศึกษาค้นคว้ามุ่งเน้นเกี่ยวกับสาเหตุที่คล้ายกัน ที่ทำให้เกิดข้อผิดพลาดของนักศึกษาในช่วงระยะเวลาหนึ่ง จึงได้ทำการศึกษาเรื่องต่อไปนี หลักการพื้นฐาน 3 อย่างที่เกี่ยวกับพีชคณิตคือ ตัวแปร สมการ และฟังก์ชัน ที่ใช้ในการ วิเคราะห์ข้อผิดพลาดของผู้เรียนและแนวคิดพื้นฐานของข้อผิดพลาด : มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน โดยการวิจัยแนวคิดพื้นฐานทั้ง 3 นี้จะทำให้เกิดความเข้าใจมากขึ้นในหลักการพื้นฐาน และ ปัญหาการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้อง การศึกษาวิจัยในครั้งนี้ ถึงแม้ว่าข้อผิดพลาดของนักเรียนแตกต่างกันในระดับที่ดี บางครั้งข้อผิดพลาดสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียนเกิดขึ้น บ่อยครั้งและเกิดซ้ำจากหลังจาก 1 ปีของการสอนเพิ่มเติม ดังนั้นเป็นไปได้ที่จะระบุว่าระบบ การคิดของผู้เรียนเกิดมโนทัศน์คลาดเคลื่อน รวมทั้งข้อผิดพลาดด้วยเหตุผลดังกล่าวจึงทำการ สรุปรวมมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน โดยการสำรวจเปรียบเทียบระดับความเข้าใจในระดับสูง ต่ำ โดยความคิดรวบยอดทั้ง 2 ระดับนี้ วัตถุประสงค์ (โครงสร้าง) หรือกระบวนการ(การ ดำเนินงาน) นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนในระดับสูงพบว่าชอบใช้วัตถุ (โครงสร้าง) การคิดเพื่อ แก้ปัญหาแม้ว่าจะเกิดปัญหาสามารถแก้ไขได้ผ่านทางวิธีการพีชคณิตและคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังพบว่าความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนและการคิดใน เชิงวัตถุกระบวนการอธิบายได้ว่าทำไมบางคนเกิดมโนทัศน์คลาดเคลื่อนยากที่จะเปลี่ยนความ

เข้าใจของผู้เรียน แนวความคิดที่ทั้งสองขั้นตอน (ขั้นตอนและวัตถุ) ปฏิสัมพันธ์กับทั้งสองด้าน (มโนทัศน์ที่ถูกต้องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน) เมื่อผู้เรียนมีความเข้าใจแนวคิดที่เป็นกระบวนการ กับ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแล้ว ทำให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและความผิดพลาดน้อยลง

จากผลงานวิจัยต่างประเทศที่ได้ศึกษาสรุปได้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์นั้น อาจมีสาเหตุมาจาก การที่นักเรียนมีความเข้าใจไม่ถูกต้อง ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นถึงสิ่งสำคัญที่ทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพต่ำ และการศึกษาหาความผิดพลาด จะทำให้จัดหาข้อมูลซึ่งเกี่ยวข้องกับความคิดของเด็กเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ข้อมูลเหล่านี้มีความหมายมากในการสอน ซึ่งผู้สอนจะต้องมีการแนะแนวทางในการช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหาและสามารถอธิบายได้ว่า เพราะสาเหตุใดนักเรียนจึงไม่มีพัฒนาการด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักวิจัยได้ยืนยันว่าเมื่อความผิดพลาดของนักเรียนได้แสดงออกมา ทำให้เห็นว่าการเรียนรู้กำลังจะเริ่มขึ้นและสามารถทำให้มั่นคงได้ในภายหลังมโนทัศน์ ผู้สอนควรใช้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์เหล่านี้ ซึ่งเป็นประโยชน์ในการจัดกระบวนการสอนหรือกิจกรรมการเรียนการสอนต่างๆ ที่ส่งเสริมหรือช่วยฝึกทักษะ โดยเน้นในด้านของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดที่ค้นพบ เพื่อช่วยลดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อให้เกิดเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้อง