

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามลำดับหัวข้อ ต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2. มโนทัศน์คลาดเคลื่อน

3. ข้อผิดพลาด

4. การวิเคราะห์ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

5. พหุนาม

6. แบบทดสอบ

7. แบบสัมภาษณ์

8. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

8.1 งานวิจัยในประเทศ

8.2 งานวิจัยต่างประเทศ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับคนอื่นได้อย่างมีความสุข

เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ดังนี้

จำนวนและการดำเนินการ: ความคิดรวบยอดและความรู้ลึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด: ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัด ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

เรขาคณิต: รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนิยามภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

พีชคณิต: แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น: การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

วิสัยทัศน์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาผู้เรียนทุกคน ซึ่งเป็นกำลังของชาติให้เป็นมนุษย์ที่มีความสมดุลทั้งด้านร่างกาย ความรู้ คุณธรรม มีจิตสำนึกในความเป็นพลเมืองไทย และเป็นพลโลก ยึดมั่นในการปกครองตามระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็น

ประมุข มีความรู้และทักษะพื้นฐาน รวมทั้ง เจตคติ ที่จำเป็นต่อการศึกษาคือ การประกอบอาชีพ และการศึกษาตลอดชีวิต โดยมุ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญบนพื้นฐานความเชื่อว่า ทุกคนสามารถ เรียนรู้และพัฒนาตนเอง ได้เต็มตามศักยภาพ

สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ และต้องการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มากขึ้น ถือเป็นหน้าที่ของทางโรงเรียน ที่จะต้องจัด โปรแกรมการเรียนการสอนให้แก่ นักเรียน เพื่อให้ นักเรียน ได้มีโอกาสเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติมตามความสมัครและความสนใจ ทั้งนี้เพื่อให้ นักเรียนมีความรู้ที่ทัดเทียมกับนานาชาติของประเทศ

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

- มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง
- มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา
- มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา
- มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

- มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด
- มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

- มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
- มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

- มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
- มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

- มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

- มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล
- มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

- มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

คุณภาพผู้เรียน

คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้
2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่างๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้
3. สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและสันตรง อธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้
4. มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการ และความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้
5. สามารถนิยามและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

6. สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟในการแก้ปัญหาได้

7. สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูล โดยใช้แผนภูมิรูปวงกลม หรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

8. เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ

9. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

10. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์คิดสร้างสรรค์คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนและรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

ตารางที่ 1 โครงสร้างรายวิชากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น
(ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3) สาระการเรียนรู้พื้นฐาน

ระดับชั้น	ภาคเรียนที่	รหัสวิชา	รายวิชา	หน่วยกิต	จำนวน ชั่วโมง
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	1	ค21101	คณิตศาสตร์พื้นฐาน	1.5	60
	2	ค21102	คณิตศาสตร์พื้นฐาน	1.5	60
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	1	ค22101	คณิตศาสตร์พื้นฐาน	1.5	60
	2	ค22102	คณิตศาสตร์พื้นฐาน	1.5	60
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	1	ค23101	คณิตศาสตร์พื้นฐาน	1.5	60
	2	ค23102	คณิตศาสตร์พื้นฐาน	1.5	60

ตารางที่ 2 โครงสร้างรายวิชากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น
(ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3) สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม

ระดับชั้น	ภาคเรียนที่	รหัสวิชา	รายวิชา	หน่วยกิต	จำนวน ชั่วโมง
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	1	ค21201	คณิตศาสตร์เพิ่มเติม	1.0	40
	2	ค21202	คณิตศาสตร์เพิ่มเติม	1.0	40
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	1	ค22201	คณิตศาสตร์เพิ่มเติม	1.0	40
	2	ค22202	คณิตศาสตร์เพิ่มเติม	1.0	40
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	1	ค23201	คณิตศาสตร์เพิ่มเติม	1.0	40
	2	ค23202	คณิตศาสตร์เพิ่มเติม	1.0	40

คำอธิบายรายวิชาเพิ่มเติม
ค 21202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

รายวิชาเพิ่มเติม

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

จำนวน 1.0 หน่วยกิต

เวลา 40 ชั่วโมง

จัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้า ฝึกทักษะ/กระบวนการโดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน ในสาระการเรียนรู้ต่อไป

การเตรียมความพร้อมในการให้เหตุผล การให้เหตุผลในชีวิตประจำวัน การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย

พหุนาม เอกนาม การบวก การลบ การคูณ และการหารเอกนาม พหุนาม การบวก การลบ พหุนาม การคูณและการหารพหุนามอย่างง่าย

การประยุกต์ 2 การประยุกต์ของจำนวนและพีชคณิต การประยุกต์ทางเรขาคณิต และการวัดปัญหาทำให้คิด

โดยใช้ทักษะ/กระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์

เห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์ ซื่อสัตย์สุจริต มีวินัย ใฝ่เรียนรู้ อยู่อย่างพอเพียง มุ่งมั่นในการทำงาน รักความเป็นไทย และมี จิตสาธารณะ

ผลการเรียนรู้

1. สังเกต สร้างข้อความคาดการณ์ และให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างง่ายได้
2. หาผลบวกและผลลบของเอกนามและพหุนามได้
3. หาผลคูณและผลหารของเอกนามและพหุนามอย่างง่ายได้
4. ใช้ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาต่าง ๆ ได้
5. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

ตารางที่ 3 โครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
เวลา 40 ชั่วโมง จำนวน 1.0 หน่วยกิต

ลำดับที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ ข้อที่	สาระสำคัญ	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนักคะแนน
1	การเตรียมความพร้อมในการให้เหตุผล	1	การเตรียมความพร้อมในการให้เหตุผล - ข้อความภาคการณ์ - ประโยคเงื่อนไข - บทกลับของประโยคเงื่อนไข - การให้เหตุผล	12	30
2	พหุนาม	2, 3	พหุนาม - เอกนาม - การบวกและการลบเอกนาม - การบวกและการลบพหุนาม - การหารพหุนาม	17	43
3	การประยุกต์ 2	4 5	การประยุกต์ 2 - แบบรูปของจำนวน - ข่ายงาน - การประยุกต์ของเศษส่วนและทศนิยม มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดสร้างสรรค์	11	27
รวม				40	100

มโนทัศน์คลาดเคลื่อน (Misconceptions)

ก่อนที่จะกล่าวถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ขอกล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์
มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนดังนี้

ความหมายของมโนทัศน์ (Concept)

มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้หลายทัศนะดังนี้ดังนี้

มาโตเรลลา และคูเปอร์ (Martorella & Cooper, 1986 33 : 186) กล่าวว่า มโนทัศน์
อาจให้ความหมายสองความหมายได้สองนัย ดังนี้

1. มโนทัศน์เป็นการลำดับชั้นของประสบการณ์ที่เป็นระเบียบ
2. มโนทัศน์เป็นข่ายงานของความเกี่ยวพันทางปัญญา ที่นำมาจัดลำดับชั้นหรือ
จัดประเภท ซึ่งไม่เพียงแต่จะจำแนกวัตถุเหตุการณ์ที่เราประสบ ถึงแม้เราจะเผชิญกับสิ่งใหม่ ๆ
หรือประสบการณ์เก่า ๆ เราจะนำความคิดรวบยอดทั้งเก่าและใหม่มาประสานสัมพันธ์ในการ
แก้ปัญหา

เอกเกน และ คอซาค (Eggen & Kauchak, 1992 : 368) ได้ให้ความหมาย มโนทัศน์
ดังนี้ มโนทัศน์มีลักษณะเป็นนามธรรม เป็นการจัดลำดับชั้นกลุ่มของวัตถุเหตุการณ์หรือ
ความคิด

สุริยา รัตนพลที (2545 : 9) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า หมายถึง ความคิด
ความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อันเกิดจากการได้รับประสบการณ์ที่เกี่ยวกับสิ่งนั้น ๆ
หลาย ๆ แบบแล้วใช้ลักษณะของสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันและสามารถจำแนก
ออกเป็นกลุ่มเป็นพวกได้

พรพิมล ยังฉิม (2546 : 9) ได้ให้ความหมายว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถ
ของผู้เรียนที่เข้าใจลักษณะร่วมกัน สามารถจำแนกหรือสรุปรวมเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้ซึ่ง
เกิดจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้น

บุญยงษ์ กุลเพชร (2552 : 8) ได้ให้ความหมาย มโนทัศน์ว่า หมายถึง ความรู้ความ
เข้าใจ ความคิด ได้รับจากประสบการณ์ต่าง ๆ แล้วสามารถสรุปและแยกประเภทความสัมพันธ์
ของเรื่องต่างๆเหล่านั้นเป็นหมวดหมู่ได้ และสามารถนำความรู้ความเข้าใจที่ได้รับนั้น ไปใช้
แก้ปัญหาตามสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง

จากความหมายข้างต้นพอจะสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความรู้ความเข้าใจขั้น
สุดท้ายที่ได้รับจากประสบการณ์ที่เกี่ยวกับสิ่งนั้น ๆ และสามารถแยกประเภทของ

ความสัมพันธ์ของเรื่องนั้น ๆ เป็นหมวดหมู่ได้ แล้วนำ ความรู้นั้น ไปใช้ในการแก้ปัญหา สถานการณ์ต่าง ๆ ได้

ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ยงยศ พุททให้ (2543 : 12) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ว่า เป็นความคิดขั้นสุดท้ายซึ่งเป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

สุริยา รัตนพลที (2545 : 13) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ว่า ความคิดขั้นสุดท้ายซึ่งเป็นการสรุปกฎเกณฑ์ นิยามหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ อันเกิดจากประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นซึ่งมีอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

พรพิมล ยังฉิม (2546 : 10) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ว่า เป็นข้อสรุปที่ได้รับการได้รับประสบการณ์ ซึ่งข้อสรุปนี้นำไปสู่ความสามารถในการจำแนก หรือจัดกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ และนำไปใช้ในวิชาคณิตศาสตร์

บุญยง นุชกุลเพชร (2552 : 9) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความเข้าใจ ความคิดทางการเรียนคณิตศาสตร์ อันเกิดจากการที่ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ต่าง ๆ แล้วสามารถสรุปและแยกประเภทความสัมพันธ์ของเรื่องต่าง ๆ เหล่านั้น เป็นกฎนิยาม หรือ คำจำกัดความที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ความเข้าใจที่ได้รับนั้น ไปใช้แก้ปัญหาตามสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ถูกต้อง

จากความหมายข้างต้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ข้อสรุป ความรู้ ความเข้าใจที่ได้รับจากการเรียนคณิตศาสตร์ แล้วสรุปแยกประเภทของความสัมพันธ์ต่าง ๆ เป็นกฎ นิยาม หรือคำจำกัดความที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้นั้นไปใช้ในการปัญหาตามสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

ความหมายของมโนทัศน์คลาดเคลื่อน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนตรงกับคำว่า Misconceptions ในภาษาอังกฤษ และมีคำอื่นที่มีความหมายใกล้เคียงกัน เช่น Alternative conception, Erroneous idea, Alternative framework (Cho และคณะ. 1985 : 707 ; Fisher. 1985 : 53)

มีผู้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

ออนโฮซ (On Hoz. 1983 : 231) ให้ความหมายว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง โครงสร้างของความคิดไม่ถูกต้อง

โพลเวล (Powell. 1983 : 35) ได้ให้ความหมายว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความเข้าใจผิดอันมีพื้นฐานมาจากการให้ความหมายในสิ่งนั้น ๆ

การ์เน็ตและทรีกัส (Garnett and Treagust. 1992 : 107) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหมายถึงความรู้เชิงข้อสนเทศ ข้อเท็จจริงและเชิงมโนทัศน์ ที่ไม่สอดคล้องกันหรือแตกต่างไปจากที่คนทั่วไปยอมรับ

บราวน์ (Brown. 1992 : 17) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นแนวคิดของนักเรียนที่ไม่สอดคล้องกับความรู้ที่เป็นสากลที่คนยอมรับ ซึ่งความคิดนี้เป็นสิ่งที่ขัดขวางที่สำคัญของการเรียนรู้

แซนเดอร์ (Sanders. 1993 : 919) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นแนวความคิดเชิงมโนคติที่มีความหมายต่างไปจากความหมายซึ่งเป็นที่ยอมรับกัน โดยทั่วไปและยากที่จะเปลี่ยนแปลงแก้ไข ให้ถูกต้อง ได้การสอนแบบเก่า

ค็อกเบิร์น และ ลิตเทล (Cockburn & Littler. 2010 : 6 – 10) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน อาจเกิดจากการใช้สูตร กฎ ผิด สรุปเกิน หรือน้อยกว่าความเป็นจริง การแปลความความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผิด หรือเข้าใจสิ่งที่เรียนไม่ชัดเจน

ณัฐพงศ์ รักแจ้ง (2542 : 25) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหมายถึงความเข้าใจเกี่ยวกับข้อจริงที่ต่างไปจากกฎ กติกา หลักการ ทฤษฎีที่ต่างไปจากการยอมรับในขณะนั้น แนวคิดนี้อาจเกิดขึ้นก่อน ในระหว่างหรือหลังจากศึกษาเล่าเรียนและเมื่อเกิดขึ้นแล้วก็จะยากแก่การแก้ไข

ยงยศ พุทธิให้ (2543 : 17) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความคิดความเข้าใจไม่ถูกต้อง ความเข้าใจอันผิดอันเนื่องมาจากการรับรู้จากประสบการณ์และความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ ครวมเครือ

พรพิมล ชังฉิม (2546 : 17) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องหรือคลุมเครือ เกี่ยวกับมโนทัศน์ต่าง ๆ ที่ได้รับการเรียนรู้

บุญยงษ์ กุลเพชร (2552 : 19) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความรู้ความเข้าใจในการเรียนรู้ของผู้เรียนที่ไม่ถูกต้อง ผิดพลาดจากความจริง จึงส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถศึกษาในระดับสูงได้ถูกต้อง

จากความหมายมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังกล่าวมาแล้วมา สรุปได้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหมายถึง ความคิดความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง ความเข้าใจผิดอันเป็นผลมาจากการรับรู้จากประสบการณ์ และความรู้ที่ไม่สมบูรณ์และคลุมเครือที่ได้รับการเรียนรู้

ประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ไพน์ส; และ เวสต์ (Pines; & West. 1983 : 47-51) ได้แบ่งมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนออกเป็น 3 ประเภทตามสถานการณ์การเรียนรู้ที่แตกต่างกัน 3 รูปแบบดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอันเกิดจากสถานการณ์ที่ขัดแย้ง (Misconception Derived Form Conflict Learning Situation) แบ่งตามขั้นตอนของการเกิดได้ 3 ระยะคือ

1.1 ระยะของการรับรู้ (Awareness phase) ครูจะต้องจัดเตรียมกิจกรรมต่างๆ อันเป็นการชักนำสิ่งที่มีอยู่ในตัวนักเรียนให้ปรากฏออกมา ครูต้องทุ่มเวลาให้กับช่วงนี้ เนื่องจากนักเรียนจะเสาะหาทำความเข้าใจกับความรู้ใหม่ๆ ภายในขอบเขตของตนเอง และเมื่อไม่พบสิ่งที่พอใจสำหรับตนเองก่อให้เกิดแนวความคิดที่ผิดพลาดขึ้นได้ ครูต้องหาทางแก้ไขความคิดที่ผิดๆ นี้

1.2 ระยะของการไม่สมดุล (Disequilibrium phase)

1.3 ระยะจัดระบบใหม่ (Reformulation phase)

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอันเกิดจากสถานการณ์ที่สอดคล้องกัน (Misconception derived from congruent learning situation) เช่น การขยายความหมายของคำแบบการหยั่งรู้ (Intuitive meaning) สู่ความหมายใหม่ (New meaning) หรือการละทิ้งบางแง่มุมของความหมายของการหยั่งรู้เพื่อคงไว้ซึ่งแง่มุมใหม่ๆ ที่ตนพอใจ ก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความหมายของคำอันกลายเป็นปรากฏการณ์ธรรมชาติของเด็กๆ เช่น มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับกระบวนการสังเคราะห์แสงและอาหารของพืชซึ่งนักเรียนจะนำความหมายของคำว่าอาหาร โดยทั่วไปเชื่อมโยงกับความหมายของคำว่าแหล่งอาหารของพืช ทำให้เกิดความสับสนและเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่าอาหารของพืชมาจากการพืชดูดอาหารจากดิน

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอันเกิดจากสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์ (Misconception derived from a symbolic knowledge situation) ความรู้จากสัญลักษณ์ต่างๆ นี้เห็นได้ชัดในวิชาเคมี เช่น ความรู้เกี่ยวกับปฏิกิริยาของเบนซีนและอนุพันธ์ต่างๆ ของเบนซีน ปฏิกิริยาโบรมิเนชันหรือสารประกอบบอโรเมติก เหล่านี้เป็นต้นนักเรียนไม่สามารถมองเห็นภาพจริงของปฏิกิริยาและสารประกอบเหล่านี้ไม่สามารถทำสมบัติของมวลให้มาสัมพันธ์กับสมบัติของโมเลกุลได้ กล่าวโดยสรุปคือนักเรียนไม่สามารถนำความรู้จากสัญลักษณ์ (Symbolic knowledge) ให้มาสัมพันธ์กับความรู้จริง (Real world knowledge) ได้

ยงยศ พุทธิให้ (2543 : 18) ได้สรุปว่า ประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบ่งได้ตาม สถานการณ์การเรียนรู้ 3 รูปแบบ คือ สถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน สถานการณ์ที่สอดคล้องกัน และ สถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์

พรพิมล ยังฉิม (2546 : 18) ได้สรุปว่า ประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบ่งตาม สถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน สถานการณ์ที่สอดคล้องกัน และสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้ สัญลักษณ์ไม่สามารถมองเห็นภาพจริงได้

บุญยงษ์ กุลเพชร (2552 : 20) ได้จำแนกมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 3 ประเภท คือ

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดจากสถานการณ์ที่เกิดการขัดแย้งกัน
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดจากสถานการณ์ที่สอดคล้อง คล้ายคลึงกัน
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดจากสถานการณ์การเรียนรู้ที่ใช้สัญลักษณ์ หรือ

สถานการณ์ที่เป็นนามธรรม

จากการศึกษาประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน สรุปได้ว่า “มโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนแบ่งได้เป็น สถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน สถานการณ์ที่สอดคล้องกัน และสถานการณ์ การเรียนรู้ที่เป็นนามธรรม

สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

มีนักศึกษาหลายท่านได้กำหนดลักษณะและสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

นภาพร แฉวโนนจิว (2537 : 31) ได้สรุปสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ว่า เกิดจากความเชื่อตามผู้ทรงคุณวุฒิ หรือนักปรัชญาในอดีต เนื้อหาที่ค่อนข้างเป็นนามธรรมทำ ให้เกิดการจินตนาการที่ผิด ตำราเรียนที่เขียนไม่ชัดเจน หรือให้ความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความ แตกต่างระหว่างภาษาที่ใช้ในเชิงวิชาการกับที่ใช้ในชีวิตประจำวัน วุฒิภาวะและพัฒนาการทาง สติปัญญาของผู้เรียนและการอธิบายของครูผู้สอนไม่ชัดเจน

บรรจง สิทธิ (2537 : 18) ได้สรุปสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ว่า เกิด จากเนื้อหาที่เรียนเป็นนามธรรม ทำให้นักเรียนจินตนาการผิดไป ตำราเรียนให้ความรู้ที่ ไม่ชัดเจน การได้รับการถ่ายทอดจากผู้ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอยู่แล้ว ความสับสนใน ความหมายของคำ ตลอดจนวุฒิภาวะและพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียน

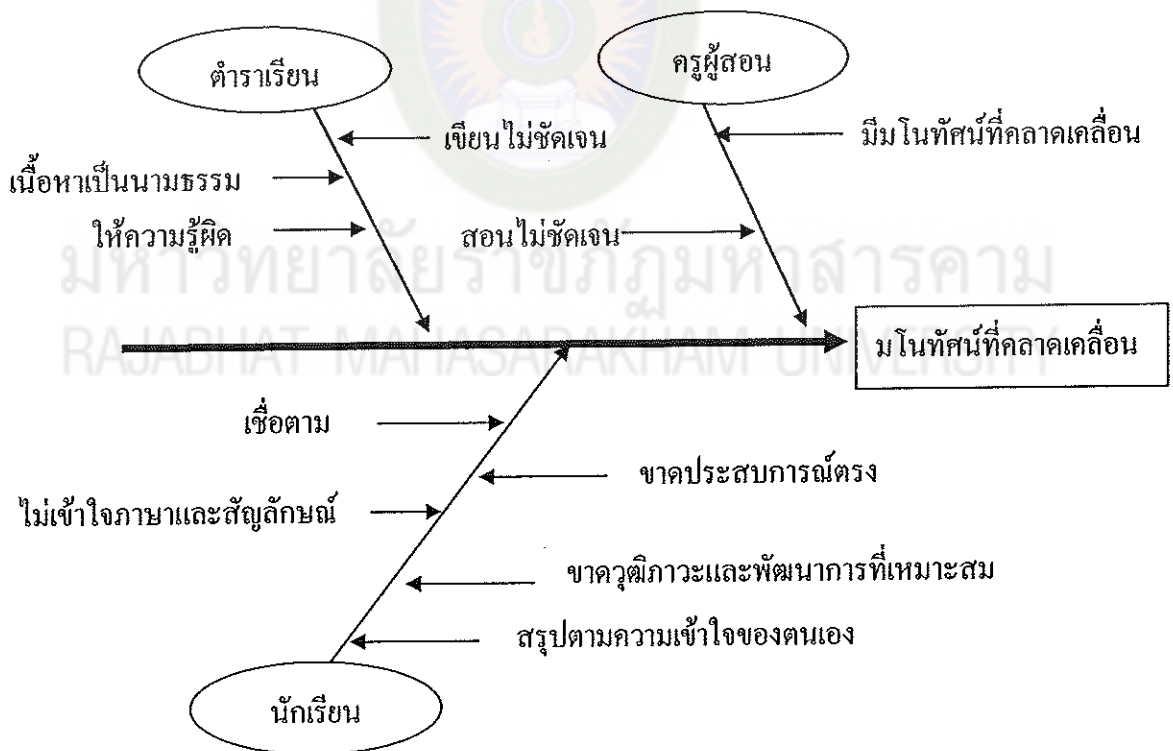
ศิวลี ส่งบุญ (2538 : 12) สรุปสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชา วิทยาศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การสอนของครูไม่ชัดเจน
2. ครูมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

3. ความรู้ ความเข้าใจเดิมของนักเรียนคลาดเคลื่อน
4. นักเรียนเข้าใจความหมายของคำบางคำผิดพลาด โดยนำคำที่ใช้ในชีวิตประจำวันใช้แทนศัพท์เฉพาะทางวิทยาศาสตร์
5. ตำราบางเล่มเขียนไม่ชัดเจน
6. นักเรียนขาดประสบการณ์ตรง

ศิริเดช สุชีวะ (2538 : 15) ได้สรุปสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดจากความเชื่อตามผู้ทรงคุณวุฒิในอดีตเนื้อหาที่ค่อนข้างเป็นนามธรรมทำให้เกิดจินตนาการที่ผิด ตำราเรียนที่เขียนไม่ชัดเจนหรือให้ความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ปัญหาเรื่องภาษาและสัญลักษณ์ วุฒิภาวะและพัฒนาการทางปัญญาของผู้เรียน ตลอดจนตัวผู้สอนเอง

จากลักษณะและสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่ยกมาสามารถสังเคราะห์ได้ดังแผนภาพต่อไปนี้



แผนภาพที่ 1 การสังเคราะห์ลักษณะและสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ข้อผิดพลาด (Error)

ข้อผิดพลาด ตรงกับคำในภาษาอังกฤษว่า Error และมีคำอื่นที่มีความหมายใกล้เคียงกัน เช่น Error code ,Error correcting code , Error message , Error rate มีหลายทศนะที่กล่าวถึงสาเหตุของข้อผิดพลาดดังนี้

นิวแมน (Newman, 1977, อ้างอิงจาก Marinas and Clements. 1990 : 15) ได้กล่าวว่า ข้อผิดพลาด คือ สาเหตุของปัญหาหรืออุปสรรคที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จ

ดริว (Drews. 2005 : 14-21) กล่าวว่า ข้อผิดพลาดอาจเกิดจากหลายสาเหตุ เช่น การขาดความระมัดระวัง ขาดความรอบคอบ ขาดการเอาใจใส่ ขาดความตระหนัก ขาดความสามารถในการตรวจสอบ การแปลความผิด การขาดประสบการณ์หรือความรู้ที่เกี่ยวข้องในเรื่องที่เรียน หรือข้อผิดพลาดอาจเป็นผลที่เกิดจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

เอชล็อก (Ashlock. 2010 : 18) กล่าวว่า ข้อผิดพลาดเกิดจากการขาดความใส่ใจ พลาดที่จะจดจำประเด็นสำคัญ หรือการให้เหตุผลที่ขาดการไตร่ตรอง การได้รับข้อมูลมากเกินไปจนไม่สามารถจัดระบบความจำได้ สาเหตุเหล่านี้เป็นสิ่งที่นักเรียนมองเห็นทางแก้ไข จึงไม่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้

<https://www.ncetm.org.uk/mathemapedia/Misconceptions>. (Retrieved July 20,2010) กล่าวถึงข้อผิดพลาดว่าเกิดจากการที่ครูให้ประสบการณ์การเรียนรู้ที่ไม่เหมาะสมกับวัยและวุฒิภาวะ ตลอดจนพัฒนาการทางปัญญาของผู้เรียนทำให้เกิดการสับสนและสงสัยและเข้าใจผิด หรือข้อผิดพลาดอาจเกิดจากการใช้สื่ออุปกรณ์ในบริบทที่ไม่เหมาะสมทำให้นักเรียนเกิดความสับสน ไม่แน่ใจ และเข้าใจผิด.

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ข้อผิดพลาด เป็นสิ่งที่อาจเกิดจากการขาดความเอาใจใส่ ขาดความรอบคอบ ขาดความตระหนัก ขาดความสามารถในการตรวจสอบ ขาดการไตร่ตรองในการให้เหตุผล ขาดประสบการณ์และความรู้ในเรื่องเรียน หรืออาจเกิดจากการความสับสน ไม่แน่ใจและเข้าใจผิดจากประสบการณ์ที่ผู้สอนจัดให้ สาเหตุเหล่านี้นักเรียนมองเห็นทางแก้ไข จึงไม่เป็นอุปสรรคต่อการเรียน

ลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์

ทรูเรน (Truran. 1987 : 92) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์ความผิดพลาดและเทคนิคการสอนเพื่อแก้ไขความผิดพลาดนั้น” สรุปอุปลักษณะข้อผิดพลาดทางการเรียนโดย

ขยายทฤษฎีของนิวแมน (Newman. 1983 : อ้างถึงใน Truran. 1987 : 92) ในการหาสาเหตุที่ผิด และแบ่งระดับความผิดพลาดที่นักเรียนทำไว้ 9 ด้าน คือ

1. รูปแบบของคำถาม
2. การอ่านคำถาม
3. ความเข้าใจในคำตอบ
4. กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้
5. ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้
6. ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้
7. การเสนอคำตอบ
8. ความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้เนื่องจากขาดความระมัดระวัง
9. ความผิดพลาดซึ่งควรจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

โมฟโซวิทซ์ - ฮาดาร์, ซาฟสลอฟสกี และ อินบาร์ (Movshovitz – Hadar, Zaslavsky & Inbar. 1987 : 3 - 14) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์รูปแบบข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา” โดยได้ศึกษาตามแนวคิดของ Radiz ซึ่งวิเคราะห์ข้อผิดพลาดของนักเรียนในวิชาพีชคณิตและจัดกลุ่มข้อผิดพลาดได้ 6 ด้านดังนี้

1. การใช้ข้อมูลผิด
2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา
3. การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์
4. การบิดเบือนทฤษฎีและนิยาม
5. ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา
6. ความผิดพลาดในเทคนิคการทำ

แบลนโด และคนอื่น ๆ (Blando; et al. 1989 : 301 – 308) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์และหารูปแบบความผิดพลาดทางเลขคณิต” ได้สรุปข้อผิดพลาดทางการเรียนเลขคณิตไว้ 4 ด้าน คือ

1. ความผิดพลาดในการมีลำดับความสำคัญมากกว่าหรือการมีลำดับขั้นตอน เช่น บวกก่อนคูณ บวกก่อนหาร ลบก่อนหาร ละเลยความสำคัญของวงเล็บ เป็นต้น
2. ความผิดพลาดอื่น ๆ เช่นการปฏิเสธที่จะแก้ปัญหา
3. ความผิดพลาดอื่น ๆ เช่นการปฏิบัติที่จะแก้ปัญหา

4. ความผิดพลาดที่ไม่มีรูปแบบแน่นอนเนื่องจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ เช่น ขาดความระมัดระวังในการบวก (บวกผิด) เป็นต้น

ยงยศ พุทธิให้ (2543 : 19) ได้สรุปลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า อาจเกิดมาจากครูและนักเรียน ข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์จากครูเนื่องมาจาก รูปแบบคำถาม การใช้ภาษาการให้ข้อมูลผิดพลาด เป็นต้น ส่วนข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์จากนักเรียนมีด้วยกันหลายสาเหตุ เช่น การอ่านคำถาม ความเข้าใจในคำถาม กลยุทธ์และทักษะในการเลือกใช้ความรู้ การบิดเบือนทฤษฎีและนิยาม ขาดความระมัดระวังในการคำนวณ เป็นต้น

สุริยา รัตนพลที (2545 : 15) ได้สรุปลักษณะข้อผิดพลาดทางเรขาคณิตศาสตร์ไว้ว่า อาจเกิดมาจากครูและนักเรียน ลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์จากครูเนื่องมาจาก การใช้ภาษา การใช้คำถาม การให้ข้อมูลผิดพลาด เช่นการอธิบายหรือการให้นิยามโดยการตัดข้อความบางตอนออกเพื่อให้สั้นและกะทัดรัดจนทำให้ความหมายผิดไปจากเดิม เป็นต้น ส่วนลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดจากตัวนักเรียนเนื่องมาจากการขาดประสบการณ์ การรับรู้ข้อมูลที่ผิดพลาด ความจำคลาดเคลื่อน และมีการหาเหตุผลที่ผิดพลาด (ซึ่งอาจเนื่องมาจากลักษณะส่วนตัวของผู้นั้น เช่น มีความลำเอียงหรือมีความคิดเห็นเอนเอียงไปด้านใดด้านหนึ่ง หรือเพราะความไม่รอบคอบ หรือมีข้อมูลน้อยเกินไป) จึงทำให้สรุปข้อมูลที่ได้มาอย่างไม่ถูกต้อง

บุญยงกูศล กุลเพชร (2552 : 22) กล่าวว่าลักษณะของข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ มีสาเหตุมาจากหลายด้านกล่าวคือ อาจเกิดจากตัวผู้เรียนเองคือ อ่านคำถามไม่เข้าใจ เข้าใจคำถามผิดจากที่ครูถาม ไม่เข้าใจสัญลักษณ์ หรือการใช้คำถามในรูปแบบ เช่น ไม่เข้าใจกฎนิยาม สูตร เป็นต้น หรือบางครั้งครูผู้สอนเองทำให้ผู้เรียนเกิดข้อผิดพลาดทางการเรียน

สรุปว่าลักษณะข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์เกิดจากหลายสาเหตุ เช่น จากครูจากหนังสือเรียน หรือจากตัวผู้เรียนเอง แต่ไม่ว่าจะเพราะสาเหตุใดก็ตามก็จะทำให้งานของนักเรียนออกมาในลักษณะที่ไม่สมบูรณ์ ถูกต้องทำให้สูญเสียคะแนนเช่นเดียวกัน แต่ข้อผิดพลาดสามารถแก้ไขได้ และไม่ส่งผลต่อการพัฒนาการเรียนรู้อีก

ประเภทของความผิดพลาด

พรพิมล ยังฉิม (2546 : 18) ได้สรุปว่า ประเภทของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด แบ่งตามสถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน สถานการณ์ที่สอดคล้องกัน และสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์ไม่สามารถมองเห็นภาพจริงได้ และไม่มีการวัดใดที่มีความถูกต้องสมบูรณ์แบบ

ไม่ว่าอย่างไรก็ตามการวัดจะต้องมีความผิดพลาดอยู่เสมอ ความผิดพลาดแบ่งออกได้เป็น 3 แบบ หลัก ๆ คือ

1. ข้อผิดพลาดบุคคล (Human error)
2. ข้อผิดพลาดระบบ (Systematic error)
3. ข้อผิดพลาดไม่แน่นอน (Random error)

ข้อผิดพลาดบุคคล (Human error)

สาเหตุ : ส่วนใหญ่มาจากบุคคลผู้ทำการวัดเอง เช่น การอ่านค่าผิด, การปรับแต่หรือใช้เครื่องมือผิดหรือการคำนวณผิด

การป้องกัน : แก้ไขหรือทำให้ลดลง ได้โดยการศึกษาเครื่องมือวัดให้เข้าใจ และใช้อย่างถูกต้อง

ข้อผิดพลาดระบบ (Systematic error) แบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ

Instrument error : เป็นข้อบกพร่องของเครื่องมือวัด

Environment error : เกิดจากสภาพแวดล้อมที่ทำการวัด

ข้อผิดพลาดในเครื่องมือ (Instrument error)

สาเหตุ : ความผิดพลาดจากชิ้นส่วนทางกายภาพ เช่น ทางกลไกสึกหรอ หรือผิด, ความผิดปกติของสปริง หรือคุณสมบัติของวัสดุ

ประกอบ

การป้องกัน : เลือกเครื่องมือวัด ที่เหมาะสมกับการวัด, ใส่ค่า Factor หรือ Weight เพื่อชดเชยค่าที่เบี่ยงเบนไป และปรับเทียบมาตรฐาน (Calibrate)

ข้อผิดพลาดจากสิ่งแวดล้อม (Environment error)

สาเหตุ : จากเงื่อนไขภายนอก เช่น การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ, ความชื้น, ความกดอากาศ, สนามแม่เหล็ก หรือสนามไฟฟ้า

การป้องกัน : วัดในห้องที่มีการปรับอุณหภูมิ, ผนึกเครื่องมือวัดอย่างแน่นหนา เพื่อป้องกันความชื้น และห่อหุ้มด้วยวัสดุที่ป้องกันสนามแม่เหล็ก

ข้อผิดพลาดไม่แน่นอน (Random error)

สาเหตุ : ไม่สามารถบอกสาเหตุที่แน่นอนได้ การวัดสิ่งเดียวกันหลายครั้ง ได้ค่าแตกต่างกันไป แม้เครื่องมือวัดจะถูกปรับแต่งอย่างดี และ

ใช้งานภายใต้สิ่งแวดล้อมที่เหมาะสมก็ตาม

การป้องกัน : เพิ่มจำนวนครั้งในการวัดแล้วหาค่าเฉลี่ยทางสถิติ เพื่อให้ได้ค่าประมาณที่จัดว่าเป็นค่าที่ดีที่สุด

รูปแบบข้อผิดพลาด มี 3 แบบคือ

1. Syntax error คือ ข้อผิดพลาดจากการใช้ไวยากรณ์ภาษาที่ผิด หรือ อาจเกิดจากการสะกดคำผิด

2. Run-time error คือ ข้อผิดพลาดในระหว่างการปฏิบัติงาน (Execution) มักเกิดจากความรู้อาจไม่ถึงการณ์

3. Logical error คือ ข้อผิดพลาดที่หาและแก้ได้ยากที่สุด ต้องทำการไล่โปรแกรมทีละคำสั่งเพื่อหาข้อผิดพลาดนั้น

วิธีการตรวจสอบข้อผิดพลาด มีดังนี้

1. การตรวจสอบด้วยตนเอง (Self checking) เขียนโปรแกรมลงกระดาษแล้วไล่เช็คตรวจสอบการทำงานทีละขั้นด้วยตนเอง ว่าจะมีการทำงานที่ถูกต้องตามความต้องการหรือไม่

2. ตรวจสอบด้วยการแปลโปรแกรม (Translating) การแปลเป็นภาษาเครื่อง ตรวจสอบข้อผิดพลาดของโปรแกรม

การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (Analysis of misconceptions and errors) หมายถึง เป็นการแยกแยะระหว่างมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเพื่อพิจารณาออกเป็นส่วนย่อยที่มีความสัมพันธ์กัน เพื่อทำความเข้าใจแต่ละส่วนให้แจ่มแจ้ง รวมทั้งการสืบค้นความสัมพันธ์ของส่วนต่าง ๆ เพื่อดูว่าส่วนประกอบปลีกย่อยนั้นสามารถเข้ากันได้หรือไม่ สัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันอย่างไร ซึ่งจะช่วยให้เกิดความเข้าใจต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใดอย่างแท้จริง

โมวัไซวิทซ์ และคณะ (Movshovitz and others. 1987 : 4-17) กล่าวว่า การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด มีทั้งหมด 5 ด้าน และมีการรวมด้านย่อย ๆ เพื่อให้การวิเคราะห์ข้อมูลมีความชัดเจน เหมาะสมกับเนื้อหา ระดับชั้นของนักเรียน และบริบทของชั้นเรียน ดังนี้

1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused data) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้

1.1 ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา

- 1.2 ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ
- 1.3 คัดลอกโจทย์ผิด
2. ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted language) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
3. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted theorem or definition) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
 - 3.1 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ
 - 3.2 จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด
4. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
 - 4.1 ขึ้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ
 - 4.2 ขึ้นตอนผิด แต่คำตอบถูก
5. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical error) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

Wayne (<https://www.ncetm.org.uk/mathemapedia/Misconceptions>, 2010 : 20) กล่าวว่าในยุคโลกาภิวัตน์ มีการกล่าวอ้างถึงความจริงเชิงตรรกะ เรายึดที่ตรงการใช้คำพูดเพื่อยุติ เรามีความเข้าใจผิดเกี่ยวกับตรรกะเกี่ยวกับโลกมาก ที่เรามุ่งหวังที่จะแสดงความเหนือกว่าโดยธรรมชาติของเรา ความเข้าใจผิดตรรกะมาก ดังสืบตัวอย่างที่ส่วนใหญ่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ดังนี้

1. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับการใส่ผิดค่า ผิดที่ ผิดตำแหน่ง เด็กไม่รู้ว่าจะแต่ละจำนวนควรจะอยู่ตำแหน่งไหน
2. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเศษส่วน 1 หารด้วย $\frac{1}{2}$ ตอบอย่างทันทีว่าเป็น $\frac{1}{2}$ ผิด คำตอบที่ถูกต้องคือ 2 1 หารด้วย 2 ได้ เป็น $\frac{1}{2}$ เพราะจำนวนเต็มหารด้วยเศษส่วนจะได้เศษส่วนเสมอ แต่เมื่อคูณหารโดย $\frac{1}{2}$, ตัวหารเป็น $\frac{1}{2}$ มีค่าน้อยกว่า 1 และ $\frac{1}{4}$ มีค่าน้อยกว่า 2 การหาคำตอบ 4 ครั้งเป็นใหญ่ หรือการประยุกต์ใช้วิธีอื่น โดยการหาร 1 โดย $\frac{1}{2}$

หมายถึงการตัดจำนวนหลัก (1 ในกรณีนี้) ออกเป็น 2 ส่วนครึ่งหนึ่งซึ่งเป็น 2 ทั้งหมด ตอนนี้อยู่ที่หารด้วย $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ ก็ยังคงไม่ $\frac{1}{2}$ เพราะตอนนี้ถูกแบ่งครึ่งออกเป็น 4 ส่วน

3. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความน่าจะเป็นของการแบ่งส่วนของวงกลมหมุนจากจุดศูนย์กลางที่แบ่งออกเป็นสามส่วน ครึ่งหนึ่งของวงกลมเป็นสีแดงอีกครึ่งหนึ่งแบ่งออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กันคือสีน้ำเงินและ สีเขียว ในการหมุนหนึ่งครั้งความน่าจะเป็นที่จะได้สีน้ำเงินเป็นเท่าไร คนส่วนมากจะตอบทันทีว่า $\frac{1}{3}$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ผิด เราคิดว่าครึ่งวงกลมเป็นสีแดงอีกครึ่งหนึ่งแบ่งออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน ที่ทำให้แต่ละส่วนเหล่านั้น $\frac{1}{4}$ ของวงกลมทั้งหมด ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะได้สีน้ำเงิน เป็น $\frac{1}{4}$

4. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความน่าจะเป็น ของการหยิบไพ่ในการสุ่มใน 1 สำรับให้หาความน่าจะเป็นของวาดเอซหรือหัวใจเป็นอย่างใด สาเหตุที่คิดผิด คือมีสีเอซและ 13 หัวใจ 4 และ 13 เป็น 17 ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ในการหยิบไพ่ 52 ใบเท่ากับ $\frac{17}{52}$ จึงผิด ความจริงคือมี 4 เอซก็ยังเป็นจริงที่มี 13 หัวใจและมันเป็นความจริงที่แน่นอนของพวกเขา คือผลรวม 17 ซึ่งผิดเพราะ คุณนับแต้มของหัวใจสองครั้ง คำตอบที่ถูกคือ $\frac{16}{52}$

5. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์ แนวคิดของทฤษฎีพีทาโกรัสที่มีชื่อเสียง คนส่วนใหญ่คิดว่าพีทาโกรัสมัน : $a^2 + b^2 = c^2$ ผิดนี้จะสามารถเป็นจริงหากเส้นแขนงของสามเหลี่ยมมุมฉากจะแทนด้วย B และ C ตามลำดับและคิดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก แต่ถ้าตัวอักษรเหล่านั้นจะหันไปรอบ ๆ เพื่อที่หนึ่งของเส้นแขนงจะแสดงเป็น C แล้วสูตรจะไม่ถือจริง ใต้เพียงผลรวมของกำลังสองของความยาวของขาจะเท่ากับกำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

6. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์มาใกล้เคียงกับค่าของพายเมื่อใดก็ตามที่มีคนถามค่าของพายจะเข้าใจทันทีว่าพามีค่าเป็น 3.14 ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ผิด! ค่าของพายจะถูกกำหนดโดยการเปรียบเทียบขอบเขตที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง ดังนั้น เท่ากับ $\frac{C}{d}$ การวัดที่แม่นยำยิ่งขึ้นถ้าเป็นที่ถูกต้องมากขึ้น

7. ความเข้าใจผิดเกี่ยวกับเรื่องรูปเรขาคณิต

8. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่

เท่ากันเช่น $\frac{1}{3}$ ของบวก $\frac{1}{3}$ เด็กจะตอบ $\frac{1}{5}$ ผิด

9. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรื่องจำนวนจินตภาพ เช่น รากที่สองของ -1 เด็กจะตอบ -1 ซึ่งผิด คำตอบ : รากที่สองของ -1 เป็นจินตภาพ

10. ความเข้าใจผิดวิธีการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเลขอนุกรม เช่น การหาผลบวกตั้งแต่ 1 ถึง 100 Carl Friedrich Gauss, เขาหาผลรวมมาจนถึงที่จำนวน 5,050 ซึ่งเป็นผลรวมของลำดับหรือผลรวม = จำนวนครั้ง (ครั้งแรก + ล่าสุด) หารด้วย 2 หรือ $S = N(F + L) / 2$, ครูที่น่าแปลกใจของเขาให้การปฏิเสธ

ตัวอย่าง การวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของ มัทติกา

A.	6 9 3	B.	3 2 5	C.	7 2 6	D.	4 3 4
	<u>- 2 4 8</u>		<u>- 1 5 1</u>		<u>- 3 4 9</u>		<u>- 2 7 6</u>
	<u>4 4 5</u>		<u>1 7 4</u>		<u>2 8 7</u>		<u>6 8</u>
E.	4 3 6	F.	6 2 5				
	<u>- 1 7 2</u>		<u>- 3 4 8</u>				
	<u>2 6 4</u>		<u>1 8 7</u>				

มัทติกาสามารถคิดคำนวณการลบได้เป็นอย่างดีเมื่อมีการยืม เพียงแต่พอเมื่อมีการยืมมากกว่าหนึ่งครั้งจึงมีข้อผิดพลาดเกิดขึ้น จากการคำนวณจะเห็นได้ว่าเธอมีวิธีการคิดในลักษณะนี้ “ตัวอย่าง E มัทติกา ยืม 4 มา 1 แล้วเอาไปวางไว้หน้า 3 และตอนนี้เธอได้เอาวิธีการคิดแบบนี้มาใช้ในโจทย์ข้อ F ในลักษณะที่คิดว่าเธอต้องการ 1 มาวางไว้หน้า 5 หนึ่งตัวและต้องการ 1 มาวางไว้หน้า 2 อีกหนึ่งตัว เธอจึงยืม 6 มาสองตัวเพื่อมาใช้วางในเลขทั้งสองตัวตามดังที่กล่าว” ซึ่งถ้าเป็นแบบนี้จะทำให้มัทติกาหารูปแบบการลบที่ถูกต้องได้ยาก

การให้ความช่วยเหลือก่อนที่มัทติกาจะใช้วิธีนี้ไปจนเกิดความเคยชินเป็นสิ่งจำเป็นต่อเธอมาก คุณจะช่วยเธอได้อย่างไร ลองดูคำแนะนำด้านล่าง

1. การสอน โจทย์การลบเลขทั้งสองรูปแบบในเวลาเดียวกัน โดยตั้งโจทย์การลบเลขสองหลักที่ต้องมีการยืมเลขในหลักสิบกับ โจทย์ที่ไม่จำเป็นต้องมีการยืมขึ้นมา จากนั้นตรวจสอบนักเรียนให้แน่ใจว่าเขาสามารถแยกและเห็นความแตกต่างในการคำนวณ โจทย์ทั้งสองได้ เมื่อนักเรียนผ่านขั้นตอนการลบเลขสองหลักแล้ว ครูจึงเปลี่ยน โจทย์มาเป็นการคำนวณเลขสามหลัก โดยใช้วิธีการเดียวกันกับข้างต้น

ข้อเสนอแนะ : ให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ด้วย “การบวกเพิ่ม” ตัวลบกับคำตอบเข้าไปซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จะต้องได้เท่ากับตัวตั้งในโจทย์ที่ลบในตอนแรก

2. การใช้ Ten Box ในการแสดงแทนตัวตั้ง จากนั้นชี้ไปที่ตัวที่เอามาลบแล้วถามนักเรียนว่า “เราจำเป็นต้องลบเลขจำนวนนี้เราสามารถลบได้เลยหรือไม่ หรือเราจำเป็นต้องยืมก่อน” ซึ่งตามหลักการลบเราต้องยืมเลขในหลักสิบมาช่วยหลักหน่วย ต่อมาก็ให้ยืมเลขในหลักร้อยมาช่วยหลักสิบ ให้นักเรียนบันทึกขั้นตอนแต่ละขั้นตอนไว้ด้วย เสร็จแล้วให้นักเรียนย้าย Ten Box ตามโจทย์นั้น ๆ ทำตามกระบวนการนี้ให้นักเรียนดู และพูดวิธีการคิดเช่นนี้ให้นักเรียนฟังเพื่อให้นักเรียนบันทึกในแต่ละขั้นตอนที่ย้าย Ten Box เอาไว้ด้วย

3. ใช้เกมในการทำกิจกรรม เช่น เกมกระดาน, กล้อง, และเบงค์ ในการที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องค่าของตำแหน่ง จากนั้นก็เข้าสู่การคิดคำนวณได้อย่างถูกต้องนั้น เราสามารถใช้เกมในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ได้ ยกตัวอย่างเช่น เกมกระดาน เป็นต้น

เมื่อนักเรียนได้เรียนการคำนวณเลขไปหนึ่งแบบแล้วแต่ยังไม่เกิดความคิดรวบยอดหรือความเข้าใจพื้นฐานในการคำนวณนั้น ๆ จะส่งผลให้เกิดปัญหาต่อตัวนักเรียนเมื่อต้องเรียนการคำนวณเลขในรูปแบบอื่นต่อ เช่น เดียวกับมัทติกาที่เรียนวิธีการบวกจำนวนที่เท่ากัน ไปแล้ว (หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า European-Latino ซึ่งวิธีการนี้ก็ได้ถูกนำมาสอนในสหรัฐอเมริกาในเวลาต่อมา) มาดูกันว่าเกิดอะไรขึ้นกับกระบวนการคิดเลขของมัทติกา เพราะว่าเขาเอากระบวนการคิดเลขมารวมกัน คุณพบรูปแบบข้อผิดพลาดของมัทติกาหรือไม่

ข้อสรุป

การช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ว่าเวลาไหนควรตอบแบบประมาณค่าและเวลาไหนควรตอบเป็นคำตอบตรงเป็นเรื่องสำคัญ รวมทั้งการส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักเลือกวิธีที่ใช้ในการบวกและการลบที่เหมาะสม ซึ่งในหลาย ๆ ครั้งกระบวนการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดดูเหมือนจะเป็นกระบวนการใช้แค่กระดาษกับดินสอเท่านั้นเอง

ในการที่ครูให้นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการบวกและการลบนั้นควรจะให้ความคิดรวบยอดในกฎต่าง ๆ ของการบวกลบเลข พร้อมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนเป็นผู้รู้จักถาม เช่น “แบบนี้เป็นไปได้หรือไม่” เป็นต้น รวมทั้งชี้ให้เห็นถึงความสำคัญของการประมาณค่า และฝึกให้นักเรียนสามารถคำนวณเลขได้เป็นอัตโนมัติ

อีกทั้งในระหว่างการสอน คุณจะต้องแน่ใจว่านักเรียนของคุณสามารถทำได้หรือไม่ รู้จักให้เด็กนักเรียนจดบันทึกความก้าวหน้าในการคำนวณเลขของตนเอง รวมทั้งอาจบันทึกขั้นตอนย่อยต่าง ๆ ถ้าจำเป็นด้วยก็ได้ เพื่อที่นักเรียนจะเกิดความชำนาญจากกระบวนการต่าง ๆ ที่ตนได้ฝึก

จากนั้นในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ของนักเรียน คุณจะต้องสังเกตการพัฒนา กระบวนการคิดจากการปฏิบัติและผลที่ได้จากงานของนักเรียนอีกด้วย

ข้อเสนอแนะ

1. ก่อนที่นักเรียนจะได้เรียนกระบวนการบวกและลบเลขนั้น จำเป็นหรือไม่ที่นักเรียนจะต้องเข้าใจในเรื่องค่าของตำแหน่งและตำแหน่งของค่าต่าง ๆ ในเลขจำนวนหลาย ๆ หลักก่อน และทำไมจึงเป็นเช่นนั้น

2. คุณจะทำอย่างไรถ้ามีนักเรียนแค่บางส่วนที่เข้าใจในเรื่องค่าของตำแหน่งตัวเลข

3. รูปแบบข้อผิดพลาดของการบวกและการลบเลขนั้นเป็นส่วนหนึ่งที่เกิดจากความเข้าใจผิดในเรื่องของหลักการและกฎของกระบวนการคำนวณ และด้วยสาเหตุนี้ส่งผลให้เกิดปัญหาต่อการคำนวณในระดับที่ยากต่อไป

4. เมื่อพบนักเรียนที่มีข้อผิดพลาดในการคำนวณดังกล่าวมาในบทนี้ให้คุณเลือกเอาวิธีการแก้ไขที่เหมาะสมกับนักเรียนไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนได้

พหุนาม

พหุนาม ประกอบด้วยเนื้อหา ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2547 : 33-71)

1. เอกนาม

ข้อความที่เขียนอยู่ในรูปสัญลักษณ์ เช่น $3, 2x, x + 4, x - 7, x + y - 6, x^8, \frac{x}{5},$

$\frac{x+2}{3x-1}$ เรียกว่า นิพจน์ ประกอบด้วยตัวเลขตัวอักษร เรียกตัวเลขว่า ค่าคงตัวและเรียกตัวอักษร

ว่า ตัวแปร หมายถึง ตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนเท่านั้น

นิพจน์ที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณของค่าคงตัวกับตัวแปรตั้งแต่หนึ่งตัวขึ้นไป และเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นศูนย์หรือจำนวนเต็มบวกเรียกว่าเอกนาม เอกนามประกอบด้วย 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นค่าคงตัวและส่วนที่อยู่ในรูปการคูณของตัวแปร โดยเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นศูนย์หรือจำนวนเต็มบวก และเรียกส่วนที่เป็นค่าคงตัวว่าสัมประสิทธิ์ของเอกนาม เรียกผลบวกของเลขชี้กำลังของตัวแปรทั้งหมดในเอกนามว่า ดีกรีของเอกนาม

ตัวอย่างของเอกนาม $2x, \frac{1}{5}xy^3, 8, 0$

$2x$ มี 2 เป็นค่าคงตัว x เป็นตัวแปรที่มีเลขชี้กำลังเป็น 1 ดิกรีเท่ากับ 1

$\frac{1}{5}xy^3$ มี $\frac{1}{5}$ เป็นค่าคงตัว x เป็นตัวแปรที่มีเลขชี้กำลังเป็น 1 และ y เป็นตัวแปรที่มีเลขชี้กำลังเป็น 3 ดิกรีเท่ากับ $1+3 = 4$

8 เพราะสามารถเขียน 8 ได้เป็น $8x^0$ มี 8 เป็นค่าคงตัว x เป็นตัวแปรที่มีเลขชี้กำลังเป็น 0 ดิกรีเท่ากับ 0

0 เป็นเอกนามแต่ไม่สามารถบอกดิกรีได้แน่นอน เพราะ $0 = 0x^n$ ไม่ว่า n เป็นศูนย์หรือจำนวนเต็มบวกใดๆ ไม่สามารถบอกดิกรีได้แน่นอน

2. การบวกและการลบเอกนาม

พิจารณาเอกนาม $4x^3y$ และ $3x^3y$ จะเห็นว่าเอกนามทั้งสองนี้ต่างกันเฉพาะสัมประสิทธิ์เท่านั้น ส่วนอื่นเหมือนกัน เรากล่าวว่าเอกนามทั้งสองนี้คล้ายกัน

เอกนามสองเอกนามคล้ายกันก็ต่อเมื่อ

1. เอกนามทั้งสองมีตัวแปรชุดเดียวกัน
2. เลขชี้กำลังของตัวแปรตัวเดียวกันในแต่ละเอกนามเท่ากัน

การบวกเอกนามที่คล้ายกัน

ผลบวก = (ผลบวกของสัมประสิทธิ์) \times (ส่วนที่อยู่ในรูปการคูณของตัวแปร)

ตัวอย่างการบวกเอกนามที่คล้ายกัน โดยใช้สมบัติการแจกแจง

$$3x + 5x = (3 + 5)x$$

$$= 8x$$

การลบเอกนามที่คล้ายกัน

ผลลบ = (ผลลบของสัมประสิทธิ์) \times (ส่วนที่อยู่ในรูปการคูณของตัวแปร)

ตัวอย่างการลบเอกนามที่คล้ายกัน โดยใช้สมบัติการแจกแจง

$$5x^2 - (-3x^2) = [5 - (-3)]x^2$$

$$= (5+3)x^2$$

$$= 8x^2$$

สำหรับเอกนามที่ไม่คล้ายกัน ไม่สามารถหาผลบวกหรือผลลบโดยใช้สมบัติการแจกแจงได้ เช่น จงเขียนในรูปการบวกหรือรูปการลบ

- | | |
|-------------------|-----------------------|
| 1. x กับ y | 2. x^2y กับ xy |
| ผลบวก คือ $x + y$ | ผลบวก คือ $x^2y + xy$ |
| ผลลบ คือ $x - y$ | ผลลบ คือ $x^2y - xy$ |

3. พหุนาม

พหุนาม คือ นิพจน์ที่สามารถเขียนในรูปเอกนาม หรือ การบวกของเอกนาม ตั้งแต่สองเอกนามขึ้นไป เช่น -3 , $4x^0$, $5a$, $3a + 4b$, $4 - 5c + 6b^3$

พหุนามในรูปผลสำเร็จ หมายถึง พหุนามที่ไม่มีพจน์คล้ายกัน เช่น

ข้อ	พหุนาม	พหุนามในรูปผลสำเร็จ
1.	$2x + 3x - 4$	$5x - 4$
2.	$-3x^4 + 5y^2 - 4x^4$	$-7x^4 + 5y^2$

ดีกรีของพหุนาม หมายถึง ดีกรีสูงสุดของพจน์ ของพหุนามในรูปผลสำเร็จ ตัวอย่าง จงพิจารณาดีกรีและจำนวนพจน์ของพหุนามต่อไปนี้

ข้อ	พหุนาม	พหุนามในรูปผลสำเร็จ	ดีกรี	จำนวนพจน์
1.	$2x^4 - x^3 - 4x$	$2x^4 - x^3 - 4x$	4	3
2.	$a^5 - 4a^5 + 2a^3$	$-3a^5 + 2a^3$	5	2

4. การบวกและการลบพหุนาม

การบวกพหุนาม หาได้โดยนำพหุนามมาเขียนในรูปการบวกและถ้ามีพจน์ที่คล้ายกันให้บวกพจน์ที่คล้ายกันเข้าด้วยกัน เช่น

$$\begin{aligned} 2x^2 + 4x - x^3 \text{ กับ } 3 + 2x - 6x^2 \\ (2x^2 + 4x - x^3) + (3 + 2x - 6x^2) &= -x^3 + (2x^2 - 6x^2) + (4x + 2x) + 3 \\ &= -x^3 + (-4x^2) + 6x + 3 \\ &= -x^3 - 4x^2 + 6x + 3 \end{aligned}$$

การลบพหุนาม ทำได้โดยการบวกพหุนามที่เป็นตัวตั้งด้วยจำนวนตรงข้ามของพจน์แต่ละพจน์ของพหุนามที่เป็นตัวลบ เช่น

$$1. 4x - 6x = 4x + (-6x) = -2x$$

$$2. 4x - (-6x) = 4x + 6x = 10x$$

พหุนามตัวตั้ง - พหุนามตัวลบ = พหุนามตัวตั้ง + พหุนามตรงข้ามของพหุนามตัวลบ

5. การคูณพหุนาม

การคูณพหุนาม แบ่งเป็น 3 กรณี คือ

เอกนามคูณเอกนาม การหาผลคูณระหว่างพหุนามที่มี 1 พจน์ กับพหุนามที่มี 1 พจน์ หรือเอกนามคูณเอกนาม ทำได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \text{ตัวอย่าง } (4x^3)(-y) &= 4(-1)(x^3y) \\ &= (-4)(x^3y) \\ &= -4x^3y \end{aligned}$$

พหุนามคูณเอกนาม การหาผลคูณระหว่างพหุนามที่มีหลายพจน์ กับพหุนามที่มี 1 พจน์ หรือพหุนามคูณเอกนาม ทำได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \text{ตัวอย่าง } (x^3)(5x - 3y) &= (x^3)(5x) - (x^3)(3y) \\ &= (5x^4) - (3x^3y) \\ &= 5x^4 - 3x^3y \end{aligned}$$

พหุนามคูณพหุนาม การหาผลคูณระหว่างพหุนามที่มีหลายพจน์ กับพหุนามที่มีหลายพจน์ หรือพหุนามคูณพหุนาม ทำได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \text{ตัวอย่าง } (x^3 + 7y)(2x^2 - 4y^3) &= x^3(2x^2 - 4y^3) + 7y(2x^2 - 4y^3) \\ &= (2x^5 - 4x^3y^3) + (14x^2y - 28y^4) \\ &= -4x^3y^3 + 2x^5 - 28y^4 + 14x^2y \end{aligned}$$

6. การหารพหุนาม

การหารพหุนาม แบ่งเป็น 3 กรณี คือ

เอกนามหารเอกนาม การหาผลหารระหว่างพหุนามที่มี 1 พจน์ กับพหุนามที่มี 1 พจน์ หรือเอกนามหารเอกนาม ทำได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

$$\text{ตัวอย่าง } \frac{x^6}{x^3} = x^{6-3} = x^3$$

พหุนามหารเอกนาม การหาผลหารระหว่างพหุนามที่มีหลายพจน์ กับพหุนามที่มี 1 พจน์ หรือพหุนามหารเอกนาม ทำได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \text{ตัวอย่าง} \quad \frac{5x^6+10x^2-15x}{5x} &= \frac{5x^3}{5x} + \frac{10x^2}{5x} - \frac{15x}{5x} \\ &= x^2+2x-3 \text{ (หารลงตัว)} \end{aligned}$$

พหุนามหารพหุนาม การหาผลหารระหว่างพหุนามที่มีหลายพจน์ กับพหุนามที่มี หลายพจน์ หรือพหุนามหารพหุนาม ทำได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

$$\text{ตัวอย่าง} \quad 2x^2 + 3x - 31 \text{ หารด้วย } x - 3$$

$$\begin{array}{r} \text{วิธีทำ} \quad \begin{array}{r} 2x + 9 \\ x - 3 \overline{) 2x^2 + 3x - 31} \\ \underline{2x^2 - 6x} \\ 9x - 31 \\ \underline{9x - 27} \\ -4 \end{array} \end{array}$$

ผลหาร คือ $2x + 9$ เหลือเศษ -4 (หารไม่ลงตัว)

แบบทดสอบ

แบบทดสอบ เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลชนิดหนึ่งที่ใช้สำหรับวัดความรู้ทางด้านพุทธินิสัย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบที่วัดสมรรถนะด้านต่าง ๆ ที่นักเรียนได้รับการเรียนรู้มาแล้วว่ามีอยู่เท่าใด แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งได้ 2 ชนิด คือ แบบที่ครูสร้าง และแบบมาตรฐานแบบทดสอบที่ดีต้องมีความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความยุติธรรม ความลึกของคำถาม ความย่อย ความจำเพาะเจาะจง ความเป็นปรนัย มีประสิทธิภาพ มีอำนาจจำแนก มีความยาก

มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้หลายท่าน ดังนี้

บุญธรรม กิจปริดาปริสุทธิ์ (2542 : 72) ให้ความหมาย แบบทดสอบ ว่า เป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้ในการเปรียบเทียบพฤติกรรมของบุคคลตั้งแต่ สองคนขึ้นไป ณ เวลาหนึ่ง หรือของบุคคลคนเดียวหรือหลายคนในเวลาต่างกัน

ไพศาล วรคำ (2552 : 227) ได้ให้ความหมายไว้ว่า แบบทดสอบ หมายถึง ชุดของข้อคำถามที่ใช้วัดค่าของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง โดยมีคำตอบที่ถูกต้องแน่นอน และมีกฎเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนอย่างสมเหตุสมผลและแน่นอน

บราวน์ (Brown . 1998 : 90) ให้ความหมายแบบทดสอบว่าเป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้สำหรับวัดตัวอย่างพฤติกรรม ตามความหมายแบบทดสอบจะมีลักษณะที่สำคัญ 3 ประการ

1. แบบทดสอบเป็นวิธีการเชิงระบบ (Systematic procedure) หมายความว่าแบบทดสอบนั้นจะต้องมีกฎเกณฑ์แน่นอนเกี่ยวกับโครงการการบริหารจัดการและการให้คะแนน
2. แบบทดสอบเป็นการวัดพฤติกรรม (Behaviors) ซึ่งจะวัดเฉพาะพฤติกรรมที่วัดได้เท่านั้น โดยผู้ตอบสนองตอบต่อข้อคำถามที่กำหนดให้ มิใช่เป็นการวัดโดยตรง
3. แบบทดสอบเป็นเพียงส่วนหนึ่งของพฤติกรรมที่ต้องการวัดทั้งหมด (Sample of all possible items) ตามความเป็นจริง ไม่มีแบบทดสอบชุดใดที่จะมีข้อคำถามวัดพฤติกรรมที่ต้องการได้ทั้งหมด ฉะนั้นจึงต้องตกลงว่าข้อคำถามในแบบทดสอบเป็นตัวแทนของข้อคำถามทั้งหมดที่ใช้วัดพฤติกรรมนั้น และถ้าผู้ตอบ ตอบข้อคำถามใด ข้อคำถามหนึ่งถูก จะต้องให้คะแนนเท่ากัน

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนประเภทที่ครูสร้างมีหลายรูปแบบ แต่ที่นิยมใช้มี 6 แบบ คือ แบบกาถูกผิด แบบเติมคำ แบบตอบสั้น ๆ แบบจับคู่ แบบเลือกตอบ และแบบอัตนัยหรือความเรียง

ความหมายของแบบทดสอบอัตนัย

แบบทดสอบอัตนัยคือเป็นแบบวัดมีลักษณะผู้ตอบต้องเขียนบรรยายตอบผู้ตอบมีสิทธิจะเขียนตอบอย่างเสรีอาจจะมีคำตอบถูกหลาย ๆ ทาง คำตอบของข้อสอบข้อเดียวกันอาจจะมี ความแตกต่างทั้งในด้านคุณภาพและความถูกต้องแบบทดสอบอัตนัยแบ่งได้หลายประเภท

สมนึก ภัททิยธนี (2546 : 62-75) กล่าวไว้ว่า แบบทดสอบ (Test) เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลชนิดหนึ่งที่ใช้สำหรับวัดความรู้ทางด้านพุทธินิสัย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบที่วัดสมรรถนะด้านต่าง ๆ ที่นักเรียนได้รับการเรียนรู้มาแล้วว่ามีอยู่เท่าใด แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งได้ 2 ชนิด คือ แบบที่ครูสร้าง และแบบมาตรฐาน แบบทดสอบที่ดีต้องมีความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความยุติธรรม ความลึกของคำถาม ความช่วย ความจำเพาะเจาะจง ความเป็นปรนัย มีประสิทธิภาพ มีอำนาจจำแนก มีความยาก

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนประเภทที่ครูสร้างมีหลายรูปแบบ แต่ที่นิยมใช้มี 6 แบบ คือ แบบกาถูกผิด แบบเติมคำ แบบตอบสั้น ๆ แบบจับคู่ แบบเลือกตอบ และแบบอัตนัยหรือความเรียง

แบบสอบแบบอัตนัยหรือความเรียง (Subjective or essay test)

ลักษณะทั่วไป เป็นข้อสอบที่มีเฉพาะคำถาม แล้วทำให้นักเรียนเขียนตอบอย่างเสรี เขียนบรรยายตามความรู้ และข้อคิดเห็นของแต่ละคน

หลักในการสร้าง

1. เขียนคำชี้แจงเกี่ยวกับวิธีการตอบให้ชัดเจน ระบุจำนวนข้อคำถาม เวลาที่ใช้สอบ และคะแนนเต็มของแต่ละข้อ
2. เนื่องจากข้อสอบแบบนี้มีเฉพาะคำถาม และแต่ละข้อ มักจะให้คะแนนมาก ดังนั้นควรเขียนคำถามให้ชัดเจนเพื่อไม่ให้ไขว้เขวในการตอบ
3. ไม่ควรตั้งคำถามเฉพาะประเภทความรู้ความจำหรือถามปัญหาที่มีคำตอบในหนังสือ ซึ่งเป็นการให้ตอบแบบจำกัด (Restricted response) แต่พยายามถามประเภทสูงกว่าความรู้ความจำ คือ ถามให้ใช้ความคิด ซึ่งเป็นการให้ตอบแบบขยาย (Unrestricted response) มักขึ้นต้นด้วยคำว่าจงอธิบาย จงอภิปราย จงบรรยาย จงเปรียบเทียบ จงวิเคราะห์ ให้ประมาณค่าให้ บอกความสัมพันธ์ วิเคราะห์ เป็นต้น
4. กำหนดเวลาให้ตอบนานพอสมควร เพราะผู้ตอบต้องใช้เวลารวบรวมความคิด จังหวะความคิด และเขียนคำตอบด้วยถ้อยคำของตนเอง หากกำหนดเวลาน้อย ไม่สามารถใช้พลังความคิดได้เต็มความสามารถ
5. เลือกถามเฉพาะจุดที่สำคัญของเรื่อง เพราะไม่สามารถถามได้ทุก ๆ เนื้อหาที่เรียน
6. ไม่ควรให้มีการเลือกตอบเพียงบางข้อ เช่น 7 ข้อให้เลือกทำ 6 ข้อ หรือ 4 ข้อให้เลือกทำ 3 ข้อ เหตุผลมีดังนี้
 - 6.1 ไม่สามารถวัดเรื่องที่สำคัญได้ทุกเรื่อง
 - 6.2 คำถามแต่ละข้อมีความยากง่ายไม่เท่ากัน จะมีปัญหาในการจัดตำแหน่งผู้เข้าสอบว่าใครจะเก่งกว่ากัน โดยเฉพาะการประเมินผลแบบอิงกลุ่ม
7. การตรวจให้คะแนน ควรปฏิบัติดังนี้
 - 7.1 เขียนแนวคำตอบไว้ก่อน และระบุคะแนนว่า ประเด็นใดตอนใดควรได้กี่คะแนน

7.2 ควรตรวจเฉพาะข้อเดียวจนครบทุกคน แล้วตรวจข้อต่อไป

7.3 ไม่ควรดูข้อผู้สอบ เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดอคติในการให้คะแนน

ข้อดีของข้อสอบแบบอัตนัยหรือบรรยาย

1. สามารถวัดพฤติกรรมต่าง ๆ ได้ทุกด้าน โดยเฉพาะพฤติกรรมด้านการสังเคราะห์
2. ผู้ตอบได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็น หรือเจตนาของตน
3. โอกาสในการตอบเดาโดยไม่มีความรู้ในเรื่องนั้นแล้วได้คะแนนน้อยมาก
4. วัดความสามารถในการเขียนและส่งเสริมการใช้ภาษาได้เป็นอย่างดี

ข้อจำกัดของข้อสอบแบบอัตนัยหรือบรรยาย

1. ออกคำถามวัดได้น้อยข้อ เนื่องจากแต่ละข้อจะต้องใช้เวลาตอบนานจึงวัดได้ไม่คลุมหลักสูตร หรือเนื้อหาสาระที่สำคัญ ๆ
2. การตรวจให้คะแนนมักจะมีอคติคลาดเคลื่อนมาควบคุมให้เกิดความยุติธรรมได้ยาก
3. ไม่เหมาะที่จะใช้สอบกับนักเรียนจำนวนมาก ๆ เพราะใช้เวลาในการตรวจลายมือของผู้ตอบและประสิทธิภาพในการเขียนบรรยายอาจจะมีผลต่อคะแนน

ชาดูชัย ชมดิษฐ์ (2548 : 34-38) กล่าวว่าแบบทดสอบแบบอัตนัยเป็นแบบทดสอบที่ให้ผู้ตอบได้แสดงความคิดเห็น เหมาะสำหรับการวัดความรู้ขั้นสูงกว่าความจำและความเข้าใจ ข้อสอบแบบอัตนัยแบ่งเป็น 2 แบบ คือ แบบไม่จำกัดตอบ (Extended response) และแบบจำกัดตอบ (Restricted response) ซึ่งขึ้นอยู่กับการให้อิสระแก่นักเรียนในการตอบ จากการศึกษพบว่าเด็กระดับประถมศึกษาเขียนตอบแบบกำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ดี ส่วนนักเรียนในระดับสูงเขียนตอบแบบไม่กำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ดี

1. แบบไม่จำกัดตอบ (Extended response) ข้อสอบแบบอัตนัยแบบไม่จำกัดคำตอบนี้ให้อิสระเสรีแก่นักเรียนอย่างเต็มที่ ในการอธิบายแสดงความคิดเห็นและรวบรวมข้อมูลเท็จจริงต่าง ๆ มาใช้ในการสอน โดยทั่วไปข้อสอบแบบนี้จะให้นักเรียนแสดงความสามารถ ซึ่งจำเป็นต้องอาศัยการสังเคราะห์และการประเมินผล ข้อสอบนี้นับว่ามีคุณค่าอย่างยิ่งในการวัดขบวนการทางสมองที่สูงขึ้น ตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ระลึกถึงความรู้ที่เรียนไป เช่นจงอธิบายทฤษฎีกำเนิดชนชาติไทยมา 1 ทฤษฎี จงอธิบายเกี่ยวกับการสอนแบบบรรยายกับการสอนแบบสืบสวน โดยให้บอกถึงหลักสำคัญที่ใช้ในการสอนแต่ละวิธี และข้อดี-ข้อเสียของการสอนทั้งสองแบบ

ขั้นที่ 2 ประเมินค่าความรู้ที่จำได้ เช่นจงเปรียบเทียบข้อดี-ข้อเสียของการประเมินผลแบบอิงเกณฑ์และแบบอิงกลุ่มมาอย่างละเอียดเพราะเหตุใดเอดิสันจึงได้รับการยกย่องเป็นอย่าง มากจึงทดลองเรื่องอากาศมีไอน้ำ

ขั้นที่ 3 รวบรวมความรู้และความคิดให้เป็นระบบ เช่นจงกล่าวถึงความคล้ายคลึงกัน ในการที่สหรัฐอเมริกาเข้าไปมีส่วนพัวพันกับความขัดแย้งในประเทศเกาหลี และเวียดนามมา 3 ประการ

ขั้นที่ 4 แสดงความคิดเห็นออกมาอย่างมีเหตุผล เช่นจงเปรียบเทียบและอธิบายเหตุผล การปกครองระบอบประชาธิปไตยของอังกฤษกับสหรัฐอเมริกา

ข้อเสียของข้อสอบประเภทนี้คือมีความเชื่อมั่นค่อนข้างต่ำ แต่มีข้อดีคือ นักเรียนมี โอกาสแสดงความคิดเห็นได้อย่างเสรี

2. แบบจำกัดตอบ (Restricted response) ข้อสอบแบบนี้มักจะกำหนดขอบเขต แบบฟอร์มและ เนื้อที่เฉพาะให้นักเรียนไม่มีอิสระเสรีในการตอบมากนัก แบบทดสอบนี้ให้ตอบ สั้นกว่าแบบแรก คำตอบอยู่ภายในขอบเขตที่กำหนดไว้ในวงจำกัด โดยทั่วไปแล้วจะกำหนด ขอบข่ายและความยาวในการตอบไว้ด้วยตัวอย่าง เช่น ลักษณะภูมิอากาศ การปกครอง อาชีพ ของพลเมือง

2.1 จงอธิบายสาเหตุของการเกิดสงครามโลกครั้งที่ 2 มา 3 ประการ

2.2 จงยกตัวอย่างการกระทำที่แสดงถึงความรักชาติมา 5 ข้อ

ส่วนดีของข้อสอบแบบนี้คือ ง่ายในการตรวจ มีความยุติธรรมและมีความเชื่อมั่นสูง กว่าข้อสอบประเภทไม่จำกัดคำตอบอีกด้วย

การวางแผนการสร้างแบบทดสอบอัตนัย

สมบูรณ์ ดันยะ (2545 : 24-29) กล่าวว่า จุดอ่อนของแบบทดสอบอัตนัยก็คือ การสร้าง โดยขาดการวางแผนที่ดี การวางแผนการสร้างแบบทดสอบอัตนัยก็มีความสำคัญ เช่นเดียวกับ การวางแผนสร้างแบบทดสอบปรนัยถึงแม้ว่าจะมีวิธีการสร้างและธรรมชาติต่างกันก็ตาม สิ่ง ที่ผู้ออกข้อสอบจะต้องคำนึงถึงในการออกข้อสอบแบบอัตนัย มีดังนี้

1. จุดมุ่งหมายของกลุ่มสาระนั้น ๆ เหมาะสมกับแบบทดสอบอัตนัยหรือไม่
2. ผู้เข้าสอบมีพื้นฐานทั้งในด้านความเรียง และเนื้อหาวิชาเพียงพอที่จะเขียนตอบ แบบอัตนัยหรือไม่ เช่น เด็กเล็ก ๆ ไม่ควรใช้ข้อสอบอัตนัยทดสอบอย่างเด็ดขาด
3. ข้อสอบนั้นเปิดโอกาสให้ผู้ตอบมีอิสระในการตอบ เปิดโอกาสให้แสดงความ

คิดเห็นหลายแง่หลายมุมหรือไม่ หรือจำกัดวงคำตอบให้ตอบแค่แคบ ๆ เพียงด้านเดียว เช่น ถามแต่ความจำในเนื้อหาที่ครูสอนไป ก็ไม่ควรใช้ข้อสอบอัตนัย

4. กำหนดเวลาที่ใช้ในการสอบมากเพียงพอหรือไม่ เพราะการสอบแบบอัตนัยนั้น ต้องใช้เวลาในการเขียนตอบนานมากกว่าแบบทดสอบปรนัย

หลักในการสร้างแบบทดสอบอัตนัย

1. การสร้างข้อสอบควรคำนึงถึงลำดับความสำคัญของจุดมุ่งหมายที่วางไว้ตามที่ปรากฏในตารางการวิเคราะห์หลักสูตร จุดมุ่งหมายหรือพฤติกรรมใดมีน้ำหนักความสำคัญมาก ก็ออกข้อสอบเพื่อวัดพฤติกรรมนั้นมากให้ได้สัดส่วนตามตารางวิเคราะห์หลักสูตรเพราะแบบทดสอบแบบนี้ถามได้น้อยข้อ เนื่องจากต้องเสียเวลาตอบนาน

2. พิจารณาให้รอบคอบว่าจะสร้างแบบข้อสอบให้คลุมเนื้อหาอะไรบ้าง เช่น จะสอบเฉพาะเนื้อหาที่ครูบรรยายอย่างเดียว หรือจะครอบคลุมไปถึงส่วนที่นักเรียนร่วมอภิปราย ทำรายงานหรืออ่านนอกเวลาด้วยและควรแจ้งให้ผู้สอนทราบล่วงหน้า เพื่อจะได้เตรียมตัวศึกษาค้นคว้าอย่างลึกซึ้ง

3. ไม่ควรให้มีการเลือกตอบเป็นบางข้อ เพราะอาจมีการได้เปรียบเสียเปรียบกัน อันเนื่องมาจากข้อสอบมีความยากง่ายไม่เท่ากัน คะแนนที่ได้จึงนำมาเปรียบเทียบกันไม่ได้ เพราะตั้งอยู่บนพื้นฐานของการวัดที่ไม่เท่ากันเขียนคำสั่งให้ชัดเจนว่าข้อสอบนั้น ๆ ต้องการให้ผู้สอบทำอย่างไรมีเกณฑ์ในการพิจารณาให้คะแนนอย่างไร ควรให้นักเรียนอ่านคำสั่งให้เข้าใจอย่างถ่องแท้เสียก่อนที่จะลงมือปฏิบัติ ควรบอกให้ชัดเจนด้วยว่ามีการแบ่งส่วนคะแนนอย่างไร เพื่อผู้สอบจะได้วางแผนการตอบได้เหมาะสม

4. ถามปัญหาที่แสดงว่านักเรียนมีความรู้จริง ๆ สามารถตอบปัญหาได้โดยพยายามนำกฎเกณฑ์ หรือความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ ไม่ควรเป็นคำถามที่นักเรียนเคยพบหรือเคยทำมาก่อน เพราะจะกลายเป็นการวัดความจำไป

5. พยายามใช้คำถามหลาย ๆ แบบ มิใช่มีแต่คำถามประเภท ใคร อะไร ที่ไหน เมื่อไรเท่านั้น เพราะคำถามประเภทนี้มีลักษณะไปทางวัดความจำมากกว่าวัดสมรรถภาพอื่น คำถามที่ใช้วัดสมรรถภาพที่สูงขึ้นควรจะเป็นคำถามประเภท ทำไม อย่างไร หรือให้บรรยาย อธิบายเปรียบเทียบ หาความสัมพันธ์ ความขัดแย้ง ตีความ วิเคราะห์เหตุผล วิจาร์ณ และ ประเมินผล เป็นต้นเขียนคำถามให้ชัดเจนว่าต้องการให้ตอบอย่างไร พยายามเขียนตอบให้เฉพาะเจาะจงลงไป คำถามประเภทนี้แสดงความคิดเห็น เป็นคำถามที่กว้างไป

6. ใช้คำถามที่สามารถบอกได้ว่าคำตอบใดดีกว่าคำตอบใด คำถามนั้น ๆ เมื่อนักเรียนตอบแล้ว คนที่มีความรู้ทั้งหลายควรเห็นพ้องกันว่าเป็นคำตอบที่ดี คำตอบใดเป็นคำตอบที่ไม่ดี

7. เมื่อเขียนคำถามแล้วควรเขียนคำตอบที่ต้องการไว้ด้วยเลยเพื่อเป็นการตรวจสอบดูว่าคำถามนั้นชัดเจนดีแล้วหรือยัง คำถามนั้นเมื่ออ่านแล้วจะต้องตอบตามที่คิดไว้หรือไม่ หากยังไม่ตรงจะได้แก้ไขก่อนนำไปใช้ได้

8. ถ้าเป็นคำถามที่เกี่ยวกับประเด็นขัดแย้งที่ยังหาข้อยุติไม่ได้ ข้อสอบนั้นควรมุ่งให้หาหลักฐานมายืนยัน หรือมาสนับสนุนมากกว่าที่จะทดสอบอย่างอื่น เช่น ข้อความที่ยังหาข้อยุติไม่ได้ควรหลีกเลี่ยง การถามว่าถูกหรือผิด ใช่หรือไม่ใช่ แต่ควรจะทดสอบการหาสาเหตุมาสนับสนุนประเด็นนั้น ๆ

9. พยายามสร้างข้อคำถามหลาย ๆ ข้อ ให้พอเหมาะกับเวลาที่สอบ และควรกำหนดความยาวของข้อสอบ และความซับซ้อนของข้อสอบให้พอเหมาะกับความสามารถของผู้สอบ

10. พยายามให้ข้อสอบมีจำนวนมากข้อ เพื่อจะได้ออกให้ครอบคลุมเนื้อหา ซึ่งเกี่ยวข้องกับค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบด้วย เราอาจเพิ่มข้อสอบให้มากขึ้น โดยกำหนดให้ตอบสั้น ๆ

11. ถ้าข้อสอบมีหลายข้อ ควรจะเรียงลำดับจากง่ายไปหายาก เพื่อช่วยผู้ห้อยากตอบยิ่งขึ้น

การตรวจให้คะแนนคำถามอัตนัย

เขาวดี วิบูลย์ศรี (2545 : 132-138) การสร้างข้อสอบแบบอัตนัยวัดความสามารถของนักเรียนมิได้จบสิ้นลงเพียงนำข้อสอบไปทดสอบนักเรียนเท่านั้น แต่还应นำเอากระดาษคำตอบมาตรวจให้คะแนนตามวิธีการตรวจที่มีระบบ เพื่อให้คะแนนที่ได้มีความเที่ยงตรงและเชื่อถือได้ หลังจากเราพอใจกับคำถามหรือข้อสอบซึ่งสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการสอนและแบบทดสอบที่สร้างอย่างดีแล้ว งานขั้นถัดไป ก็คือการตรวจให้คะแนนกระดาษคำตอบของนักเรียน ปัญหาในขั้นนี้คือ จะตรวจกระดาษคำตอบของนักเรียนด้วยวิธีการอย่างไร

1. จึงจะกำจัดความลำเอียงลงไปให้น้อยที่สุด
2. สนใจแต่เฉพาะคำตอบที่สำคัญและเกี่ยวข้องกับคำถามเท่านั้น
3. ระวังอิทธิพลอันเกิดจากความคิดเห็นส่วนตัวเข้าไปมีส่วนเกี่ยวข้องกับการให้

คะแนน

4. นำวิธีการที่เป็นมาตรฐานให้การตรวจเป็นไปอย่างเสมอต้นเสมอปลายแก่นักเรียนทุกคนสำหรับการตรวจที่จะทำให้เกิดความยุติธรรมเป็นไปอย่างคงเส้นคงวานี้ นับว่าเป็นปัญหาที่สำคัญของการตรวจข้อสอบแบบนี้ ถ้าหากการตรวจขาดความคงเส้นคงวา เราก็ไม่สามารถนำคะแนนมาเปรียบเทียบกันได้ มีวิธีการตรวจข้อสอบแบบอัตโนมัติที่นิยมใช้กันมากที่สุดในปัจจุบัน คือ การตรวจแบบวิธีเทียบเกณฑ์ (Analytical Method หรือ Point Method) การตรวจข้อสอบอัตโนมัติ โดยวิธีเทียบเกณฑ์นั้น ครูต้องกำหนดแนวคำตอบไว้ก่อนโดยแยกแนวคำตอบออกเป็นตอนย่อย ๆ ตามความสำคัญ ฉะนั้น ในการตรวจให้คะแนนโดยวิธีนี้ ผู้ตรวจจะต้องกำหนดรายละเอียดของคำตอบไว้ก่อนที่จะทำการตรวจในการตรวจให้คะแนน ผู้ตรวจจะนำเอากระดาษมาเทียบกับเกณฑ์ หรือแนวคำตอบที่ได้กำหนดแนวคำตอบนั้น ครูผู้ออกข้อสอบควรจะทำไว้พร้อม ๆ กับการเขียนข้อคำถามเลย ไม่ควรจะมากำหนดแนวคำตอบเมื่อจะเริ่มตรวจการให้คะแนนแบบนี้เหมาะสำหรับข้อสอบแบบกำหนดขอบเขตของการตอบมากกว่าแบบไม่กำหนดขอบเขตของการตอบและการตรวจ โดยวิธีจัดอันดับคุณภาพ

ข้อดีของการตรวจข้อสอบโดยวิธีเทียบเกณฑ์

1. คะแนนที่ได้จากการตรวจมีความเชื่อถือได้มากขึ้น
2. การกำหนดรายละเอียดในการตอบเพื่อทำแนวคำตอบนั้น ช่วยทำให้ผู้ออกข้อสอบมองเห็นข้อบกพร่องของคำถามที่เขียนขึ้น เช่น ใช้คำพูดกำกวม คำถามยากเกินไปหรือเวลาที่กำหนดให้น้อยเกินไป
3. การกำหนดแนวคำตอบทำให้ง่ายแก่การอธิบายให้นักเรียนฟังได้ ว่าทำไมนักเรียนจึงได้คะแนนเท่านั้น

ข้อจำกัดของการตรวจข้อสอบอัตโนมัติโดยวิธีเทียบเกณฑ์

1. ทำให้ครูต้องทำงานหนักขึ้นและเสียเวลามากขึ้นการที่ผู้ตรวจพยายามมองหาคำตอบที่สอดคล้องกับเกณฑ์ อาจทำให้เกิดการมองข้ามหรือ ไม่ได้อ่านข้อความสำคัญไปบ้าง
2. การตรวจ โดยวิธีจัดอันดับคุณภาพการตรวจข้อสอบอัตโนมัติโดยวิธีจัดอันดับคุณภาพนั้น ผู้ตรวจจะอ่านกระดาษคำตอบของ ผู้เข้าสอบทุกคนเสียก่อนที่ละข้อ แล้วจึงนำคำตอบนั้นมาจัดเป็นกลุ่ม ๆ ตามความสามารถ เช่น กลุ่มดีมาก ดี ปานกลาง พอใช้ หรือใช้ไม่ได้ แล้วจึงตรวจดูคุณภาพของคำตอบในแต่ละกลุ่มอีกที เช่น ในกลุ่มตอบดีมากนั้น ต้องพิจารณากันอีกทีว่า ใครตอบดีกว่ากัน ให้เรียงอันดับของกระดาษคำตอบให้ติดต่อกันไป แล้วจึงให้คะแนน ใครอยู่อันดับแรกก็ได้คะแนนสูงสุดลดน้อยลงไปตามลำดับ การตรวจแบบนี้จะทำให้คะแนนมีความเชื่อมั่นมากยิ่งขึ้น

ข้อเสนอแนะในการตรวจแบบทดสอบอัตนัย

1. ให้ตรวจคำตอบทีละข้อ นั่นคือ ถ้าจะตรวจคำตอบข้อ 1 ก็ให้ตรวจข้อ 1 ของนักเรียน ทุกคนจนจบ แล้วจึงเริ่มตรวจข้อ 2 ครูไม่ควรตรวจข้อสอบให้เสร็จเป็นคน ๆ
2. ให้มีความคงเส้นคงวาในการตรวจ เกณฑ์ในการให้คะแนนจะเหมือนกันสำหรับทุก ๆ คำตอบ ครูบางคนอาจจะให้คะแนนค่อนข้างน้อย สำหรับคำตอบแผ่นแรก ๆ แต่จะให้คะแนนมากขึ้นสำหรับคำตอบแผ่นหลัง ๆ ทั้ง ๆ ที่คำตอบเหล่านั้นเป็นแนวเดียวกัน
3. เวลาตรวจไม่ควรดูชื่อนักเรียน เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดอคติในเวลาตรวจ
4. ถ้าสามารถให้มีผู้ตรวจ 2 คน ในแต่ละคำตอบแล้วหาค่าเฉลี่ยของคะแนนนำมาเป็นคะแนนที่คำตอบนั้น ๆ ควรจะได้จริง ๆ จะทำให้คะแนนมีความเชื่อมั่นมากขึ้น
5. ควรหยิบกระดาษคำตอบมาตรวจแบบสุ่ม ไม่ควรดูชื่อผู้ตอบในการตรวจกระดาษคำตอบ
6. ในเวลาตรวจนั้นครูไม่ควรนำเอาเรื่อง “ลายมือ” ของผู้ตอบมาเป็นส่วนในการให้คะแนน
7. พยายามตรวจข้อใดข้อหนึ่งให้เสร็จรวดเร็ว ไม่ควรหยุดพักจนกว่าจะตรวจข้อนั้นเสร็จแล้ว
8. พยายามเขียนข้อเสนอแนะและแก้ไขความคิดในกระดาษคำตอบ เพื่อให้ผู้ตอบรู้ว่าตนบกพร่องตรงไหน

ประโยชน์ของแบบทดสอบอัตนัย

1. ข้อสอบอัตนัยเป็นข้อสอบที่สร้างง่ายกว่าข้อสอบแบบเลือกตอบ และใช้เวลาเตรียมข้อสอบน้อยกว่าข้อสอบปรนัย
 2. ข้อสอบอัตนัยสามารถใช้วัดเจตคติ คุณค่าและความคิดเห็น รวมทั้งความสามารถด้านการสังเคราะห์ ได้เป็นอย่างดี
 3. ข้อสอบอัตนัยสามารถช่วยสร้างประสบการณ์ในการเรียนที่ดี เพราะการเขียนตอบข้อสอบอัตนัยนั้น นักเรียนได้มีโอกาสฝึกฝนการเรียบเรียงความคิด และแสดงความคิดเห็นออกมาอย่างมีเหตุผล
 4. ข้อสอบอัตนัยสามารถช่วยส่งเสริมการเขียนและการใช้ภาษาไทยเป็นอย่างดี
- แบบทดสอบอัตนัย หมายถึง แบบคำถาม

การตรวจให้คะแนนคำถามอัตนัย

เขาวดี วิบูลย์ศรี (2545 : 132-138) การสร้างข้อสอบแบบอัตนัยวัดความสามารถของนักเรียนมิได้จบสิ้นลงเพียงนำข้อสอบไปทดสอบนักเรียนเท่านั้น แต่ยังนำเอากระดาษคำตอบมาตรวจให้คะแนนตามวิธีการตรวจที่มีระบบ เพื่อให้คะแนนที่ได้มีความเที่ยงตรงและเชื่อถือได้ หลังจากเราพอใจกับคำถามหรือข้อสอบซึ่งสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการสอนและแบบทดสอบที่สร้างอย่างดีแล้ว งานขั้นถัดไปคือการตรวจให้คะแนนกระดาษคำตอบของนักเรียน ปัญหาในขั้นนี้คือ จะตรวจกระดาษคำตอบของนักเรียนด้วยวิธีการอย่างไร

1. จึงจะกำจัดความลำเอียงลงไปให้น้อยที่สุด
2. สนใจแต่เฉพาะคำตอบที่สำคัญและเกี่ยวข้องกับคำถามเท่านั้น
3. ระวังอิทธิพลอันเกิดจากความคิดเห็นส่วนตัวเข้าไปมีส่วนเกี่ยวข้องกับการให้

คะแนน

4. นำวิธีการที่เป็นมาตรฐานให้การตรวจเป็นไปอย่างเสมอต้นเสมอปลายแก่นักเรียนทุกคนสำหรับการตรวจที่จะทำให้เกิดความยุติธรรมเป็นไปอย่างคงเส้นคงวานี้ นับว่าเป็นปัญหาที่สำคัญของการตรวจข้อสอบแบบนี้ ถ้าหากการตรวจขาดความคงเส้นคงวา เราก็ไม่สามารถนำคะแนนมาเปรียบเทียบกันได้ มีวิธีการตรวจข้อสอบแบบอัตนัยที่นิยมใช้กันมากที่สุดในปัจจุบันมี 2 วิธี คือ การตรวจ โดยวิธีเทียบเกณฑ์ และการตรวจ โดยวิธีจัดอันดับคุณภาพ

เกณฑ์การให้คะแนน (Scoring rubrics)

รูบริกเป็นเครื่องมือให้คะแนนชนิดหนึ่งใช้ในการประเมินการปฏิบัติงานหรือผลงานของนักเรียน รูบริกประกอบด้วย 2 ส่วน คือ เกณฑ์ที่ใช้ประเมินการปฏิบัติหรือผลผลิตของนักเรียน และระดับคุณภาพหรือระดับคะแนน เกณฑ์จะบอกผู้สอนหรือผู้ประเมินว่าการปฏิบัติงานหรือผลงานนั้น ๆ จะต้องพิจารณาสิ่งใดบ้าง ระดับคุณภาพหรือระดับคะแนนจะบอกว่า การปฏิบัติหรือผลงานที่สมควรจะได้รับความหรือระดับคะแนนนั้น ๆ ของเกณฑ์ของเกณฑ์แต่ละตัวมีลักษณะอย่างไร รูบริกจึงเป็นเหมือนการกำหนดลักษณะเฉพาะ (Specification) ของการปฏิบัติหรือผลงานนั้น ๆ ในเชิงคุณภาพหรือเชิงปริมาณ หรือทั้งสองประการรวมกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับเป้าหมายของการประเมิน (กึ่งกาญจน์ สิริสุนทร. 2550 : 2) การให้รูบริกมีประโยชน์สำหรับครูและนักเรียนหลายประการ ดังนี้

1. รูบริกเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพมากทั้งในการเรียนและการสอนการประเมินช่วยปรับปรุงพัฒนาการปฏิบัติหรือการแสดงออกของนักเรียน ในขณะที่เดียวกันก็ช่วยควบคุมการปฏิบัตินั้น ๆ ด้วยโดยครูต้องกำหนดความต้องการหรือความคาดหวังในผลงานขอ

นักเรียนอย่างชัดเจน และแสดงให้เห็นนักเรียนทราบว่าจะทำให้ถึงความคาดหวังนั้นได้อย่างไร ซึ่งมักปรากฏในผลงานและการเรียนรู้ของนักเรียนพัฒนาขึ้นอย่างเห็นชัดเจน

2. RUBRIK ช่วยให้นักเรียนตัดสินใจตัดสินใจตัดสินคุณภาพผลงานของตนเองและของคนอื่น ๆ อย่างมีเหตุผล เมื่อ RUBRIK เป็นแนวทางการประเมินนักเรียนจะสามารถชี้แนะและแก้ปัญหาเกี่ยวกับผลงานของตนเองและผู้อื่นได้ตรงจุด

3. RUBRIK ช่วยลดเวลาครูในการประเมินงานของนักเรียนผลงานที่ผ่านการประเมินโดยเจ้าของผลงานเองและโดยกลุ่มซึ่งยึดเกณฑ์หรือ RUBRIK เป็นหลักนั้น ทำให้ข้อบกพร่องมีน้อยมากเมื่อมาถึงมือครู หากมีสิ่งใดต้องปรับปรุงบอกกล่าวกัน ครูก็เพียงแต่วงประเด็นนั้นใน RUBRIK นอกจากนี้ RUBRIK ยังช่วยให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียนมากขึ้น เกี่ยวกับจุดเด่นและสิ่งที่ต้องปรับปรุง

4. RUBRIK มีความยืดหยุ่น คือ มีระดับคุณภาพตั้งแต่ดีเยี่ยมจนถึงต้องปรับปรุง ทำให้ครูนำไปใช้กับนักเรียนที่ความสามารถได้ คือ นำไปใช้กับนักเรียนที่เรียนเก่งจนถึงนักเรียนที่เรียนอ่อน โดยใช้เกณฑ์สะท้อนผลงานของเขา

5. RUBRIK ใช้ง่ายและอธิบายได้ง่าย นักเรียนจะรู้ชัดเจนว่าเขาเรียนรู้อะไรบ้าง ในปลายปีเขาก็จะประเมิน ได้อย่างถูกต้อง ผู้ปกครองก็เกิดความกระตือรือร้น และรู้ชัดเจนว่าลูกหลานจะต้องทำอย่างไรเพื่อให้ประสบความสำเร็จ

ชนิดของ RUBRIK

RUBRIK มี 2 ชนิด คือ แบบภาพรวม (Holistic) และแบบแยกส่วน (Analytic) ดังนี้

1. RUBRIK แบบภาพรวม

นิทโค (Nitko, 2001 : 176) กล่าวว่า RUBRIK แบบภาพรวมจะเหมาะสมกับการปฏิบัติที่ต้องการให้นักเรียนสร้างสรรค์การตอบสนอง และไม่มีคำตอบที่ถูกต้องชัดเจน จุดเน้นของการรายงานคะแนนที่ใช้ RUBRIK แบบภาพรวมคือ คุณภาพ โดยรวม ความคล่องแคล่ว หรือความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาสาระเฉพาะและทักษะซึ่งเป็นการประเมินระดับมิติตีเดียว (Mertler, 2001 : 134) การใช้ RUBRIK แบบภาพรวมทำให้กระบวนการให้คะแนนเร็วกว่าการใช้ RUBRIK แบบแยกส่วน ดังนั้น ครูจึงต้องอ่านพิจารณาและตรวจสอบการปฏิบัติของนักเรียนโดยตลอด เพื่อให้รู้สึกรับรู้ถึงภาพรวมว่านักเรียนทำอะไรได้และยังใช้เป็นการประเมินสรุปได้ด้วย แต่นักเรียนจะได้รับทราบผลสะท้อนกลับน้อยมาก ได้เสนอวิธีการให้คะแนนดังนี้

คะแนน	รายละเอียด
5	แสดงความเข้าใจปัญหาอย่างสมบูรณ์ คำตอบประกอบด้วยทุกประเด็นที่ต้องการ
4	แสดงความเข้าใจปัญหาบางส่วน คำตอบประกอบด้วย ประเด็นส่วนใหญ่ที่ต้องการ
3	แสดงความเข้าใจปัญหาบางส่วน คำตอบประกอบด้วยประเด็นส่วนใหญ่ที่ต้องการ
2	แสดงความเข้าใจปัญหาเพียงเล็กน้อย ประเด็นส่วนใหญ่ที่ต้องการไม่ปรากฏ
1	แสดงความไม่เข้าใจปัญหา
0	ไม่ตอบ / ไม่ทำงาน

2. รูบริกแบบแยกส่วน

นิยมใช้เมื่อต้องการเน้นชนิดหรือลักษณะเฉพาะของการตอบสนอง (Nitko, 2001)

นั่นคือ ใช้สำหรับการปฏิบัติงานที่ขอรับการตอบสนอง 1 หรือ 2 ลักษณะ และความคิดสร้างสรรค์ไม่ได้เป็นประเด็นสำคัญเกี่ยวกับการตอบสนองของนักเรียนนอกจากนี้ ผลลัพธ์ขั้นต้นจะมีคะแนนหลายตัว ตามด้วยคะแนนรวมซึ่งใช้เป็นตัวแทนการประเมินหลายมิติ การใช้รูบริกแบบแยกส่วนทำให้กระบวนการให้คะแนนซ้ำ เนื่องจากเป็นการประเมินหลายทักษะหรือหลายคุณลักษณะเป็นรายบุคคล ทำให้ครูต้องใช้เวลาตรวจผลงานหลายครั้ง การสร้างและการใช้รูบริกแบบแยกส่วนจึงใช้เวลานาน ซึ่งมีกฎทั่ว ๆ ไปว่าผลงานของแต่ละคนต้องพิจารณาแยกแต่ละด้านในแต่ละครั้งตามเกณฑ์การให้คะแนน (Metler, 2001 : 136) ดังนั้นการใช้รูบริกแบบแยกส่วนจึงได้ผลค่อนข้างสมบูรณ์ ผลสะท้อนกลับของการปฏิบัติของตนตามเกณฑ์การให้คะแนน ซึ่งถ้าใช้รูบริกแบบภาพรวมจะไม่ปรากฏรายละเอียดนี้ (Nitko, 2001 : 175) ครูที่ใช้รูบริกแบบแยกส่วนจึงสามารถที่จะสร้างเส้นภาพ (Profile) จุดเด่น – จุดค้อยของนักเรียนแต่ละคนได้ ดังนั้นแบบรูบริกแบบแยกส่วน ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 แสดงการให้คะแนนรูปรีกแบบแยกส่วน

ระดับ เกณฑ์	ระดับ เริ่มต้น	ระดับพัฒนา	ระดับสมบูรณ์	ระดับเป็น ตัวอย่างได้	คะแนน
เกณฑ์ที่ 1	คำบรรยาย สะท้อน ระดับ เริ่มต้นของ การปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อนการ เคลื่อนไหว ไปสู่ระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อน ผลสัมฤทธิ์ของ ระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อนระดับ ความสูงสุดของ การปฏิบัติ	
เกณฑ์ที่ 2	คำบรรยาย สะท้อน ระดับ เริ่มต้นของ การปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อนการ เคลื่อนไหว ไปสู่ระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อน ผลสัมฤทธิ์ของ ระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อนระดับ ความสูงสุดของ การปฏิบัติ	
เกณฑ์ที่ 3	คำบรรยาย สะท้อน ระดับ เริ่มต้นของ การปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อนการ เคลื่อนไหว ไปสู่ระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อน ผลสัมฤทธิ์ของ ระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อนระดับ ความสูงสุดของ การปฏิบัติ	
เกณฑ์ที่ 4	คำบรรยาย สะท้อน ระดับ เริ่มต้นของ การปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อนการ เคลื่อนไหว ไปสู่ระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อน ผลสัมฤทธิ์ของ ระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อนระดับ ความสูงสุดของ การปฏิบัติ	

จากตัวอย่างรูปrikทั้ง 2 แบบ จะเห็นว่า ระดับการปฏิบัติที่หลากหลายของนักเรียนสามารถบรรยายได้ทั้งในด้านปริมาณหรือคุณภาพ บางครั้งครูอาจต้องการใช้ด้านปริมาณและคุณภาพหากรูปrikมี 4 ระดับ ทางด้านปริมาณก็มักใช้ 1 ถึง 4 ทางด้านคุณภาพก็มักใช้คำที่ยืดหยุ่นได้มาก คำที่ใช้กันทั่ว ๆ ไปก็คือ เชี่ยวชาญ ชำนาญ ชื่นฝึกหัด นั่นคือ ใช้คำอธิบายที่เหมาะสมกับงาน

การสัมภาษณ์

การสัมภาษณ์ (Interview) คือ การสนทนาหรือการพูดโต้ตอบกันอย่างมีจุดมุ่งหมาย เพื่อค้นหาความรู้ ความจริง ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ล่วงหน้าการสัมภาษณ์เป็นวิธีการที่สำคัญวิธีหนึ่งในการรวบรวมข้อมูล เพราะการสัมภาษณ์นอกจากจะทำให้ผู้สัมภาษณ์ ได้ข้อมูลที่ต้องการแล้ว ยังช่วยให้ทราบข้อเท็จจริงเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์ ในด้านบุคลิกภาพอีกด้วย และที่สำคัญทำให้ทราบความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนอย่างแท้จริง โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดทางการเรียนจะได้ผลดี และได้ข้อมูลใกล้เคียงกับความเป็นจริงนั้นต้องมีเครื่องมือในการรวบรวมข้อมูลที่น่าเชื่อถือ ซึ่งนอกเหนือจากแบบสอบถามการเรียนแล้ว การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือที่สำคัญอีกประเภทหนึ่ง เพราะการสัมภาษณ์นอกจากจะทำให้ผู้สัมภาษณ์ ได้ข้อมูลที่ต้องการแล้ว ยังช่วยให้ทราบข้อเท็จจริงเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์ในด้านบุคลิกภาพอีกด้วย และที่สำคัญทำให้ทราบความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนอย่างแท้จริง ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของการสัมภาษณ์ไว้ดังนี้

นิภา เมธธาวิชัย (2543 : 32) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับวัดความคิดเห็นของบุคคล โดยการสนทนา ซักถาม ได้ตอบ ระหว่างบุคคล ลักษณะตัวต่อตัว การสัมภาษณ์ดีกว่าการสังเกต เพราะผู้สัมภาษณ์สามารถใช้ตา หู และปาก ในขณะที่สัมภาษณ์ได้ ผู้สัมภาษณ์ควรสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองกับผู้ถูกสัมภาษณ์ โดยสร้างความเชื่อถือ รักษาอารมณ์ให้มั่นคง แสดงความสนใจขณะสัมภาษณ์ และบันทึกผลการสัมภาษณ์อย่างตรงไปตรงมา

วิวัฒนา พ็ชรวานิช (2545 : 127-128) กล่าวว่า การสัมภาษณ์นั้นเป็นการค้นหาข้อเท็จจริงและทำให้ทราบความต้องการของเด็ก เป็นการช่วยให้เกิดความสนิทสนมและคุ้นเคยกันมากขึ้น ทำให้ผู้มาขอรับคำปรึกษา กล้าพูดและกล้าบอกความเป็นจริง โดยไม่มีการปิดบังอำพรางและยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจตนเอง สามารถปรับตัวให้อยู่ในสภาพแวดล้อมได้

คณะศึกษาศาสตร์ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2547 : 127) ได้กล่าวเกี่ยวกับการสัมภาษณ์ไว้ว่า การสัมภาษณ์ เป็นวิธีการที่ครูถามนักเรียนให้ตอบเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ ให้นักเรียนทบทวนวิธีแก้ปัญหา ขณะที่ครูฟัง ครูซักถาม เพื่อค้นหาสิ่งที่นักเรียนเข้าใจผิด หรือกระบวนการที่เข้าใจ ไม่ถูกต้อง ซึ่ง Ginsburg เชื่อว่าการสัมภาษณ์เป็นกระบวนการที่สำคัญที่สุดในการทดสอบคณิตศาสตร์ให้ได้มาตรฐาน เพราะจะทำให้ครูรู้ถึงความรู้ลึกเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ระวีวรรณ ชินะตระกูล (2547 : 119-120) ได้กล่าวถึงประเภทของการสัมภาษณ์ ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Structured form) การสัมภาษณ์วิธีนี้ เป็นการสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดข้อความไว้อย่างแน่นอนว่าจะสัมภาษณ์อะไรบ้าง วิธีการสัมภาษณ์ตามแบบฟอร์มของข้อคำถามที่กำหนดไว้ ซึ่งผู้ถูกสัมภาษณ์จะตอบข้อคำถามเหมือนกันทุกข้อคำถามที่จะสัมภาษณ์จะต้องสร้างและจัดเตรียมข้อคำถามเป็นอย่างดี ก่อนที่จะทำการสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ควรทำความเข้าใจกับคำถามทุกข้อให้ตรงกันเสียก่อน เพื่อที่จะได้ข้อมูลที่มีความเชื่อถือได้ดียิ่งขึ้น

2. การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured form) แบ่งออกเป็น 3 ประเภท

- 2.1 การสัมภาษณ์แบบไม่จำกัดคำตอบ (Non-directive interview) การสัมภาษณ์วิธีนี้เป็นแบบไม่ต้องเตรียมคำถาม เป็นการพูดคุยกันอย่างธรรมดา ไม่มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอนว่าจะเริ่มต้นสิ่งใดก่อน จนกระทั่งจะจบลงด้วยสิ่งใด ผู้สัมภาษณ์จะต้องตั้งคำถามตามสถานการณ์ระหว่างการสนทนา ผู้สัมภาษณ์จะต้องพยายามให้ผู้ให้ข้อมูล (Informant) สามารถพรรณนาความรู้ลึกนึกคิดของตนเองเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ ออกมาเอง ผู้สัมภาษณ์จะรับฟังและตอบโต้ด้วยความเข้าใจในความรู้ลึกนึกคิดที่ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงออกมา ผู้ถูกสัมภาษณ์จะมีความรู้ลึกกว่ามีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องต่าง ๆ ในการสัมภาษณ์แบบนี้เป็นการสัมภาษณ์ที่ยืดหยุ่นมาก ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการคิดแปลงแก้ไขให้เป็นไปตามวัตถุประสงค์ของการสัมภาษณ์ การที่จะได้ข้อมูลจริงเพียงไร ขึ้นอยู่กับผู้สัมภาษณ์โดยตรง ซึ่งจะต้องใช้เทคนิคในการสัมภาษณ์ โดยมากการสัมภาษณ์ประเภทนี้มักจะเป็นการสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพทางอารมณ์ ค่านิยมทางการดำเนินงาน การดำเนินชีวิตและอุดมการณ์ ดังนั้นการสัมภาษณ์วิธีนี้จึงจำเป็นและนิยมใช้กันมากในหมู่นักจิตวิทยา นักสังคมสงเคราะห์และแพทย์ ผู้สัมภาษณ์จำเป็นต้องสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองมากที่สุด เพื่อให้ผู้ตอบอยู่ในอารมณ์ที่สบายอกสบายใจ

2.2 การสัมภาษณ์แบบมีจุดสนใจ โดยเฉพาะ (Focuses interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์มีจุดมุ่งหมายหรือมีความสนใจในบางเรื่องอยู่แล้ว จึงพยายามตะล่อมให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ให้แสดงออกมาอย่างมีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องนั้น ๆ

2.3 การสัมภาษณ์แบบหยั่งลึก (In-depth interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ต้องการล้วงเอาความจริงใจจากผู้ถูกสัมภาษณ์ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ เป็นการซักถามเพื่อต้องการทราบถึงเหตุผลต่าง ๆ ที่ก่อให้เกิดข้อเท็จจริง ไม่ใช่เป็นการถามเกี่ยวกับคำถาม “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” แต่เป็นคำถามที่ถามว่าเพราะเหตุใดหรือทำไม ฯลฯ การสัมภาษณ์แบบนี้ ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำความคุ้นเคยและมีความมั่นใจแล้วว่าบรรยากาศที่จะทำให้การสัมภาษณ์เหมาะสม

ลักษณะของการสัมภาษณ์

ลักษณะของการสัมภาษณ์แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1. การสัมภาษณ์รายบุคคล หรือการสัมภาษณ์แบบเผชิญหน้ากัน (Face-to-face) ระหว่างผู้สัมภาษณ์กับผู้ให้ข้อมูลเพื่อรวบรวมข้อมูลที่ต้องการคำตอบที่เจาะลึกในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง การสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลมีข้อดีคือ ผู้สัมภาษณ์ สามารถซักถามเป็นการส่วนตัว คำถามที่ใช้ขึ้นอยู่กับผู้สัมภาษณ์ ผู้ให้ข้อมูลสามารถตอบได้อย่างอิสระ อาจมีการปรับปรุงหรือเปลี่ยนแปลงคำถามให้เหมาะสมกับผู้ให้ข้อมูลแต่ละคน เนื่องจากผู้ให้ข้อมูลแต่ละคนอาจมีวัฒนธรรมที่ต่างกัน จึงจำเป็นต้องมีการสร้างบรรยากาศให้เป็นกันเอง เพื่อที่จะให้ได้ข้อมูลตามที่ต้องการ นอกจากนี้การสัมภาษณ์แบบนี้ สามารถบันทึกเทปหรือสังเกตการแสดงออกต่อการตอบสนองคำถามด้วยท่าทาง น้ำเสียง และสภาพแวดล้อม ได้อีกด้วยการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล เป็นการลงทุนค่อนข้างสูงและใช้เวลานาน บางครั้งคำถามที่ถามอาจทำให้ผู้ตอบไม่พอใจอยากตอบ เช่น ถามเกี่ยวกับรายได้ หรือคำถามที่ก่อให้เกิดความรู้สึกที่ขัดแย้งต่อบุคลิกภาพของผู้ให้สัมภาษณ์ นอกจากนี้คำตอบที่ได้ อาจมีความลำเอียง

2. การสัมภาษณ์เป็นกลุ่ม (Group interview) เป็นการสัมภาษณ์แบบหนึ่งที่ผู้สัมภาษณ์ทำการสัมภาษณ์กับผู้ร่วมสนทนาหรือเป็นกลุ่ม เพื่อสนทนาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน โดยผู้สัมภาษณ์ เป็นผู้กำหนดหัวข้อร่วมสนทนาจะไม่มีความรู้สึกว่าถูกซักถามปัญหา แต่คิดว่าเป็นการเสวนาในเรื่องที่ผู้สัมภาษณ์สนใจอยากรู้เรื่องต่าง ๆ การสัมภาษณ์เป็นกลุ่ม ช่วยให้ประหยัดเวลา ลงทุนน้อย เหมาะสำหรับการระดมความคิดเพื่อเป็นแนวทางในการหาข้อสรุป แต่อาจทำให้บางคนมีความรู้สึกอึดอัดในการตอบ หรือมีความรู้สึกไม่อยากตอบ เนื่องจากผู้ให้ข้อมูลบางคนไม่สามารถเปิดเผยข้อมูลได้อย่างอิสระ

วัฒนา พัทธราวิช (2540 : 127-128) ได้กล่าวเกี่ยวกับหลักของการสัมภาษณ์ไว้ดังนี้

1. เตรียมการสัมภาษณ์ เตรียมหัวข้อที่จะสัมภาษณ์ กำหนดเวลาในการสัมภาษณ์ เตรียมสถานที่สัมภาษณ์
2. เริ่มต้นสัมภาษณ์เด็กด้วยการสร้างมิตรภาพ ทำให้ผู้รับการสัมภาษณ์รู้สึกเป็นกันเองและให้ความไว้วางใจผู้สัมภาษณ์
3. ผู้สัมภาษณ์ต้องแสดงตนเป็นผู้รับฟังที่ดี ไม่แสดงอาการเบื่อหน่าย ต้องแสดงว่ามีความสนใจและตั้งใจฟัง
4. ผู้สัมภาษณ์ต้องใช้คำที่เข้าใจง่าย ถามซ้ำ ๆ และพูดอย่างชัดเจนอย่าพูดคำที่ไม่ป้อนคำถามรวดเร็วเกินไปจนผู้ตอบงงหรือสับสน
5. ผู้สัมภาษณ์ไม่ควรจะพูดหรือคุยมากเกินไป ต้องคอยเป็นผู้รับฟังให้โอกาสเด็กพูดให้มากที่สุด
6. ไม่ควรบันทึกคำพูดของเด็กในระหว่างการสัมภาษณ์ จะทำให้เด็กเกิดความกังวล หวาดระแวง
7. ในการยุติการสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ต้องสร้างบรรยากาศที่ดี ทำให้ผู้รับการสัมภาษณ์พึงพอใจที่จะกลับมาอีกครั้งหนึ่ง
8. การบันทึกการสัมภาษณ์ต้องทำทันทีเมื่อเสร็จสิ้นการสัมภาษณ์ ไม่ควรทิ้งไว้นาน ๆ เพราะอาจลืมรายละเอียดได้

นอกจากนี้ Hammill & Bartel (อ้างใน มาลา ปาจุวัง, 2542 : 30-31) ได้ให้แนวในการสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ให้เลือกตัวอย่างทีละอย่าง และให้ลำดับก่อนหลัง
2. เริ่มต้นด้วยปัญหาต่าง ๆ ก่อน เพราะจะทำให้เด็กเกิดความเข้าใจ
3. บันทึกการสัมภาษณ์ด้วยเทปเสียงหรือในสมุดบันทึก
4. ให้นักเรียนเขียนวิธีการแก้ปัญหาและอธิบายโดยการพูด
5. ให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างอิสระ โดยใช้วิธีการของนักเรียนเอง โดยที่ครูไม่ต้องให้คำแนะนำหรือเสนอแนะว่านักเรียนกำลังทำผิด
6. หลีกเลี่ยงการเร่งให้นักเรียนทำงานเสร็จเร็ว ๆ เพราะอาจจะเป็นการสร้างความกดดันหรือสกัดกั้นความคิดของนักเรียน การสัมภาษณ์เช่นนี้ควรใช้เวลาประมาณ 15-45 นาที

นิกา เมธธาวิชช์ (2543 : 32) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับวัดความคิดเห็นของบุคคล โดยการสนทนา ซักถาม ได้ตอบ ระหว่างบุคคล ลักษณะตัวต่อตัว การสัมภาษณ์ดีกว่าการสังเกต เพราะผู้สัมภาษณ์สามารถใช้ตา หู และปาก ในขณะที่สัมภาษณ์ได้ ผู้สัมภาษณ์ควรสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองกับผู้ถูกสัมภาษณ์ โดยสร้างความเชื่อถือ รักษาอารมณ์ให้มั่นคง แสดงความสนใจขณะสัมภาษณ์ และบันทึกผลการสัมภาษณ์อย่างตรงไปตรงมา ซึ่งสอดคล้องกับ (วัฒนา พัทธรวานิช, 2544 : 127-128) กล่าวว่า การสัมภาษณ์นั้นเป็นการค้นหาข้อเท็จจริงและทำให้ทราบความต้องการของเด็ก เป็นการช่วยให้เกิดความสนิทสนมและคุ้นเคยกันมากขึ้น ทำให้ผู้มาขอรับคำปรึกษา กล้าพูดและกล้าบอกความเป็นจริง โดยไม่มีการปิดบังอำพรางและยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจตนเอง สามารถปรับตัวให้อยู่ในสภาพแวดล้อมได้ นอกจากนี้ (คณะศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2537 : 127) ได้กล่าวเกี่ยวกับการสัมภาษณ์ไว้ว่า การสัมภาษณ์ เป็นวิธีการที่ครูถามนักเรียนให้ตอบเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนทบทวนวิธีแก้ปัญหา ขณะที่ครูฟัง ครูซักถาม เพื่อค้นหาสิ่งที่นักเรียนเข้าใจผิด หรือกระบวนการที่เข้าใจไม่ถูกต้อง ซึ่ง Ginsburg เชื่อว่าการสัมภาษณ์เป็นกระบวนการที่สำคัญที่สุดในการทดสอบคณิตศาสตร์ให้ได้มาตรฐาน เพราะว่าทำให้ครูรู้ถึงความรู้สึกเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียน

เดียน ไชยสร (2546 : 100) กล่าวถึงวิธีการบันทึกเรื่องที่สัมภาษณ์ไว้ 2 วิธี ดังนี้ วิธีการแรกคือการจดบันทึก วิธีนี้เป็นวิธีที่นิยมเป็นอย่างมาก เพราะเป็นวิธีการที่ประหยัด แต่ก็ยังมีข้อที่ถกเถียงกันว่าควรจะมีการจดบันทึกในขณะที่สัมภาษณ์หรือหลังสัมภาษณ์ แบบใดจะเหมาะสมที่สุด เพราะแต่ละแบบก็มีทั้งข้อดีและข้อเสียต่างกัน ไป ถ้าการสัมภาษณ์เพื่อหาข้อเท็จจริงที่มีรายละเอียดมาก ยากแก่การจำ ก็อาจจะจดบันทึกในขณะที่สัมภาษณ์ แต่ถ้าเป็นเรื่องที่เป็นประเด็นใหญ่ ๆ หรือเป็นเหตุการณ์ที่ไม่ต้องการรายละเอียด ก็อาจจะจดบันทึกหลังการสัมภาษณ์เสร็จสิ้นแล้วก็ได้ ส่วนวิธีการที่สองคือการบันทึกเทป โดยปกติแล้วจะจัดทำในห้องสัมภาษณ์ที่มีลักษณะพิเศษและซ่อนเทปไว้โดยไม่ให้ผู้ถูกสัมภาษณ์รู้ตัว แต่ถ้าใช้บันทึกเทปแบบธรรมดาก็ต้องขออนุญาตและชี้แจงเหตุผลหรือจุดมุ่งหมายในการบันทึกเทปการสัมภาษณ์ในครั้งนั้นให้ผู้ถูกสัมภาษณ์เข้าใจ และถ้าผู้ถูกสัมภาษณ์อนุญาตให้บันทึกเทปได้ ผู้สัมภาษณ์จึงจะทำการบันทึกได้

ในส่วนขอเทคนิคของการสัมภาษณ์นั้น Clements และ Ellerton (1996 : 48-50) กล่าวถึง เทคนิคการสัมภาษณ์นี้ว่า เป็นวิธีการวิเคราะห์ความผิดพลาด 5 ขั้นตอน ที่เกิดจากการตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังจากที่นักเรียนทำแบบทดสอบเสร็จแล้วจะใช้การสัมภาษณ์

ขั้นตอนการแก้ปัญหาทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งเป็นวิธีที่ได้ผลดีและเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอน ในปี ค.ศ. 1977 นิวแมนได้ใช้เทคนิคการสัมภาษณ์ดังกล่าวและได้เผยแพร่ใช้ในวงการศึกษาระดับประเทศออสเตรเลียจนได้ผลดีและมีการวิจัยอย่างต่อเนื่อง โดยวิธีวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้ปัญหาทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนิวแมนมีทั้งหมด 5 ขั้นตอน มีดังนี้ ขั้นแรกคือความผิดพลาดจากการอ่าน (Reading errors) ความผิดพลาดในขั้นนี้ พิจารณาได้จากการที่นักเรียนไม่สามารถอ่านคำสำคัญ (Key word) หรือสัญลักษณ์ที่อยู่ในคำถาม ทำให้นักเรียนถูกจำกัดขอบเขตที่ดำเนินการแก้ปัญหาให้ครบสมบูรณ์ได้ ขั้นที่สองคือความผิดพลาดจากการทำความเข้าใจ (Comprehension errors) แม้ว่านักเรียนจะสามารถอ่านคำทุกคำที่อยู่ในคำถามได้ แต่นักเรียนอาจจะไม่เข้าใจความหมายของคำเหล่านั้น ได้ทั้งหมด ทำให้นักเรียนก็ไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปได้ ขั้นที่สามคือความผิดพลาดจากการเปลี่ยนรูป (Transformation errors) ในขั้นนี้ ถึงแม้ว่านักเรียนจะเข้าใจโจทย์ แต่นักเรียนไม่สามารถเลือกใช้การกระทำทางคณิตศาสตร์ (Operation) เช่น การบวก การลบ การคูณและการหารได้ หรือไม่สามารถบอกลำดับการกระทำที่จำเป็นในการแก้ปัญหาได้ ขั้นที่สี่คือความผิดพลาดจากการใช้ทักษะกระบวนการ (Process skill errors) ในขั้นนี้นักเรียนไม่สามารถนำการกระทำทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวไปใช้อย่างถูกต้องแม่นยำได้ ซึ่งทำให้เกิดการคำนวณที่ผิดพลาดขึ้น และขั้นสุดท้ายคือความผิดพลาดจากการสรุปคำตอบ (Encoding errors) ความผิดพลาดในขั้นนี้เกิดจากการที่นักเรียนทำตาม กระบวนการแก้ปัญหาอย่างถูกต้องแต่ไม่สามารถแสดงคำตอบในรูปแบบที่โจทย์ต้องการ

นิวแมน (Newman, อ้างใน กรรณิการ์ ปวนกาศ. 2543 : 13 – 14) ได้เสนอวิธีการในการสัมภาษณ์นักเรียนหลังจากการทำแบบทดสอบและวิธีการใช้คำถามในการสัมภาษณ์ไว้ว่า วิธีการสัมภาษณ์นักเรียน ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำการสัมภาษณ์หลังจากการทำแบบทดสอบเสร็จแล้วทันทีโดยต้องแยกสัมภาษณ์ทีละคน ระหว่างการสัมภาษณ์นั้นก็ควรมีการบันทึกไว้ด้วย ส่วนสิ่งแวดล้อมรอบข้างควรมีสภาพที่ไม่รบกวนผู้สัมภาษณ์และนักเรียนมากนัก ถ้าสังเกตเห็นว่านักเรียนเกิดการเกร็งหรือไม่มีสมาธิที่จะให้สัมภาษณ์ต่อไปได้ก็ควรหยุดสัมภาษณ์ทันที และนอกจากนี้ผู้สัมภาษณ์ต้องระวังในเรื่องของการพูดด้วย เพราะอาจจะทำให้นักเรียนไขว้เขวหรือเปลี่ยนความคิดได้ และที่สำคัญผู้สัมภาษณ์ไม่ควรบอกนักเรียนว่าโจทย์ที่นำมาสัมภาษณ์นั้น เป็นข้อที่นักเรียนเคยทำผิดมาแล้ว ส่วนวิธีการใช้คำถามในการสัมภาษณ์นั้นนิวแมนเสนอว่าคำถามดังต่อไปนี้จะเป็นแนวทางไปสู่การวิเคราะห์ความผิดพลาดของนักเรียนจากการเขียนตอบในแบบทดสอบคณิตศาสตร์ได้

ตารางที่ 5 การวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวมาน

ขั้นที่	การวิเคราะห์ความผิดพลาด	คำถามที่ใช้
1	ความผิดพลาดจากการอ่าน (Reading errors)	นักเรียนลองอ่านคำถามให้ครูฟัง
2	ความผิดพลาดจากความเข้าใจ (Comprehension errors)	บอกครูว่า คำถามต้องการให้เธอทำอะไร
3	ความผิดพลาดจากการเปลี่ยนรูป (Transformation errors)	บอกครูถึงแนวคิดที่เธอจะใช้หาคำตอบ
4	ความผิดพลาดจากการใช้ทักษะกระบวนการ (Process skill errors)	ลองแสดงวิธีที่เธอใช้คำนวณหาคำตอบ พร้อมอธิบายตามไปด้วย
5	ความผิดพลาดจากการสรุปตอบ (Encoding errors)	ที่นี่ ให้เธอเขียนคำตอบของคำถาม

วิธีการบันทึกการสัมภาษณ์ลงในแบบบันทึกการสัมภาษณ์ของนิวมาน มีวิธีการบันทึกดังต่อไปนี้

1. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการอ่าน (Reading recognition)

การสัมภาษณ์นักเรียนในขั้นนี้ ผู้ศึกษาจะให้นักเรียนอ่าน โจทย์ปัญหาจากแบบทดสอบด้านนักเรียนอ่าน ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C (Correct) ในช่องของ Word แต่ถ้านักเรียนอ่านคำใดคำหนึ่งผิดหรืออ่านไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E (Errors) ในส่วนของ Word เช่นกัน พร้อมกับบันทึกรายละเอียดของการอ่านผิดอย่างย่อ ๆ ในส่วนของการอ่านสัญลักษณ์ที่อยู่ใน โจทย์ปัญหานั้น ด้านนักเรียนอ่านสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C ในส่วนของ Symbol แต่ถ้านักเรียนอ่านผิดหรืออ่านไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E ในส่วนของ Symbol เช่นกัน พร้อมทั้งบันทึกรายละเอียดของการอ่านสัญลักษณ์ที่ผิดอย่างย่อ ๆ

2. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการทำความเข้าใจ (Comprehension) การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการทำความเข้าใจคำศัพท์เฉพาะ(Comprehension (a)) เมื่อผู้ศึกษาให้นักเรียน บอกความหมายของคำสำคัญ (Key words) หรือสัญลักษณ์ที่อยู่ใน โจทย์ปัญหาแล้ว ผู้ศึกษาจะบันทึกผลลงในส่วนของ Terms ด้านนักเรียนสามารถบอกได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลม

ล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิด หรือบอกไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อ ๆ

การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการทำความเข้าใจ โจทย์ (Comprehension (b)) เมื่อผู้ศึกษาให้นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์ปัญหาต้องการให้นักเรียนทำแล้วผู้ศึกษาจะบันทึกผลลงในส่วนของ General โดยถ้านักเรียนบอกได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิดหรือบอกไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อ ๆ

3. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการเปลี่ยนรูป (Transformation) ในขั้นนี้ ถ้านักเรียนสามารถบอกแนวคิด หรือวิธีที่จะใช้หาคำตอบ ๆ ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะบันทึกผลโดยวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิด หรือบอกไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อ ๆ

4. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการใช้ทักษะกระบวนการ (Process skills) ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณหาคำตอบได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณผิด หรือแสดงวิธีคิดคำนวณไม่ได้ ผู้ศึกษาจะบันทึกสิ่งที่ผิดลงในส่วนต่าง ๆ ของขั้น Process skills ดังนี้

4.1 ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณซึ่งเป็นการเดาคำตอบที่ผิด ผู้ศึกษาจะบันทึกผลลงในส่วนของการเดาคำตอบ โดยวงกลมรอบอักษร E ในแถวของ R (Random response)

4.2 ถ้าพบว่านักเรียนเลือกการกระทำทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการคำนวณ ไม่ถูกต้อง ไม่เหมาะสม หรือไม่ตรงกับโจทย์ที่ต้องการแล้ว ผู้ศึกษาจะบันทึกผลการวงกลมรอบอักษร E ในแถวของ WO (Wrong Operation)

4.3 ถ้าพบว่านักเรียนได้นำการกระทำทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตรงกับที่โจทย์ต้องการให้ทำแล้วมาใช้คำนวณอย่างผิด ๆ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบ E ในแถวของ FA (Faulty Algorithm)

4.4 ถ้าพบว่านักเรียนคิดคำนวณผิด ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E ในแถวของ FC (Faulty Computation)

4.5 ถ้าพบว่านักเรียนไม่แสดงวิธีคิดคำนวณ หรือ ทำได้เลยผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E ในแถวของ E ในแถวของ NR (No Response) ทั้งนี้ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณผิดหมดทุกกรณีดังกล่าวข้างต้นแล้ว ผู้ศึกษาจะบันทึกความผิดพลาด โดยวงกลมล้อมรอบอักษร E ในแถวสุดท้ายในขั้นนี้

5. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการสรุปคำตอบ (Encoding ability) ถ้า นักเรียนสรุปคำตอบในรูปข้อความ หรือ ภาษา ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบ C ใน ส่วนของ Words ถ้าสรุปผิด ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E ในส่วนของ Words เช่นเดียวกัน

ถ้านักเรียนสรุปคำตอบในรูปสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร C ใน ส่วนของ Symbols ถ้าสรุปผิด ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E ในส่วนของ Symbols เช่นเดียวกัน

จากคำกล่าวข้างต้นจะสรุปได้ว่า การสัมภาษณ์ เป็นวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วย วิธีการสนทนา พูดคุย ซักถามเพื่อวิเคราะห์เหตุผล และแนวคิดในการทำแบบทดสอบวิชา คณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง ซึ่งในการสนทนาดังกล่าวนอกจาก การใช้คำพูดแล้วยังต้องใช้ตาและหูเพื่อดูและฟังประกอบการพิจารณาเพื่อหาข้อเท็จจริงอีกด้วย และจะต้องมีการวางแผนก่อนสัมภาษณ์ทุกครั้ง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน ในเรื่องต่าง ๆ ที่นักการศึกษาหลาย ๆ ท่านได้ทำการศึกษาไว้ ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางสำหรับการวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. งานวิจัยในประเทศ

วนิดา หงษ์ณี (2540 : 8) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาสภาพความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน โดยใช้เทคนิคการสัมภาษณ์ของนิวมาน และเปรียบเทียบความแตกต่างของความ เข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างการตอบแบบทดสอบแบบเลือกตอบกับแบบตอบ สั้น กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปี การศึกษา 2539 ของกลุ่มโรงเรียนมัธยมศึกษากลุ่มที่ 2 จังหวัดนครพนม กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการจำนวน 196 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ และแบบตอบสั้น เรื่องร้อยละ ฉบับละ 15 ข้อ และแบบสัมภาษณ์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่ สร้างขึ้นตามเทคนิคการสัมภาษณ์ของนิวมาน เพื่อถามความเข้าใจในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ด้วยข้อสอบที่เป็นตัวแทน ฉบับละ 6 ข้อ การวิเคราะห์ข้อมูลศึกษาสภาพความ

เข้าใจทางคณิตศาสตร์ใช้คำร้อยละเปรียบเทียบความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้ไคสแควร์ (χ^2 -test)

มาลา ปาจุวัง (2542 : 3) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจักรคำคณาทร จังหวัดลำพูน” โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โรงเรียนจักรคำคณาทร จังหวัดลำพูน ซึ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2541 จำนวน 40 คน ผลการวิจัยสรุปได้ว่า ข้อบกพร่องทางการเรียนที่นักเรียนมีมากที่สุดคือ ข้อบกพร่องด้านเทคนิคการแก้โจทย์ โจทย์ ซึ่งนักเรียนไม่ใช้รูปธรรมช่วยในการแก้โจทย์ โจทย์ ไม่รู้จักคาดคะเนคำตอบ มองไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลกับปัญหาที่ต้องการแก้ ไม่มีการกำหนดขั้นตอนของการแก้โจทย์ รองลงมา ได้แก่ ข้อบกพร่องทางการคิดคำนวณ โดยนักเรียนขาดทักษะการคิดคำนวณเบื้องต้น ไม่ตรวจสอบคำตอบ ตลอดจนขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหาและมีความรู้พื้นฐานที่จะใช้ในการเรียนเนื้อหานั้น ๆ ไม่เพียงพอ และข้อบกพร่องด้านกฎ นิยาม สูตรหรือทฤษฎีไปใช้ โดยนักเรียนมีความเข้าใจและใช้กฎ นิยาม สูตรหรือทฤษฎียังไม่ถูกต้องส่วนข้อบกพร่องด้านพฤติกรรมกรรมการเรียนที่พบ คือ นักเรียนไม่ให้ความร่วมมือในการตอบคำถามและขาดความกระตือรือร้นในการเรียน

กรรณิการ์ ปวณกาศ (2543 : 5) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การใช้กระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิเวศเพื่อวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการกำลังสองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเมืองปานวิทยา จังหวัดลำปาง” ซึ่งกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเมืองปานวิทยา ที่มีผลการเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ จำนวน 10 คน ซึ่งสรุปผลได้ดังนี้ ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองของนักเรียนมีทั้งหมด 80 ความผิดพลาด ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองของนักเรียนเป็นความผิดพลาดประเภทความเข้าใจ ร้อยละ 45 ความผิดพลาดประเภทการเปลี่ยนรูป ร้อยละ 48.75 ความผิดพลาดประเภทการใช้ทักษะกระบวนการ ร้อยละ 5 และความผิดพลาดประเภทการสรุปคำตอบร้อยละ 1.25

เมตตา มาเวียง (2544 : 56) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติของจำนวนนับ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น” โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในปีการศึกษา 2544 จำนวน 234 คน ซึ่งสรุปได้ว่า นักเรียนมีลักษณะของ

ข้อบกพร่องย่อย 12 ลักษณะ โดยเรียงลำดับลักษณะข้อบกพร่องย่อย 3 ลำดับ จากมากไปหาน้อยดังนี้ นักเรียนทำไม่ครบขั้นตอนหรือลำดับขั้นตอนผิด เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ได้ และบอกกฎสูตร หรือนิยามของจำนวนนับไม่ได้ และเมื่อรวมลักษณะข้อบกพร่องย่อยเป็นลักษณะข้อบกพร่องใหญ่ได้ 4 ลักษณะ เรียงลำดับความถี่ที่พบต่อจำนวนความถี่ที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากมากไปน้อย คือการตรวจสอบการแก้ปัญหา ร้อยละ 56.00 การใช้กฎ สูตร และนิยาม ร้อยละ 36.89 การตีความหมาย ร้อยละ 29.00 และลำดับสุดท้ายคือ การคิดคำนวณ ร้อยละ 23.00

ศุภัญญา แซ่มซ้อย (2545 : 74) ได้วิเคราะห์ห้มโนทัศน์และการปฏิบัติงานประเมินผลภายในสถานศึกษาขั้นพื้นฐาน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษามโนทัศน์ และการปฏิบัติงานประเมินผลภายในสถานศึกษาขั้นพื้นฐาน และวิเคราะห์สภาพการปฏิบัติงาน ปัญหา อุปสรรค แนวทางแก้ไขปัญหา และปัจจัยที่ส่งผลต่อการปฏิบัติงานของโรงเรียนที่ประสบความสำเร็จระดับสูงและระดับต่ำโดยใช้การวิจัยเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ ประชากรคือ ครูสังกัดสำนักงานการประถมศึกษาแห่งชาติจำนวน 929 คน ผลการวิจัยสรุปได้ว่า เมื่อจำแนกโรงเรียนตามระดับมโนทัศน์ และการปฏิบัติงานประเมินผลภายในสถานศึกษาจะได้ 4 รูปแบบ คือ รูปแบบที่ 1 มีมโนทัศน์ระดับสูง และการปฏิบัติระดับสูง 21.30 % รูปแบบที่ 2 มีมโนทัศน์ระดับสูง การปฏิบัติงานต่ำ รูปแบบที่ 3 มีมโนทัศน์ระดับต่ำ การปฏิบัติงานระดับสูง และรูปแบบที่ 4 มีมโนทัศน์ต่ำ การปฏิบัติงานต่ำ สำหรับสภาพปฏิบัติงานประเมินผลภายในของโรงเรียนที่ประสบความสำเร็จระดับสูง มีการปฏิบัติตามวงจร PDCA อย่างต่อเนื่องอยู่ในวงจรการทำงานปกติ ส่วนโรงเรียนที่ประสบความสำเร็จในระดับต่ำ มีการปฏิบัติงานในขั้นตอน P และ D เท่านั้น

จงกล ทำสวน (2547 : 45-48) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม” ประชากรที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม และผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีข้อผิดพลาดทางการเรียนมากที่สุดในด้านกรคำนวณ รองลงมาเป็นด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ และด้านกรตีความจากโจทย์ ตามลำดับ ส่วนข้อผิดพลาดในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้านมีค่าร้อยละ ดังนี้ ด้านการคิดคำนวณ นักเรียนมีข้อผิดพลาดในส่วนสรุปผล ไม่ถูกต้อง ร้อยละ 62.89 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ร้อยละ 21.65 ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการและอสมการร้อยละ 8.25 และทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคิดคำนวณ ร้อยละ 7.21

ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ นักเรียนมีข้อผิดพลาดในความเข้าใจขั้นพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ ร้อยละ 50.70 ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติไม่ถูกต้องร้อยละ 36.62 จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติผิด ร้อยละ 11.27 และขาดทักษะในการเลือกใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติที่เหมาะสม ร้อยละ 1.41 และด้านตีความจากโจทย์นักเรียนมีความผิดพลาดในการแปลความหมายจากประโยคภาษาไปเป็นประโยคสัญลักษณ์ ร้อยละ 76.74 และนำข้อมูลมาใช้ผิด ร้อยละ 23.26

เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2551 : 25-33) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตพิบูลบำเพ็ญ” กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/7 จำนวน 43 คน ปีการศึกษา 2551 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 2 ชนิด คือแบบฝึกหัดและแบบทดสอบย่อยประจำบท ซึ่งผลการวิจัย พบว่า ในเนื้อหาเรขาคณิตวิเคราะห์และเนื้อหาภาคตัดกรวย นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้ง 4 ด้าน ที่ทำการศึกษา ได้แก่ ด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ

ศศิณา กาละปลุก (2552 : 57) ได้ทำการศึกษาระบบการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิเวศวิเคราะห์ความผิดพลาดและสาเหตุของความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนชนเผ่าลาหู่ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 จำนวน 10 คนในโรงเรียนบ้านเมืองนะ อำเภอเชียงดาวจังหวัดเชียงใหม่ เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษา ได้แก่ แบบทดสอบ โจทย์ปัญหาสมการแบบเขียนตอบตารางบันทึกคำตอบจากแบบทดสอบ แบบบันทึกการสัมภาษณ์ และแบบวิเคราะห์ความผิดพลาดรายคน จากผลการศึกษาพบว่าความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหามากที่สุดคือ ในขั้นการเปลี่ยนรูปโดยพบว่า สาเหตุเกิดจากการที่นักเรียนมองไม่เห็นความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นใน โจทย์ปัญหาทำให้ไม่สามารถนำข้อมูลที่มีใน โจทย์ปัญหา มาสัมพันธ์กันหรือเขียนเป็นสมการได้อย่างถูกต้อง รองลงมาคือการทำความเข้าใจศัพท์เฉพาะ การอ่านและการทำความเข้าใจศัพท์เฉพาะเกิดจากปัญหาด้านการใช้ภาษาไทยในการสื่อสาร รองลงมาอีกคือขั้นการใช้ทักษะกระบวนการเกิดจากการคิดคำนวณเพียงเพื่อต้องการให้ได้คำตอบตรงกับที่คาดคะเนเอาไว้ การนำกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ผิด การตรวจสอบคำตอบผิด การคิดคำนวณที่ไม่ถูกต้อง และท้ายสุดคือความสะเพร่าของนักเรียนเอง

2. งานวิจัยต่างประเทศ

เดวิส (Davis, 1979 : 121-130) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์ข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาข้อผิดพลาดของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องกับ โครงสร้างของสาเหตุ ข้อบกพร่อง พร้อมทั้งวิธีการแก้ไขผลการวิจัย พบข้อผิดพลาดในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต และแคลคูลัส 7 อย่าง คือ ข้อผิดพลาดที่เกี่ยวกับการสุ่ม กฎเกณฑ์ ลำดับ โครงสร้าง การตีความด้านภาษาการสรุปประ โยคแสดงที่เกี่ยวกับกริยา การให้เหตุผล และการใช้กฎที่ผิดลำดับขั้นตอน

โมโววิทซ์ และคณะ (Movshovitz and other, 1987 : 58-67) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์รูปแบบข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ใน โรงเรียนมัธยมศึกษา ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนเกรด 11 จำนวน 110 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือลักษณะ ข้อบกพร่องจำนวน 6 ด้าน และแบบสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องตามลักษณะข้อบกพร่อง เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อยในด้านต่าง ๆ ดังต่อไปนี้ คือ การบิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยามการใช้เทคนิคในการทำผิด การใช้ข้อมูลผิด ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ และไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

ทรูแรน (Truran, 1987 : 58 - 60) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความผิดพลาด และเทคนิคการแก้ไขในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยทำการศึกษากับกลุ่มนักเรียนที่มีอายุระหว่าง 7-15 ปี ที่มีอุปสรรคในการเรียนคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ทำการวิจัยเป็นแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์ซึ่งมีการบันทึกเสียงไว้ แล้วนำมาสรุปผลการหาสาเหตุของข้อผิดพลาดของนักเรียนแต่ละคน ตามระดับความผิดพลาดที่เกิดขึ้น ซึ่งพิจารณาโดยใช้รูปแบบความผิดพลาด 9 ด้าน ของคาเชย์ คือ รูปแบบของคำถาม การอ่านคำถาม ความเข้าใจคำถาม กลยุทธ์วิธีในการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ การเสนอคำตอบความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้ เนื่องจากความระมัดระวังและความผิดพลาดซึ่งควรจะทราบ ได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ผลการศึกษาพบข้อผิดพลาดตามรูปแบบนี้ แล้วนำเสนอวิธีการแก้ไข คือ ให้ใช้ประโยชน์จากสิ่งที่เป็นนามธรรมมาช่วยทั้งในส่วนบุคคลและในชั้นเรียน ให้นักเรียนใช้สมุดจดคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่พบใหม่พร้อมทั้งความหมายใช้ทักษะการอ่านในการแก้โจทย์ปัญหาตามลำดับขั้นต่อไปนี้ วิเคราะห์ประโยคอ่านซ้ำข้อความที่ไม่เข้าใจ ค้นหาคำถามซึ่งต้องการคำตอบ ค้นหาว่าตนเองกำลังศึกษาโจทย์ถึงขั้น

ใด อ่านประโยคต่าง ๆ ถ้ายังไม่เข้าใจ ปรับระดับและสไตส์การอ่านให้ตรงกับเนื้อหาจนเข้าใจในเนื้อหาของคำถาม แล้วแปลความหมายของสิ่งที่อ่านไปสู่การคำนวณ นอกจากนี้ ครูควรช่วยเหลือนักเรียนแก้ปัญหาของบทเรียน โดยการอธิบายในชั้นเรียนก่อนที่จะให้นักเรียนลงมือทำ

อง และ ลิม (Ong and Lim, 1987 : 199 - 205) ได้ทำการวิจัยเรื่องความเข้าใจและข้อผิดพลาดในวิชาพีชคณิต โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อสำรวจผลการสอนเกี่ยวกับความเข้าใจในวิชาพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในสิงคโปร์ กลุ่มตัวอย่าง คือนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่มีอายุระหว่าง 15 - 16 ปี จำนวน 3 กลุ่ม เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 365 คน นักเรียนระดับเตรียมอุดมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 339 คน และนักศึกษาระดับมหาวิทยาลัยจำนวน 267 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบพีชคณิตที่ผู้วิจัยดัดแปลงมาจากของอีวานส์ (Evans) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนจำนวนมากที่มีอายุระหว่าง 15 - 16 ปี ไม่สามารถแก้ปัญหาพีชคณิตต่าง ๆ ได้ และสาเหตุข้อผิดพลาดส่วนใหญ่ เนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจในการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปรหรือค่าคงที่ นักเรียนใช้การแทนค่าจำนวนในสมการโดยไม่พิจารณากรณีที่เป็นไปไม่ได้

Faulkner (1992 อ้างใน Clements and Ellerton, 1996 : 52) ทำการวิเคราะห์ความผิดพลาดจากนักเรียนพยาบาลที่เข้าฟังวิชา Calculus ซึ่งเป็นวิชาที่ไม่คิดคะแนนในโรงพยาบาลใน Melbourne ประเทศออสเตรเลีย ที่คล้ายกับงานของนิวแมนซึ่งการศึกษาค้นครั้งนี้เป็น 1 ใน 2 - 3 งานของนิวแมนที่เคยรายงานถึงผลการสัมภาษณ์ผู้ใหญ่ว่า ผลที่ได้แสดงให้เห็นว่าความผิดพลาดของนักเรียนพยาบาลเหล่านี้เป็นเรื่องของการทำความเข้าใจ การเปลี่ยนรูป ซึ่งยืนยันบทสรุปแรกเริ่มที่ว่า “ทักษะกระบวนการไม่ใช่พื้นฐานเกือบทั้งหมดในการดำรงอยู่ในชีวิตประจำวัน”

เอลเลอร์ตันและครีเมนต์ (Ellerton and Clements, 1995 : 9) ได้ศึกษางานครั้งแรกโดยทำการศึกษากับนักเรียนเกรด 8 อายุ 16 ปี จำนวน 8 คน ในโรงเรียน 5 แห่งของรัฐนิวเซาท์เวลส์ และรัฐวิกตอเรียของออสเตรเลีย โดยให้นักเรียนตอบคำถามโดยการเขียน ซึ่งเป็นคำถามที่ครูคณิตศาสตร์ของ 2 ใน 5 โรงเรียนดังกล่าวเห็นด้วยว่า ไม่มีคำถามใดที่ยากเกินไป สำหรับนักเรียนของพวกเขา ซึ่งครึ่งหนึ่งของคำถามเป็นรูปแบบเลือกตอบคำตอบเดียว และอีกครึ่งหนึ่งเป็นรูปแบบให้ตอบสั้น และเมื่อนำรูปแบบการสัมภาษณ์ของนิวแมนมาใช้ พบว่า 80% ของความผิดพลาด จัดเป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการอ่าน การทำความเข้าใจ และการเปลี่ยนรูป และมีเพียง 6% ของความผิดพลาดที่เกิดขึ้นเป็นประเภทเกิดจากการใช้ทักษะคิดคำนวณ

บาร์เซลลอส (Barcellos, 2005 : 167-171) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความคิดรวบยอดที่ ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง พีชคณิตของนักเรียนในระดับมหาวิทยาลัย ผู้วิจัยได้ ทำการศึกษากลุ่มตัวอย่างที่อยู่ในชั้นเรียนที่เรียนพีชคณิตเบื้องต้น จำนวนครึ่งหนึ่งของนักเรียน ที่สอบผ่านเท่านั้น โดยสัมภาษณ์หัวข้อเกี่ยวกับ ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ทำให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด ระหว่างความผิดพลาดในระเบียบวิธีการ และความ สะเพร่าเล็ก ๆ น้อย ๆ ตามปกติ พบว่า มีความผิดพลาด 4 ประการ ได้แก่ กรณีที่ 1 คือ การ ไม่เข้าใจในการใช้เครื่องหมายแสดงการเท่ากัน และอีก 3 กรณีเป็นการใช้สมบัติการแจกแจง นักเรียนที่ไม่เข้าใจการใช้เครื่องหมายแสดงการเท่ากัน มีสาเหตุมาจากการเขียนข้อความที่ สมมูลกันกับข้อความก่อนหน้าหรือมีสาเหตุมาจากการบกพร่องเกี่ยวกับสัญลักษณ์ที่จะ ใช้เขียน เพื่ออธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาสาเหตุความไม่เข้าใจเกี่ยวกับสมบัติการแจกแจง มีสาเหตุมา จากความไม่เข้าใจเนื้อหาของการดำเนินการที่ถูกต้อง ข้อค้นพบดังกล่าวมีผลมาจากทั้งความ เข้าใจผิดพลาดที่พบมาก (การใช้กระบวนการ โดยไม่ถูกต้อง) และความเข้าใจผิดพลาดที่พบ ส่วนน้อย (ไม่สามารถใช้กระบวนการที่ถูกต้อง) สิ่งที่นักเรียนแนะนำ คือจำนวนจริงที่ติด กระทบที่ไม่สามารถถอดรากได้จะเป็นกรณีพิเศษที่สามารถถอดรากได้โดยการดำเนินการของ จำนวนจริงดังกล่าว

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ สรุปได้ ว่า การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็น ถึงสิ่งสำคัญที่ทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ และการศึกษาหาความ ผิดพลาด จะทำให้จัดหาข้อมูลซึ่งเกี่ยวข้องกับการคิดของเด็กเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ข้อมูลเหล่านี้มีความหมายมากในการสอน ซึ่งจะต้องมี การแนะแนวทางในการช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหาและสามารถอธิบายได้ว่า เพราะสาเหตุ ไคนักเรียนจึง ไม่มีพัฒนาการด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักวิจัยได้ยืนยันว่าเมื่อความ ผิดพลาดของนักเรียนได้แสดงออกมา ทำให้เห็นว่าการเรียนรู้กำลังจะเริ่มขึ้นและสามารถทำให้ มันคงได้ในภายหลังหมโนทัศน์ ผู้สอนควรใช้หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์เหล่านี้ ซึ่งเป็นประโยชน์ในการจัดกระบวนการสอนหรือกิจกรรมการเรียนการสอนต่าง ๆ ที่ส่งเสริม หรือช่วยฝึกทักษะ โดยเน้นในด้านของหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดที่ค้นพบ เพื่อ ช่วยลดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเพื่อให้เกิดเป็นหมโนทัศน์ที่ถูกต้อง