

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามลำดับหัวข้อต่อไปนี้

1. วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
2. มโนทัศน์ตลาดเคลื่อน
3. ข้อผิดพลาด
4. การวิเคราะห์ห้มโนทัศน์ที่ตลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด
5. แนวคิดเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ
6. แบบทดสอบ
7. การสัมภาษณ์
8. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
  - 8.1 งานวิจัยในประเทศ
  - 8.2 งานวิจัยต่างประเทศ

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

#### ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับคนอื่นได้อย่างมีความสุข

## เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ดังนี้

**จำนวนและการดำเนินการ:** ความถี่รวบยอดและความรู้สี่เชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

**การวัด :** ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัด ระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัด ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

**เรขาคณิต :** รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนึกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation)

**พีชคณิต :** แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

**การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น :** การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่างๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

**ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ :** การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

## สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

### สาระที่ ๑ จำนวนและการดำเนินการ

- มาตรฐาน ค ๑.๑ เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง
- มาตรฐาน ค ๑.๒ เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา
- มาตรฐาน ค ๑.๓ ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา
- มาตรฐาน ค ๑.๔ เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

### สาระที่ ๒ การวัด

- มาตรฐาน ค ๒.๑ เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด
- มาตรฐาน ค ๒.๒ แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

### สาระที่ ๓ เรขาคณิต

- มาตรฐาน ค ๓.๑ อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
- มาตรฐาน ค ๓.๒ ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

### สาระที่ ๔ พีชคณิต

- มาตรฐาน ค ๔.๑ เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน
- มาตรฐาน ค ๔.๒ ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

### สาระที่ ๕ การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

- มาตรฐาน ค ๕.๑ เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล
- มาตรฐาน ค ๕.๒ ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้ อย่างสมเหตุสมผล
- มาตรฐาน ค ๕.๓ ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

### สาระที่ ๖ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

- มาตรฐาน ค ๖.๑ มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

## คุณภาพผู้เรียน

### จบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓

มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวน ไปใช้ในชีวิตจริงได้

มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัด ไปใช้ในชีวิตจริงได้

สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและสันตรง อธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้

มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้น ไปใช้ในการให้เหตุผล และแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต(Geometric transformation)ในเรื่อง การเลื่อนขนาน(Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้

สามารถนิยามและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติสามารถวิเคราะห์ และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟในการแก้ปัญหาได้

สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูล โดยใช้แผนภูมิรูปวงกลม หรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ

เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตารางที่ 1 โครงสร้างหลักสูตร 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนศรีสมเด็จพิพัฒนวิद्या อำเภอศรีสมเด็จ จังหวัดร้อยเอ็ด

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2					
ภาคเรียนที่ 1			ภาคเรียนที่ 2		
รายวิชา	ชม.	นก.	รายวิชา	ชม.	นก.
รายวิชาพื้นฐาน			รายวิชาพื้นฐาน		
ท 22101	ภาษาไทย	3	ท 22102	ภาษาไทย	3
ค 22101	คณิตศาสตร์	3	ค 22102	คณิตศาสตร์	3
ว 22101	วิทยาศาสตร์	3	ว 22102	วิทยาศาสตร์	3
ส 22101	สังคมศึกษา	3	ส 22102	สังคมศึกษา	3
พ 22101	สุขศึกษาและพลศึกษา	2	พ 22102	สุขศึกษาและพลศึกษา	2
ศ 22101	ศิลปะ	2	ศ 22102	ศิลปะ	2
ง 22101	การงานอาชีพ 1	2	ง 22102	การงานอาชีพ 1	2
อ 22101	ภาษาอังกฤษ 1	3	อ 22102	ภาษาอังกฤษ 1	3
รวมรายวิชาพื้นฐาน		21	รวมรายวิชาพื้นฐาน		21
รายวิชาเพิ่มเติม			รายวิชาเพิ่มเติม		
ค 22203	คณิตศาสตร์	2	ค 22204	คณิตศาสตร์	2
ง 20203	คอมพิวเตอร์ 3	2	ง 20204	खेलวิทยาศาสตร์	2
ง 20223	อาหาร	2	ง 20223	คอมพิวเตอร์ 2	2
ง 20224	ใบคอง	2	ง 20224	งานประดิษฐ์ 2	2
ง 20241	การปลูกไม้ดอกประดับ	2	ง 20242	การปลูกไม้ตัดดอก	2
รวมรายวิชาเพิ่มเติม		6	รวมรายวิชาเพิ่มเติม		6
กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน			กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน		
แนะแนว		1	แนะแนว		1
ลูกเสือ/เนตรนารี/รักษาดินแดน		1	ลูกเสือ/เนตรนารี/รักษาดินแดน		1
กิจกรรมเพื่อสังคม(.....)		1	กิจกรรมเพื่อสังคม(.....)		1
รวมกิจกรรมพัฒนาผู้เรียน		3	รวมกิจกรรมพัฒนาผู้เรียน		3
รวมทั้งสิ้น		30	รวมทั้งสิ้น		30
		13.5			13.5

คำอธิบายรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.2 เทอม 1

รหัสวิชา ค 22101 รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ เวลา 3 ชั่วโมง / สัปดาห์  
จำนวน 1.5 หน่วยกิต ชั้น ม.2 ภาคเรียนที่ 1

คำอธิบายรายวิชา

ศึกษา ฝึกทักษะ/กระบวนการในสาระต่อไปนี้

อัตราส่วนและร้อยละ อัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ การวัด หน่วยความยาว พื้นที่ การแก้ปัญห หรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ การคาดคะเน

แผนภูมิรูปวงกลม การอ่านแผนภูมิรูปวงกลม การเขียนแผนภูมิรูปวงกลม

การแปลงทางเรขาคณิต การเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน

ความเท่ากันทุกประการ ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม รูปสามเหลี่ยม สองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้านมุม-ด้าน , มุม-ด้าน-มุม , ด้าน-ด้าน-ด้าน

โดยจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้า โดยการปฏิบัติการจริง ทดลอง สรุป รายงาน เพื่อพัฒนาทักษะ/กระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญห การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิดทักษะกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระเบียบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

รหัสตัวชี้วัด

สาระที่ 1 ( ค 1.1 , ม 2/4 )

สาระที่ 2 ( ค 2.1 , ม 2/1 )

สาระที่ 2 ( ค 2.2 , ม 2/1 ) , ( ค 2.1 , ม 2/2 ) , ( ค 2.1 , ม 2/3 )

สาระที่ 3 ( ค 3.2 , ม 2/1 ) , ( ค 3.2 , ม 2/3 ) , ( ค 3.2 , ม 2/4 )

สาระที่ 4 ( ค 4/2 , ม 2/2 )

สาระที่ 5 ( ค 5.1 , ม 2/1 )

สาระที่ 6 ( ค 6.1 , ม 2/1 ) , ( ค 6.1 , ม 2/2 ) , ( ค 6.1 , ม 2/3 ) , ( ค 6.1 , ม 2/4 ) ,  
( ค 6.1 , ม 2/5 ) , ( ค 6.1 , ม 2/6 )

ตารางที่ 2 โครงสร้างรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน ม. 2 ภาคเรียนที่ 1 ระดับมัธยมศึกษา ชั้น ม. 2  
เวลา 3 ชั่วโมง จำนวน 1.5 หน่วยกิต

ลำดับที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด	สาระสำคัญ	เวลา (ชม.)	น้ำหนัก คะแนน
1	อัตราส่วนและร้อยละ	มาตรฐาน ค 1.1 ตัวชี้วัด ม 2/4 -ใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละในการแก้ โจทย์ปัญหาได้	-อัตราส่วน -สัดส่วน -ร้อยละ -การแก้โจทย์ ปัญหาเกี่ยวกับ อัตราส่วนและ ร้อยละ	4 3 4 7	
รวม				18	
2	การวัด	มาตรฐาน ค 2.1 ตัวชี้วัด ม 2/1 -เปรียบเทียบหน่วยความยาว หน่วยพื้นที่ในระบบเดียวกันและ ต่างระบบและเลือกใช้หน่วยการ วัด ได้อย่างเหมาะสม ตัวชี้วัด ม 2/2 -คาดคะเนเวลา ระยะทาง พื้นที่ ปริมาตร และน้ำหนัก ได้อย่าง ใกล้เคียงและอธิบายวิธีการที่ใช้ ในการคาดคะเน ตัวชี้วัด ม 2/3 - ใช้การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด ในสถานการณ์ ได้อย่างเหมาะสม มาตรฐาน ค 2.2 ตัวชี้วัด ม 2/1 - ใช้ความรู้เกี่ยวกับความยาวและ พื้นที่แก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่างๆ ได้	-หน่วยความยาว หน่วยพื้นที่ -การแก้ปัญหา หรือสถาน การณ์ใน ชีวิตประจำวัน โดยใช้ความรู้ เกี่ยวกับพื้นที่ -การคาดคะเน	3 3 3	
รวม				9	

ลำดับที่	หน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด	สาระสำคัญ	เวลา (ชม.)	น้ำหนัก คะแนน
3	แผนภูมิรูปวงกลม	มาตรฐาน ค 5.1 <u>ตัวชี้วัด ม 2/1</u> - อ่านและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปวงกลมได้	- การอ่านแผนภูมิรูปวงกลม - การเขียนแผนภูมิรูปวงกลม	3  3	
รวม				6	
4	การแปลงทางเรขาคณิต	มาตรฐาน ค 3.2 <u>ตัวชี้วัด ม 2/3</u> - เข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน และนำไปใช้ <u>ตัวชี้วัด ม 2/4</u> - บอกภาพที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อนและการหมุนรูปต้นแบบและอธิบายวิธีการที่จะได้ภาพที่ปรากฏเมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพนั้นให้ มาตรฐาน ค 4.2 <u>ตัวชี้วัด ม 2/2</u> - หาพิกัดของจุดและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนบนระนาบในระบพิกัดฉากได้	- การเลื่อนขนาน - การสะท้อน - การหมุน	4 4 4	
รวม				12	



ลำดับที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด	สาระสำคัญ	เวลา ( ชม.)	น้ำหนัก คะแนน
5	ความเท่ากันทุกประการ	มาตรฐาน ค 3.2 ตัวชี้วัด ม 2/1 - ใช้สมบัติเกี่ยวกับความ เท่ากันทุกประการของรูป สามเหลี่ยมและสมบัติของ เส้นขนานในการให้เหตุผล และแก้ปัญหา	-ความเท่ากันทุก ประการของรูป สามเหลี่ยม	3	
			-รูปสามเหลี่ยม สองรูปที่สัมพันธ์ กันแบบ ด้าน-มุม- ด้าน	4	
			-รูปสามเหลี่ยม สองรูปที่สัมพันธ์ กันแบบ มุม-ด้าน- มุม	4	
			-รูปสามเหลี่ยม สองรูปที่สัมพันธ์ กันแบบ ด้าน- ด้าน-ด้าน	4	
รวม				15	
รวมทั้งหมด				60	

## มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

เพื่อให้เกิดความเข้าใจในความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่ถูกต้อง จึงขอทำความเข้าใจความหมายของมโนทัศน์ (concept) ในเบื้องต้นก่อนดังนี้

### มโนทัศน์

#### ความหมาย

ได้มีนักการศึกษาและนักจิตวิทยาให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้หลายทัศนะดังนี้

แมค โคนัลด์ (McDonald. 1959 : 184) ให้ความหมายว่า มโนทัศน์ คือกลุ่มของสิ่งเร้าหรือเหตุการณ์ที่มีลักษณะเฉพาะร่วมกัน มโนทัศน์ไม่ใช่เหตุการณ์ในตัวเอง แต่เป็นมโนทัศน์ในกลุ่มเร้า เหตุการณ์หรือลักษณะจำเพาะที่แน่นอน ดังนั้นมโนทัศน์จึงเป็นความเข้าใจและความคิดขึ้น

สุดท้ายของคนหนึ่งๆที่มีต่อสิ่งหนึ่ง ความคิดและความเข้าใจนั้นเป็นนามธรรมและเป็นข้อสรุปเกี่ยวกับเรื่องนั้นในระยะหนึ่งหรือตลอดไปก็ได้”

กู๊ด (Good. 1973 : 20) ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ 3 ประการคือ

1. มโนทัศน์ คือ ความคิด หรือสัญลักษณ์ของส่วนประกอบ หรือสัญลักษณ์ร่วมที่สามารถแยกออกเป็นกลุ่มเป็นพวกได้

2. มโนทัศน์ คือ สัญลักษณ์เชิงความคิดทั่วไป หรือเชิงนามธรรม เกี่ยวกับสถานการณ์ กิจการหรือวัตถุ

3. มโนทัศน์ คือ ความคิดเห็น ความคิด ความเห็น หรือ ภาพความคิด

อีเบิล (Eble. 1980 : 323) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์เป็นการเรียนรู้ที่นำไปสู่การคิด มโนทัศน์เป็นความคงที่ของการตอบสนองต่อสิ่งต่างๆ ซึ่งมีการสรุปครอบคลุมและการเพิ่มจำแนกความแตกต่างรวมอยู่ด้วย

มาโตเรลลา ; และคูเปอร์ (Martorella;& Cooper. 1986 : 186) ได้กล่าวถึง ความหมายของมโนทัศน์ไว้ สองความหมายในเวลาเดียวกันว่า

1. มโนทัศน์เป็นการลำดับชั้นของประสบการณ์ที่เป็นระเบียบ

2. มโนทัศน์เป็นข่ายงานของความเกี่ยวพันทางปัญญา ที่นำมาจัดลำดับชั้นหรือจัดประเภท ซึ่งไม่เพียงแต่จะจำแนกวัตถุเหตุการณ์ที่เราประสบ ถึงแม้เราจะเผชิญกับสิ่งใหม่ๆหรือประสบการณ์เก่าๆเราจะนำความคิดรวบยอดทั้งเก่าและใหม่มาประสานสัมพันธ์ในการแก้ปัญหา

เอ็กเกน ; และ คอชาก (Eggen; &Kauchak. 1992 : 368) ได้ให้ความหมาย มโนทัศน์ ว่า “มโนทัศน์มีลักษณะเป็นนามธรรม เป็นการจัดลำดับชั้นกลุ่มของวัตถุเหตุการณ์หรือความคิด”

กิลฟอร์ด (Guiford. 1992 : 9) ได้กล่าวถึงมโนทัศน์ว่ามโนทัศน์หมายถึงสัญลักษณ์อย่างหนึ่งที่เรามาจากประสบการณ์ของการผ่านพบเห็นสิ่งของต่างๆ โดยรู้จักแยกแยะสิ่งของเหล่านั้นออกเป็นจำพวกต่างๆ และในจำพวกหนึ่งๆก็มีลักษณะที่ร่วมกันอยู่

บอร์น (Bourne. 1993 : 18) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ในลักษณะของความสามารถเกี่ยวกับการจำแนกองค์ประกอบ 2 ประเภท ซึ่งเป็นโครงสร้างสำคัญของการเรียนรู้ คือ กฎ (Rules) และลักษณะเฉพาะของสิ่งนั้นๆผู้เรียนอาจทราบกฎหรือลักษณะเฉพาะอย่างใดอย่างหนึ่งหรืออาจไม่ทราบเลยทั้งสองอย่าง แต่ก็สามารถเรียนรู้มโนทัศน์ของสิ่งนั้นด้วยวิธีการต่างๆ เป็นที่น่าสังเกตว่าความหมายของมโนทัศน์นั้นใกล้เคียงกับการแบ่งแยกออกเป็นประเภทๆ (Categories) บางครั้งก็ใช้แทนกันได้ แต่มโนทัศน์มีความหมายกว้างกว่า

สุริยา รัตนพลที (2545 : 9) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อันเกิดจากการได้รับประสบการณ์ที่เกี่ยวกับสิ่งนั้นๆ หลากๆ แบบแล้วใช้ลักษณะของสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันและสามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มเป็นพวกได้”

พรพิมล ยังฉิม (2546 : 9) ได้ให้ความหมายว่า “มโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนที่เข้าใจลักษณะร่วมกัน สามารถจำแนกหรือสรุปรวมเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้ซึ่งเกิดจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นๆ”

บุญยงษ์ กุลเพชร (2552 : 8) ได้ให้ความหมาย “มโนทัศน์” หมายถึง ความรู้ความเข้าใจ ความคิดที่ได้รับจากประสบการณ์ต่างๆ แล้วสามารถสรุปและแยกประเภทความสัมพันธ์ของเรื่องต่างๆ เหล่านั้นเป็นหมวดหมู่ได้ และสามารถนำความรู้ความเข้าใจที่ได้รับนั้น ไปใช้แก้ปัญหาตามสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างถูกต้อง

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความรู้ความเข้าใจขั้นสุดท้ายที่ได้รับจากประสบการณ์ที่เกี่ยวกับสิ่งนั้นๆ และสามารถแยกประเภทของความสัมพันธ์ของเรื่องนั้นๆ เป็นหมวดหมู่ได้แล้วนำความรู้นั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ต่างๆ ได้

#### ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีผู้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะดังนี้

โคโนวาน และ จีราลด์ (Donovan & Gerald. 1972 : 168) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดของบุคคลซึ่งเป็นนามธรรมเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ เช่น สมบัติของวัตถุ หรือเหตุการณ์ต่างๆ โดยสามารถบอกลักษณะร่วมและลักษณะที่แตกต่างของแต่ละมโนทัศน์ได้ เช่น มโนทัศน์ “สาม” เป็นมโนทัศน์ที่เป็นนามธรรมที่ใช้แทนความหมายของสิ่งของสามสิ่ง ”

โคไนย และ เฮนเดอซัน (Cooney & Henderson. 1975 : 85) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่น การมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน คือ นักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้”

แอกเกน และ กูซาค (Eggen & Kauchak. 1981 : 108) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความคิด ความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดของมุมทั้งสี่เท่ากันและเท่ากับ 90 องศา มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันและขนานกัน เป็นต้น”

โทมาซีส (Toumasis. 1995 : 98) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้”

ชาวท และ เฮิสโกวิท (Schwarz & Hershowiz. 1999 : 363) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นบทนิยามทางคณิตศาสตร์”

สุริยา รัตนพลที (2545 : 13) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ว่า ความคิดขั้นสุดท้ายซึ่งเป็นการสรุปกฎเกณฑ์ นิยามหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ อันเกิดจากประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นซึ่งมีอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

พรพิมล ยังฉิม (2546 : 10) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ว่า เป็นข้อสรุปที่ได้รับการได้รับประสบการณ์ ซึ่งข้อสรุปนี้นำไปสู่ความสามารถในการจำแนก หรือจัดกลุ่มของสิ่งต่างๆและนำไปใช้ในวิชาคณิตศาสตร์

บุญยง ภูมเพชร (2552 : 9) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความรู้ความเข้าใจ ความคิดทางการเรียนคณิตศาสตร์ อันเกิดจากการที่ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ต่างๆแล้วสามารถสรุปและแยกประเภทความสัมพันธ์ของเรื่องต่างๆเหล่านั้น เป็นกฎนิยาม หรือ คำจำกัดความที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ความเข้าใจที่ได้รับนั้น ไปใช้แก้ปัญหาตามสถานการณ์ต่างๆได้ถูกต้อง

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ข้อสรุป ความรู้ ความเข้าใจที่ได้รับจากการเรียนคณิตศาสตร์ แล้วสรุปแยกประเภทของความสัมพันธ์ต่างๆเป็นกฎนิยาม หรือ คำจำกัดความที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้ที่ไปใช้ในการปัญหาตามสถานการณ์ต่างๆได้

### มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนตรงกับคำว่า misconceptions ในภาษาอังกฤษ และมีคำอื่นที่มีความหมายใกล้เคียงกัน เช่น alternative conception, erroneous idea, alternative framework (Cho และคณะ. 1985 : 707 ; Fisher. 1985 : 53) และมีผู้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

ไพเกต (Piaget. 1984 : 123) กล่าวว่าไว้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นวิธีการแก้ปัญหาด้วยความไม่รู้ หรือความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ ซึ่งดูเหมือนจะถูกต้องแต่ไม่ถูกต้อง และไม่สอดคล้องกับหลักฐานทางวิทยาศาสตร์ หรือการยอมรับในสังคมนั้นๆ

โฮซ (Hoz. 1984 : 154) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่า เป็นโครงสร้างของความคิดที่ไม่ถูกต้อง

เฮลโลน และ ฮาสเทเนค (Halloun & Hestence. 1985 : 1058) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นความรู้ที่ได้มาจากประสบการณ์ของบุคคล ซึ่งอาจจะได้มาโดยไม่สมบูรณ์เกี่ยวกับทฤษฎี

ปีเตอร์สัน และ เทียกัสต์ (Peterson & Treagust. 1989 : 301) ได้กล่าวว่า “มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นความคิดความเข้าใจที่แตกต่างไปจากแนวคิดที่ได้รับการยอมรับของแต่ละเนื้อหา”

ดริวส์ (Drews. 2005 : 11-17) ได้กล่าวว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหมายถึง ความเชื่อและความเข้าใจที่ได้มาจากแนวความคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้องความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ กลุ่มเครือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจึงเป็นแนวคิดและความรู้ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดขึ้นก่อนหรือระหว่างการเรียนรู้ โดยที่นักเรียนมักจะไม่ว่าตนเองมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างไร และครูเองก็ไม่มีเวลาพอที่จะวินิจฉัยนักเรียนเป็นรายบุคคล ได้ทุกๆ เนื้อหา หรือทุกๆ ทักษะ

แอส ลอค (Ashlock, R.B. 2010 : 121) ได้ให้ความหมายว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง การเข้าใจผิดอาจจะเกิดความผิดพลาดของกฎ หรือตามลักษณะทั่วไปหรือผลของการตีความที่สอดคล้องทางเรียกของความคิดทางคณิตศาสตร์ เด็กยังมีบางสิ่งที่ยังไม่ได้เข้าใจอย่างชัดเจน เกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ค็อก เบริน และ ลิตเติล (Cockburn & Littler. 2010 : 6 – 10) กล่าวว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดจากการใช้สูตร กฎ ผิด สรุปลเกินหรือน้อยกว่าความเป็นจริง การแปลความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผิดหรือเข้าใจสิ่งที่นักเรียนคิดไม่ชัดเจน

บุญยฺนุช กุลเพชร (2552 : 19) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความรู้ความเข้าใจในการเรียนรู้ของผู้เรียนที่ไม่ถูกต้อง ผิดพลาดจากความจริง จึงส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถศึกษาในระดับสูงได้ถูกต้อง

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความเชื่อ แนวคิด หรือความรู้ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป อันเป็นผลมาจาก การได้รับความรู้ที่ไม่ถูกต้อง หรือ ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ หรือเกิดจากการแปลความ สัญลักษณ์ สูตร กฎ ทฤษฎี ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดขึ้นก่อนหรือระหว่างการเรียนรู้

### ประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ไพนส์ ; และ เวสต์ (Pines ; & West. 1983 : 47-51) ได้แบ่งประเภทมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนออกเป็น 3 ประเภทตามสถานการณ์การเรียนรู้ที่แตกต่างกันดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอันเกิดจากสถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน (Misconception Derived From Conflict Learning Situation) แบ่งเป็น 3 ระยะ คือ ระยะของการรับรู้ (Awareness Phase) ระยะของการไม่สมดุล (Disequilibrium Phase) และ ระยะจัดระบบใหม่ (Reformulation Phase) ซึ่งในระยะการรับรู้นั้น ครูต้องจัดเตรียมกิจกรรมต่างๆ อันเป็นการชักนำสิ่งที่มีอยู่ในตัวนักเรียนให้ปรากฏออกมา ครูต้องทุ่มเทเวลาให้กับช่วงนี้ เนื่องจากนักเรียนจะเสาะหา ทำความรู้จักกับความรู้ใหม่ๆ ภายในขอบเขตของตนเอง และเมื่อ ไม่พบสิ่งที่พอสำหรับเขาอาจก่อให้เกิดแนวความคิดที่ผิดพลาดขึ้นได้ ครูต้องหาแนวทางแก้ไขความคิดที่ผิดพลาดนี้

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอันเกิดจากสถานการณ์ที่สอดคล้องกัน (Misconception Derived From Congruent Learning Situation) เช่น การขยายความหมายของคำแบบหยั่งรู้ (Intuitive Meaning) ให้ความหมายใหม่ หรือการละทิ้งบางแง่มุมของความหมายของการหยั่งรู้เพื่อคงไว้ซึ่งแง่มุมใหม่ๆ ที่ตนพอใจ ก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความหมายของคำอันกลายเป็นปรากฏการณ์ธรรมชาติของเด็ก เช่น มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับกระบวนการสังเคราะห์แสงและอาหารของพืช ซึ่งนักเรียนจะนำความหมายของคำว่าอาหาร โดยทั่วไปเชื่อมโยงกับความหมายของคำว่าแหล่งอาหารของพืช ทำให้เกิดความสับสนและเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่า อาหารของพืชมาจากการที่พืชดูดอาหารจากดิน

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอันเกิดจากสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยสัญลักษณ์ (Misconception Derived From a Symbolic Knowledge Situation) ความรู้จากสัญลักษณ์ต่างๆนี้ เห็นชัดในวิชาเคมี เช่น ความรู้เกี่ยวกับการทำปฏิกิริยาของเบนซีนและอนุพันธ์ต่างๆของเบนซีน ปฏิกิริยาโบริมชั้นหรือสารประกอบโรเมติกเหล่านี้ เป็นต้น นักเรียนไม่สามารถมองเห็นภาพจริงของปฏิกิริยาและสารประกอบเหล่านี้ ไม่สามารถนำความรู้จากสัญลักษณ์ ให้มาสัมพันธ์กับความรู้จริง (Real World Knowledge) ได้

ปุลูยูนูช กุลเพชร (2552 : 20) ได้จำแนกมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 3 ประเภท คือ

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดจากสถานการณ์ที่เกิดการแข่งขัน
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดจากสถานการณ์ที่สอดคล้อง คล้ายคลึงกัน
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดจากสถานการณ์การเรียนรู้ที่ใช้สัญลักษณ์ หรือ

สถานการณ์ที่เป็นนามธรรม

จากการศึกษาประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน สรุปได้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบ่งได้เป็น สถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน สถานการณ์ที่สอดคล้องกัน และสถานการณ์การเรียนรู้ที่เป็นนามธรรม

สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ตามแนวคิดของไซมอน และ มาร์เรก, ฟิชเชอร์, ฮอลลูนและเฮสทีนส์, ไพนส์; และ เวสต์ (Simson and Marek, 1988 ; Fisher, 1985 ; Halloun and Hestenes, 1985 ; Pines and west, 1983) สรุปเป็นสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ดังนี้

1. เกิดจากคำอธิบายของผู้ใหญ่ที่ขาดความเข้าใจในมโนทัศน์นั้นอย่างดีพอ
2. เกิดจากการเรียนรู้จากการอธิบายที่เป็นนามธรรม ทำให้ต้องใช้จินตนาการจนอาจเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้
3. เกิดจากการแปลความหมายเกี่ยวกับประสบการณ์ในธรรมชาติ ตามความเชื่อของนักปราชญ์ในอดีต
4. เกิดจากประสบการณ์ที่ขัดแย้งกันไม่ว่าจะจะเป็นประสบการณ์ในโรงเรียนที่ขัดแย้งกัน ระหว่างครูผู้สอนหรือประสบการณ์ในโรงเรียนกับประสบการณ์ในชีวิตจริง
5. เกิดจากสถานการณ์ที่สอดคล้องกัน เช่น การขยายคำไปสู่ความหมายใหม่ที่ต้องเรียนรู้ หรือการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เคยใช้ได้ผลในบางสถานการณ์มาเป็นข้อสรุปในวิธีการแก้ปัญหาของตนตามสถานการณ์ทั่วไป

6. เกิดจากสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์ เช่น สัญลักษณ์ทางเคมีก็ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนง่าย

โอสบอร์น และ ฟรีเบิร์ก (Osborne & Freyberg, 1985 : 27) ได้เสนอความเห็นเกี่ยวกับสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้ผลโดยสรุปว่า มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นจริงในตัวนักเรียนจะแตกต่างจากมโนทัศน์ที่ครูต้องการให้นักเรียนมี เป็นเหตุให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกิดขึ้นซึ่งมโนทัศน์ที่นักเรียนมักจะเข้าใจคลาดเคลื่อนจากที่ครูต้องการได้แก่

1. มโนทัศน์ที่ได้จากตำราเรียน
2. มโนทัศน์ที่เกิดจากการแก้ปัญหาทางด้านวิทยาศาสตร์
3. มโนทัศน์ที่เกิดจากการทำกิจกรรม
4. มโนทัศน์ที่ได้จากการสรุปความรู้ต่างๆ

ซิมซัน และ มาร์ค (Simson & Marek, 1988 : 362) ได้กล่าวถึงสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่า “ประสบการณ์ในโรงเรียนไม่ใช่สาเหตุเดียวที่ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือเข้าใจผิด แต่อาจเกิดจากคำอธิบายของผู้ใหญ่ที่ยังไม่เข้าใจมโนทัศน์นั้นๆดีพอด้วย จึงทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจผิด โดยรู้เท่าไม่ถึงการณ์”

ทศนีย์ คงบุญ (2544 : 56) ได้สรุปถึงสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

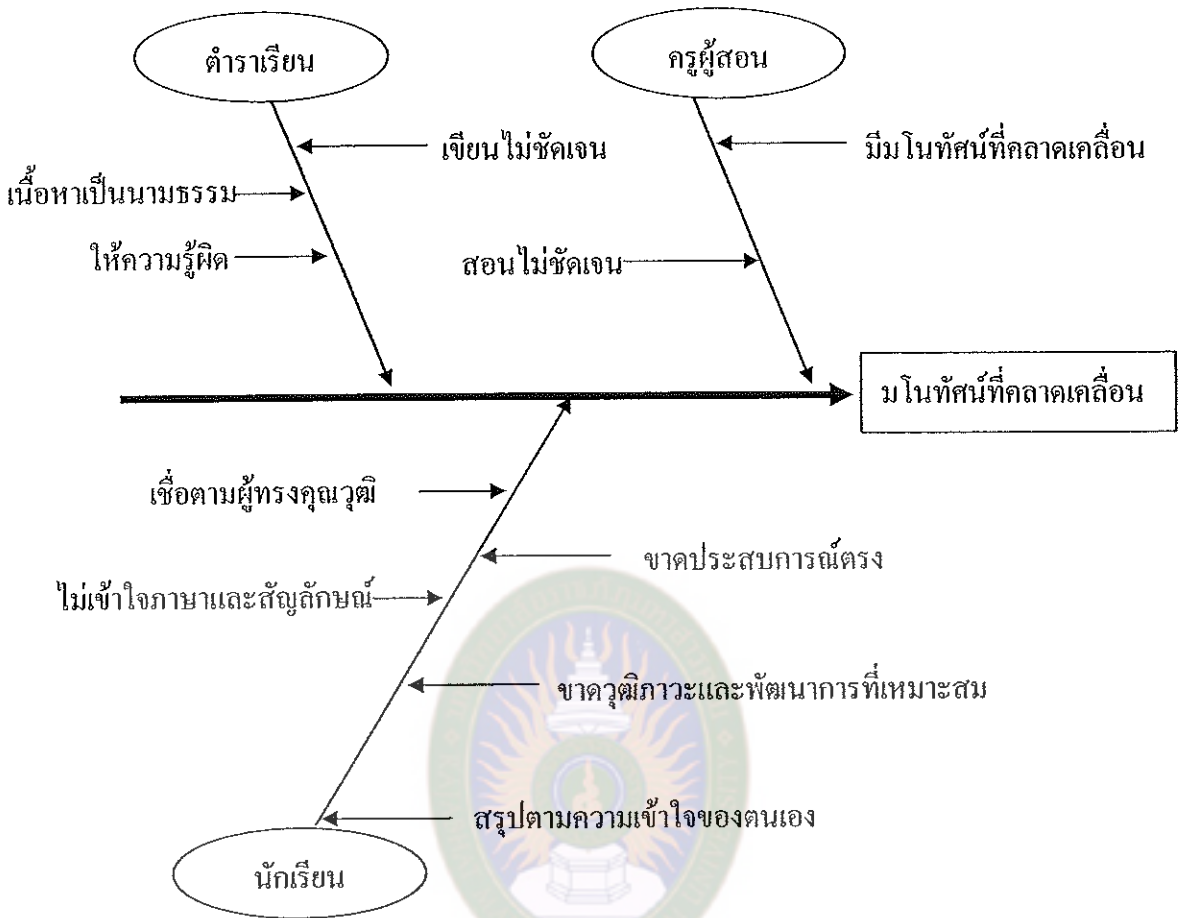
1. ครูสอนไม่ชัดเจน
2. นักเรียนสรุปเอาตามความเข้าใจของตนเอง
3. นักเรียนไม่เข้าใจภาษาที่สื่อสารและสัญลักษณ์
4. นักเรียนขาดประสบการณ์ตรง
5. นักเรียนเชื่อตามผู้อื่นที่นักเรียนให้ความเชื่อถือ
6. ตำราเรียนมีเนื้อหาเป็นนามธรรม

สุวิมล เจียวแก้ว (2547 : 16) ได้สรุปสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ 4 ประการ คือ

1. ตำราเรียน
2. พัฒนาการด้านสติปัญญา
3. ภาษา
4. ครูผู้สอน

จากแนวความคิดข้างต้นที่กล่าวถึงสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนสามารถสังเคราะห์และแสดงได้ ดังภาพ





ภาพที่ 1 แสดงการสังเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน อาจเกิดจากความเชื่อตามผู้ทรงคุณวุฒิในอดีตเนื้อหาที่ค่อนข้างเป็นนามธรรมทำให้เกิดจินตนาการที่ผิด ตำราเรียนที่เขียนไม่ชัดเจนหรือให้ความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ปัญหาเรื่องภาษาและสัญลักษณ์ วุฒิภาวะและพัฒนาการทางปัญญาของผู้เรียน ตลอดจนในตัวผู้สอนเอง

**ข้อผิดพลาด**

ข้อผิดพลาด ตรงกับคำในภาษาอังกฤษว่า (Error) และมีคำอื่นที่มีความหมายใกล้เคียงกัน เช่น error code ,error correcting code , error message , error rate มีนักการศึกษาหลายท่านได้แสดงทัศนะเกี่ยวกับข้อผิดพลาดไว้ดังนี้

มาริน่าและคลีเมนต์ (Marinas and Clements. 1990 : 15) ได้กล่าวว่าข้อผิดพลาด คือ สาเหตุที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคในการเรียน ให้มีประสิทธิภาพ

ดริว ( Drews. 2005 : 14-21 ) กล่าวว่า ข้อผิดพลาดอาจเกิดจากหลายสาเหตุ เช่น การขาดความระมัดระวัง ขาดความรอบคอบ ขาดการเอาใจใส่ ขาดความตระหนัก ขาดความสามารถในการตรวจสอบ การแปลความผิด การขาดประสบการณ์หรือความรู้ที่เกี่ยวข้องในเรื่องที่เรียน หรือข้อผิดพลาดอาจเป็นผลที่เกิดจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

เอชล็อก ( Ashlock. 2010 : 18) กล่าวว่า ข้อผิดพลาด เกิดจากการขาดความใส่ใจ ได้รับข้อมูลมากเกินไป พลาดที่จะจดจำประเด็นสำคัญ หรือให้เหตุผลที่ขาดการไตร่ตรอง จากความผิดพลาดนี้ นักเรียนทราบสาเหตุของความผิด และไม่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้

<https://www.ncetm.org.uk/mathemapedia/Misconceptions>. (Retrieved July 20,2010)

กล่าวถึง ข้อผิดพลาดที่เกิดจากการที่ครูให้ประสบการณ์การเรียนรู้ที่ไม่เหมาะสมกับวัยและวุฒิภาวะ ตลอดจนพัฒนาการทางปัญญาของผู้เรียนทำให้เกิดการสับสนและสงสัยและเข้าใจผิด หรือข้อผิดพลาดอาจเกิดจากการใช้สื่ออุปกรณ์ในบริบทที่ไม่เหมาะสมทำให้นักเรียนเกิดความสับสน ไม่แน่ใจ และเข้าใจผิด

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ข้อผิดพลาด เป็นสิ่งที่อาจเกิดจากการขาดความเอาใจใส่ ขาดความรอบคอบ ขาดความตระหนัก ขาดความสามารถในการตรวจสอบ ขาดการไตร่ตรองในการให้เหตุผล ขาดประสบการณ์และความรู้ในเรื่องเรียน หรืออาจเกิดจากการความสับสน ไม่แน่ใจและเข้าใจผิดจากประสบการณ์ที่ผู้สอนจัดให้ สาเหตุเหล่านี้ นักเรียนมองเห็นทางแก้ไข จึงไม่เป็นอุปสรรคต่อการเรียน

ลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงลักษณะของข้อผิดพลาดไว้ดังนี้

ทรูแรน (Truran. 1987 : 92) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์ความผิดพลาดและเทคนิคการสอนเพื่อแก้ไขความผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ นั้น” ผลการวิจัย สามารถสรุปลักษณะข้อผิดพลาดทางการเรียน โดยขยายทฤษฎีของ นิวแมน (Newman. 1983 ; อ้างอิงจาก Truran. 1987 : 92) ในการหาสาเหตุที่ผิดและแบ่งระดับความผิดพลาดที่นักเรียนทำได้ 9 ด้าน คือ

1. รูปแบบของคำถาม
2. การอ่านคำถาม
3. ความเข้าใจในคำตอบ
4. กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้
5. ทักษะกระบวนการใช้ความรู้
6. ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้

7. การเสนอคำตอบ

8. ความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้เนื่องจากขาดความระมัดระวัง

9. ความผิดพลาดซึ่งครูจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

โม่ฟโซวิทซ์- ฮาดาร์, ซาฟสลอฟสกี และ อินบาร์ (Movshovitz – Hadar, Zaslavsky & Inbar. 1987 : 3 -14) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์รูปแบบข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา” โดยได้ศึกษาตามแนวคิดของ Radiz ซึ่งวิเคราะห์ข้อผิดพลาดของนักเรียนในวิชาพีชคณิต ผลการวิจัยสามารถจัดกลุ่มข้อผิดพลาดได้ 6 ด้านดังนี้

1. การใช้ข้อมูลผิด
2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา
3. การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์
4. การบิดเบือนทฤษฎีและนิยาม
5. ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา
6. ความผิดพลาดในเทคนิคการทำ

แบลนโด และคนอื่นๆ (Blando; et al. 1989 : 301 – 308) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์และหารูปแบบความผิดพลาดทางเลขคณิต” ผลการวิจัยสามารถสรุปข้อผิดพลาดทางการเรียนเลขคณิตได้ 4 ด้าน ดังนี้

1. ความผิดพลาดในการมีลำดับความสำคัญมากกว่าหรือการมีลำดับขั้นตอน เช่น บวกก่อนคูณ บวกก่อนหาร ลบก่อนหาร ละเลยความสำคัญของวงเล็บ เป็นต้น
2. ความผิดพลาดอื่นๆ เช่นการปฏิเสธที่จะแก้ปัญหา
3. ความผิดพลาดอื่นๆ เช่นการปฏิบัติที่จะแก้ปัญหา
4. ความผิดพลาดที่ไม่มีรูปแบบแน่นอนเนื่องจากขาดความระมัดระวังในการ

คำนวณ เช่น ขาดความระมัดระวังในการบวก (บวกผิด) เป็นต้น

สุริยา รัตนพลที (2545 : 15) ได้สรุปลักษณะข้อผิดพลาดทางเรขาคณิตศาสตร์ไว้ว่า อาจเกิดมาจากครูและนักเรียน ลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์จากครูเนื่องมาจาก การใช้ภาษา การใช้คำถาม การให้ข้อมูลผิดพลาด เช่นการอธิบายหรือการให้นิยามโดยการตัดข้อความบางตอนออกเพื่อให้สั้นและกะทัดรัดจนทำให้ความหมายผิดไปจากเดิม เป็นต้น ส่วนลักษณะความผิดรวบยอดที่ผิดพลาดจากตัวนักเรียนเนื่องมาจากการขาดประสบการณ์ การรับรู้ข้อมูลที่ผิดพลาด ความจำคลาดเคลื่อน และมีการหาเหตุผลที่ผิดพลาด (ซึ่งอาจเนื่องมาจากลักษณะส่วนตัวของผู้นั้น เช่น มี

ความลำเอียงหรือมีความคิดเห็นเอนเอียงไปด้านใดด้านหนึ่งหรือเพราะความไม่รอบคอบ หรือมีข้อมูลน้อยเกินไป) จึงทำให้สรุปข้อมูลที่ได้มาอย่างไม่ถูกต้อง

ปุลยูนุช กุลเพชร (2552 : 22) กล่าวว่าลักษณะของข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ มีสาเหตุมาจากหลายด้านกล่าวคือ อาจเกิดจากตัวผู้เรียนเองคือ อ่านคำถามไม่เข้าใจ เข้าใจคำถามผิดจากที่ครูถาม ไม่เข้าใจสัญลักษณ์ หรือการใช้คำถามในรูปแบบ เช่น ไม่เข้าใจกฎ นิยาม สูตร เป็นต้น หรือบางครั้งครูผู้สอนเองทำให้ผู้เรียนเกิดข้อผิดพลาดทางการเรียน

สรุปได้ว่า ลักษณะข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์เกิดจากหลายสาเหตุ เช่น อาจเกิดจาก ตัวผู้สอน ผู้เรียน หรือ หนังสือตำราเรียน การใช้คำถาม การอธิบาย การใช้ภาษาของครูและเทคนิควิธี รวมทั้งการนำเสนอสื่อของครูก็อาจเป็นสาเหตุหนึ่ง หรือ การขาดความระมัดระวัง ขาดความรอบคอบ ขาดความตระหนัก เข้าใจคลาดเคลื่อน ขาดประสบการณ์ อ่านคำถามไม่เข้าใจของนักเรียน หรือ การนำเสนอเนื้อหาในหนังสือ เอกสาร ตำราที่ใช้ภาษากวน ข้อมูลผิดพลาด การขาดการตรวจสอบเนื้อหา ก็สามารถเป็นสาเหตุของข้อผิดพลาดได้เช่นเดียวกัน

#### ประเภทของความผิดพลาด

พรพิมล ยังจิม (2546 : 18) ได้สรุปว่า ประเภทของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด แบ่งตามสถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน สถานการณ์ที่สอดคล้องกัน และสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์ ไม่สามารถมองเห็นภาพจริงได้ และไม่มีการวัดใดที่มีความถูกต้องสมบูรณ์แบบ ไม่ว่าจะอย่างไรก็ตาม การวัดจะต้องมีความผิดพลาดอยู่เสมอ ความผิดพลาดแบ่งออกได้เป็น 3 แบบ หลักๆ คือ

1. ความผิดพลาดบุคคล (Human Error)
2. ความผิดพลาดระบบ (Systematic Error)
3. ความผิดพลาดไม่แน่นอน (Random Error)

#### ความผิดพลาดบุคคล (Human Error)

สาเหตุ : ส่วนใหญ่มาจากบุคคลผู้ทำการวัดเอง เช่น การอ่านค่าผิด, การปรับแต่หรือใช้เครื่องมือผิดหรือการคำนวณผิด

การป้องกัน : แก้ไขหรือทำให้ลดลง ได้โดยการศึกษาเครื่องมือวัดให้เข้าใจ และใช้อย่างถูกต้อง

ความผิดพลาดระบบ (Systematic Error) แบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ

Instrument Error : เป็นข้อบกพร่องของเครื่องมือวัด

Environment Error : เกิดจากสภาพแวดล้อมที่ทำการวัด

ความผิดพลาดในเครื่องมือ (Instrument Error)

สาเหตุ : ความผิดพลาดจากชิ้นส่วนทางกายภาพ เช่น ทางกลไกสึกหรอ หรือผิด, ความผิดปกติของสปริง หรือคุณสมบัติของวัสดุประกอบ

การป้องกัน : เลือกเครื่องมือวัด ที่เหมาะสมกับการวัด, ใส่ค่า Factor หรือ Weight เพื่อชดเชยค่าที่เบี่ยงเบนไป และปรับเทียบมาตรฐาน (Calibrate)

ความผิดพลาดจากสิ่งแวดล้อม (Environment Error)

สาเหตุ : จากเงื่อนไขภายนอก เช่น การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ, ความชื้น, ความกดอากาศ, สนามแม่เหล็ก หรือสนามไฟฟ้า

การป้องกัน : วัดในห้องที่มีการปรับอุณหภูมิ, ผนึกเครื่องมือวัดอย่างแน่นหนา เพื่อป้องกันความชื้น และห่อหุ้มด้วยวัสดุที่ป้องกันสนามแม่เหล็ก

ความผิดพลาดไม่แน่นอน (Random Error)

สาเหตุ : ไม่สามารถบอกสาเหตุที่แน่นอนได้ การวัดสิ่งเดียวกันหลายครั้งได้ค่าแตกต่างกันไป แม้เครื่องมือวัดจะถูกปรับแต่งอย่างดี และใช้งานภายใต้สิ่งแวดล้อมที่เหมาะสมก็ตาม

การป้องกัน : เพิ่มจำนวนครั้งในการวัดแล้วหาค่าเฉลี่ยทางสถิติ เพื่อให้ได้ค่าประมาณที่จัดว่าเป็นค่าที่ดีที่สุด

รูปแบบข้อผิดพลาด มี 3 แบบคือ

1. Syntax Error คือ ข้อผิดพลาดจากการใช้ไวยากรณ์ภาษาที่ผิด หรือ อาจเกิดจากการสะกดคำผิด
2. Run-time Error คือ ข้อผิดพลาดในระหว่างการปฏิบัติงาน(Execution) มักเกิดจากความรู้เท่าไม่ถึงการณ์
3. Logical Error คือ ข้อผิดพลาดที่หาและแก้ได้ยากที่สุด ต้องทำการไล่โปรแกรมทีละคำสั่งเพื่อหาข้อผิดพลาดนั้น

วิธีการตรวจสอบข้อผิดพลาด มีดังนี้

1. การตรวจสอบด้วยตนเอง (Self Checking) เขียนโปรแกรมลงกระดาษแล้วไล่เช็คตรวจสอบการทำงานทีละขั้นด้วยตนเองว่าจะมีการทำงานที่ถูกต้องตามความต้องการหรือไม่
2. ตรวจสอบด้วยการแปลโปรแกรม (Translating) การแปลเป็นภาษาเครื่อง ตรวจสอบข้อผิดพลาดของโปรแกรม

## การวิเคราะห์ห้มนทัศนที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

การวิเคราะห์ห้มนทัศนที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (Analysis of misconceptions and errors) หมายถึง เป็นการแยกแยะระหว่างมทัศนที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเพื่อพิจารณาออกเป็นส่วนย่อยที่มีความสัมพันธ์กัน เพื่อทำความเข้าใจแต่ละส่วนให้แจ่มแจ้ง รวมทั้งการสืบค้นความสัมพันธ์ของส่วนต่าง ๆ เพื่อดูว่าส่วนประกอบปลีกย่อยนั้นสามารถเข้ากันได้หรือไม่ สัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันอย่างไร ซึ่งจะช่วยให้เกิดความเข้าใจต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใดอย่างแท้จริง

โมว์โซวิทซ์ และคณะ (Movshovitz and others. 1987 : 4-17) กล่าวว่ากรวิเคราะห์ห้มนทัศนที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด มีทั้งหมด 5 ด้าน และมีการรวมด้านย่อยๆ เพื่อให้กรวิเคราะห์ข้อมูลมีความชัดเจน เหมาะสมกับเนื้อหา ระดับชั้นของนักเรียน และบริบทของชั้นเรียน ดังนี้

1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) มีมทัศนที่คลาดเคลื่อนดังนี้
  - 1.1 ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา
  - 1.2 ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ
  - 1.3 คัดลอกโจทย์ผิด
2. ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language) มีมทัศนที่คลาดเคลื่อน คือ ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
3. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition) มีมทัศนที่คลาดเคลื่อนดังนี้
  - 3.1 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ
  - 3.2 จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด
4. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) มีมทัศนที่คลาดเคลื่อนดังนี้
  - 4.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ
  - 4.2 ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก
5. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error) มีมทัศนที่คลาดเคลื่อน คือ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

Wayne (<http://www.americanchronicle.com/articles/view/110106>) ที่จะกล่าวอ้างถึงความจริงเชิงตรรกะ เราขีดที่ตรงกรใช้คำฟุ่มเฟือย เรามีความเข้าใจผิดเกี่ยวกับตรรกะเกี่ยวกับโลกมาก ที่

เรามุ่งหวังที่จะแสดงความเหนือกว่าโดยธรรมชาติของเรา ความเข้าใจผิดตระการมาก ดังสืบตัวอย่างที่ส่วนใหญ่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ดังนี้

1. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับการใส่ผิดค่า ผิดที่ ผิดตำแหน่ง เด็กไม่รู้ว่าแต่ละจำนวนควรอยู่ตำแหน่งไหน

2. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเศษส่วน 1 หาด้วย  $\frac{1}{2}$  คำตอบคือ  $\frac{1}{2}$  ซึ่งผิด คำตอบที่ถูกคือ 2 และ 1 หาด้วย 2 คำตอบคือ  $\frac{1}{2}$  เพราะจำนวนเต็มหารด้วยเศษส่วนจะได้เศษส่วนเสมอ แต่เมื่อคูณหาร  $\frac{1}{2}$  ตัวหารเป็น  $\frac{1}{2}$  มีค่าเท่ากับ 1 และ  $\frac{1}{2}$  หาด้วย  $\frac{1}{4}$  มีค่าเท่ากับ 2 หรือการประยุกต์ใช้วิธีอื่น โดยการหาร 1 ด้วย  $\frac{1}{2}$  หมายถึงการตัดจำนวนหลัก (1 ในกรณีนี้) ออกเป็น 2 ส่วนครึ่งหนึ่ง ซึ่งเป็น 2 ทั้งหมด

3. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความน่าจะเป็นของการแบ่งส่วนของวงกลม หมุนจากจุดศูนย์กลางที่แบ่งออกเป็นสามส่วน ครึ่งหนึ่งของวงกลมเป็นสีแดงอีกครึ่งหนึ่งแบ่งออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กันคือสีน้ำเงินและ สีเขียว ในการหมุนหนึ่งครั้งความน่าจะเป็นที่จะได้สีน้ำเงินเป็นเท่าไร คนส่วนมากจะตอบทันทีว่า  $\frac{1}{3}$  ซึ่งเป็นคำตอบที่ผิด เรากล่าวว่าครึ่งวงกลมเป็นสีแดง อีกครึ่งหนึ่งแบ่งออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน ที่ทำให้แต่ละส่วนเหล่านั้น  $\frac{1}{4}$  ของวงกลมทั้งหมด ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะได้สีน้ำเงิน เป็น  $\frac{1}{4}$

4. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความน่าจะเป็น ของการหยิบไพ่ ในการสุ่มใน 1 สัปดาห์ให้หาความน่าจะเป็นของ การหยิบไพ่ได้ เอช หรือหัวใจเป็นอย่างใด สาเหตุที่คิดผิด คือ มี 4 เอชและ 13 หัวใจ ส่วนใหญ่จะนำ 4 และ 13 มารวมกัน เป็น 17 ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ในการหยิบไพ่ 52 ใบเท่ากับ  $\frac{17}{52}$  จึงผิด เพราะคุณนับแต้มของหัวใจสองครั้ง คำตอบที่ถูกคือ  $\frac{16}{52}$

5. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์ แนวคิดของทฤษฎีพีทาโกรัสที่มีชื่อเสียง คนส่วนใหญ่คิดว่าพีทาโกรัสมัน :  $a^2 + b^2 = c^2$  ผิดนี้จะสามารถเป็นจริงหากเส้นแขนงของสามเหลี่ยมมุมฉากจะแทนด้วย B และ C ตามลำดับและคิดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก แต่ถ้าตัวอักษรเหล่านั้นจะหันไปรอบ ๆ เพื่อที่หนึ่งของเส้นแขนงจะแสดงเป็น C แล้วสูตรจะไม่ถือจริง ใส่เพียงผลรวมของกำลังสองของความยาวของขาจะเท่ากับกำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

6. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์มาใกล้เกี่ยวกับค่าของ  $p$  เมื่อใดก็ตามที่มีคนถามค่าของ  $p$  จะเข้าใจทันทีว่า  $p$  มีค่าเป็น 3.14 ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ผิด ค่าของ  $p$  จะถูกกำหนดโดยการเปรียบเทียบขอบเขตที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง ดังนั้น เท่ากับ  $\frac{c}{d}$  การวัดที่แม่นยำยิ่งขึ้นถ้าเป็นที่ยอมรับมากขึ้น

7. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

8. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันเช่น  $\frac{1}{3}$

ของบวก  $\frac{1}{3}$  เด็กจะตอบ  $\frac{1}{5}$  ผิด

9. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับจินตภาพ เช่น รากที่สองของ -1 เด็กตอบ -1 เป็นคำตอบที่ผิด คำตอบคือ รากที่สองของ -1 เป็นจินตภาพ

10. ความเข้าใจผิดวิธีการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเลขอนุกรม เช่น การหาผลบวกตั้งแต่ 1 ถึง 100 Carl Friedrich Gauss, เขาหาผลรวมมาถึงที่จำนวน 5,050 ซึ่งเป็นผลรวมของลำดับหรือผลรวม = จำนวนครั้ง (ครั้งแรก + ล่าสุด) หารด้วย 2 หรือ  $S = N(F + L) / 2S = \frac{(F + L)}{2}$

ตัวอย่าง การวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของการบวกของเด็กหญิงรัตนา เป็นดังนี้

จากการตรวจแบบฝึกหัดของเด็กหญิงรัตนา พบว่า ได้คำตอบดังนี้

E . 43	F. 88
+ 65	+ 39
108	1117

การวิเคราะห์หาแบบรูปของความคลาดเคลื่อน

เด็กหญิงรัตนา นำหลักหน่วยบวกกันแล้วก็เขียนไว้ หลักสิบบวกกันแล้วก็เขียนไว้เช่นกัน แต่ผลรวมของหลักหน่วยกับหลักสิบนั้นถูกเขียนแยกจากกัน โดยไม่ได้คำนึงถึงค่าของตำแหน่งในผลรวม นี่เป็นวิธีการที่เด็กหญิงรัตนา ใช้ในการบวกเลข อาจจะเป็นเพราะว่าเด็กหญิงรัตนา มีความเข้าใจในเรื่องของค่าตำแหน่งว่าหลักหน่วยรวมหลักหน่วย หลักสิบรวมหลักสิบ ดังนั้นในตัวอย่าง F คำตอบที่ได้จากการบวกของเด็กหญิงรัตนา อาจจะเป็นการบวกในลักษณะดังกล่าวก็คือ 8 รวมกับ 3 สิบเป็น 11 ในหลักสิบ และ 8 รวมกับ 9 เป็น 17 ในหลักหน่วยนั่นเอง ซึ่งพบว่ามึนนักเรียนจำนวนมากที่มีปัญหาการบวกเลข โดยวิธีนี้ และบางคนก็จะบวก 8 กับ 9 ก่อน เนื่องจากเหตุผลที่ว่า “หลักหน่วยต้องบวกก่อนนั้น”



## สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

เด็กหญิงรัตนา มีความเข้าใจในเรื่องของค่าตำแหน่งว่าหลักหน่วยรวมหลักหน่วย หลักสิบรวมหลักสิบ ดังนั้นในตัวอย่าง F คำตอบที่ได้จากการบวกของเด็กหญิงรัตนา อาจจะเป็นการบวกในลักษณะดังกล่าวคือ 8 รวมกับ 3 สิบเป็น 11 ในหลักสิบ และ 8 รวมกับ 9 เป็น 17 ในหลักหน่วยนั่นเอง ซึ่งพบว่ามือนักเรียนจำนวนมากที่มีปัญหาการบวกเลขโดยวิธีนี้ และบางคนก็จะบวก 8 กับ 9 ก่อน เนื่องจากเหตุผลที่ว่า “หลักหน่วยต้องบวกก่อนนั่นเอง”

### แนวทางแก้ไข

1. การใช้แท่งไม้เดี่ยวหลายๆแท่งกับแท่งไม้ที่รวมกันเป็นมัด โดยใช้แทนจำนวนบวกทั้งสองจำนวน มัดแท่งไม้มัดละ 10 แท่ง เหมือนกับที่ได้ทำมาแล้วตั้งข้างต้น แต่ที่สำคัญคือต้องเริ่มจากการนับไม้เดี่ยวทีละแท่งก่อนจากนั้นค่อยรวมเป็นมัด และถ้าเป็นไปได้ให้เพิ่มเติมในเรื่องของการทดเลขกับนักเรียน โดยการมัดแท่งไม้มัดละ 10 แท่ง จำนวน 10 มัด ซึ่งในระหว่างที่ให้นักเรียนปฏิบัติก็ให้จดบันทึกผลในแต่ละขั้นตอนไปด้วย
2. การจัดเตรียมชุดตัวเลข (0-9) และกรอปลาคำตอบให้กับนักเรียน โดยในแต่ละกล่องของกรอปลาคำตอบจะต้องอยู่ในเลขหลักหน่วยคือไม่เกิน 0-9 เท่านั้น จากนั้นให้นักเรียนใช้กระดาษแข็งหรือพลาสติกแทนตัวเลขในการหาคำตอบจากโจทย์โดยใส่ลงในกล่อง ซึ่งกิจกรรมนี้จะช่วยให้นักเรียนสามารถจดจำกฎของการทดเลขได้
3. การเล่นเกมแลกเปลี่ยน เพื่อพัฒนาทักษะการบวกเลขจำนวนมาก การเล่นเกมจากค่าของเบี้ยเงิน โดยมีการระบุค่าของเบี้ยในรูปแบบที่ชัดเจน อย่งไรก็ตามเพื่อให้ง่ายต่อการคิดควรจะเริ่มต้นจากฐานเลขที่น้อยกว่า 10 ก่อน วิธีการเล่นก็คือ นักเรียนคนแรกจะต้องทอยลูกเต๋า ซึ่งได้แต้มอะไรก็ตามจะต้องได้เบี้ยตามกฎที่กำหนดไว้ของเกม เช่นถ้ากำหนดที่ฐาน 5 จะ ได้แต้มละ 5 เบี้ย ถ้ากำหนดที่ฐาน 10 จะ ได้แต้มละ 10 เบี้ย จากแต้มลูกเต๋าทที่ทอยได้ เล่นแบบนี้จนกระทั่งมีนักเรียนได้เบี้ยมากตามที่เกมกำหนดเป็นคนแรกซึ่งถือว่าเป็นผู้ชนะ

### แนวคิดเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ

อัตรา คือ ข้อความแสดงความเกี่ยวข้องกัน ของปริมาณสองปริมาณ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551 : 47 )

อัตราส่วน คือ การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวน แต่ละจำนวนได้มาจากจำนวนคน จำนวนสัตว์ จำนวนสิ่งของ ความยาวหรือปริมาตร เป็นต้น (ศักดา สวาทะนันท์. 2544 : 45)

อัตราส่วน เป็นการเขียนเพื่อแสดงการเปรียบเทียบจำนวนสิ่งของตั้งแต่สองสิ่งขึ้นไป อัตราส่วนสามารถใช้เขียนแทนอัตรา และแทนการเปรียบเทียบได้ (พรรณี ศิลปะวัฒนานันท์. 2542 : 29)

Fehr & Phillips (1967 : 322) ได้เสนอแนวคิดในเรื่องเปรียบเทียบที่มีหน่วยการวัดต่างกันว่า ถ้าไม่เปลี่ยนหน่วยเดียวกันอาจเข้าใจผิดได้ เช่น การเปรียบเทียบ 4 ฟุต กับ 3 หลา ถ้าเขียน 4 : 3 ก็แสดงว่า จำนวนแรกมีค่ามากกว่าจำนวนหลัง แต่ในความเป็นจริงแล้ว 4 ฟุต น้อยกว่า 3 หลา ถ้าเปลี่ยนให้หน่วยของปริมาณทั้งสองเป็นฟุต จะได้การเปรียบเทียบระหว่าง 4 ฟุต กับ 9 ฟุต ซึ่งเขียนในรูป อัตราส่วน คือ 4 : 9

พรรณทิพย์ ม้ามณี (2520 : 17 – 19) ได้เสนอว่า ร้อยละเป็นอัตราอันหนึ่ง และเป็นอัตราส่วนด้วย แต่ไม่ใช่ตัวเลขซึ่งใช้แทนจำนวนตรรกยะ เมื่ออัตราส่วนเขียนแทนด้วยเศษส่วนได้ เช่น ถ้ากำหนดจำนวนตรรกยะ 2 จำนวน คือ  $\frac{3}{4}$  และ  $\frac{5}{8}$  ถ้าเป็นการบวกเศษส่วนผลลัพธ์บวกที่ได้ คือ  $\frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{6}{8} + \frac{5}{8} = \frac{11}{8}$  แต่ถ้า  $\frac{3}{4}$  และ  $\frac{5}{8}$  เป็นอัตราส่วน เมื่อพิจารณา  $\frac{3}{4}$  แทนอัตราส่วนดังนี้ “ทีมเราชนะ 3 ใน 4 เกมในการเล่นฟุตบอล” และ  $\frac{5}{8}$  แทนอัตราส่วน ดังนี้ “ทีมเราชนะ 5 ใน 8 เกมในการเล่นบาสเกตบอล” จากการเล่นทั้งสองอย่างนี้เราสามารถสรุปได้ว่า “ทีมเราชนะ 8 ใน 12 เกม” ในปีที่ หรือ  $\frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{8}{12}$  ซึ่งไม่ได้มีค่าเป็น  $\frac{11}{8}$  เหมือนการบวกเศษส่วนทั่วไป และแน่นอนย่อมมีตัวเลขต่างๆ แทนอัตราส่วนเหมือนกับที่มีตัวเลขต่างๆ แทนจำนวนตรรกยะ ดังนั้น 3 : 4 จะสมมูลกับ 6 : 8

ดังนั้น  $\frac{3}{4}, \frac{75}{100}, 0.75, 75\%$  เป็นตัวเลขที่แทนอัตราเดียวกัน มีวิธีต่างๆ ที่ใช้บอกอัตรา  $\frac{3}{4}$  ซึ่งแตกต่าง

จากจำนวนตรรกยะ  $\frac{3}{4}$  บางแห่งใช้ (3, 4) หรือ  $\frac{3}{4}$  ดังนั้น ร้อยละคืออัตราส่วนอันหนึ่งซึ่งเปรียบเทียบฐานเป็น 100 และปัญหาเกี่ยวกับร้อยละสามารถเขียนได้ 3 รูปดังนี้

$$1. 6\% \text{ ของ } 84 \text{ คืออะไร เทียบเป็นอัตราส่วน } 2 \text{ อันที่เท่ากันคือ } \frac{6}{100} = \frac{x}{84}$$

$$2. 12 \text{ เป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของ } 60 \text{ เทียบได้กับอัตราส่วน } 2 \text{ อันที่เท่ากัน คือ } \frac{x}{100} = \frac{12}{60}$$

$$3. 7 \text{ เป็น } 9\% \text{ ของจำนวนใด เทียบได้กับอัตราส่วน } 2 \text{ อันที่เท่ากัน คือ } \frac{7}{x} = \frac{9}{100}$$

การให้นักเรียนเข้าใจการหาร้อยละ โดยการใช้การเท่ากันของอัตราส่วน นอกจากจะเห็นความแตกต่างของจำนวนตรรกยะกับร้อยละชัดเจนแล้วยังสามารถช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหได้ง่ายขึ้นด้วยไม่ว่าสถานการณ์จะเป็นอย่างไร

พรรณิ ศิลปะวัฒนานันท์ (2542 : 30) ได้เสนอ หลักการหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้ ดังนี้

1. ใช้หลักการคูณ ให้  $a : b$  เป็นอัตราส่วน เมื่อนำจำนวนเดียวกันซึ่งไม่เท่ากับศูนย์ไปคูณ  $a : b$  จะได้อัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม ดังนั้น  $a \times c : b \times c$

2. ใช้หลักการหาร ให้  $a : b$  เป็นอัตราส่วน เมื่อนำจำนวนเดียวกันซึ่งไม่เท่ากับศูนย์ไปหาร  $a : b$  จะได้อัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม ดังนั้น  $a \div c : b \div c$

การแก้โจทย์ปัญหาสัดส่วน สามารถใช้ความรู้เรื่องสัดส่วนโดยพิจารณาจากลักษณะปัญหาซึ่งประกอบด้วย

1. ข้อความที่เป็นอัตราส่วนของจำนวนสิ่งของสองสิ่งหรืออัตรา
2. โจทย์จะกำหนดจำนวนของสิ่งหนึ่งมาให้ แล้วให้หาจำนวนของอีกจำนวนหนึ่งสำหรับวิธีการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ในเรื่องสัดส่วน มีวิธีการดังนี้

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจ แล้ววิเคราะห์โจทย์ว่า

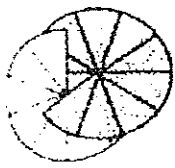
- 1.1 โจทย์ถามอะไร
- 1.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้

2. กำหนดค่าตัวแปร (โดยส่วนใหญ่จะเป็นสิ่งที่โจทย์ถาม)

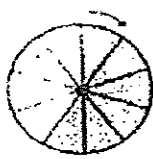
3. เขียนสัดส่วนแสดงอัตราส่วนสองอัตราส่วนที่เท่ากัน ตามเงื่อนไขของโจทย์ โดยให้ลำดับของสิ่งที่เปรียบเทียบกันในแต่ละอัตราส่วนเป็นลำดับเดียวกัน

โซเบล (Soble. 2010 : 111 – 112) กล่าวว่านักเรียนหลายคนมีปัญหาเกี่ยวกับร้อยละทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและมัธยมศึกษาตอนปลาย ส่วนหนึ่งของปัญหาเกิดจากวิธีการที่ใช้สอนปกติในเรื่องร้อยละ คือการเน้นกันมากที่ขั้นตอนการคิดคำนวณ ซึ่งทำให้นักเรียนขาดความเข้าใจในความคิดรวบยอด และมีทักษะเพียงเล็กน้อยในการคำนวณ นักเรียนหลายคนไม่สามารถประมาณค่าร้อยละด้วยสายตา เพราะเขาไม่ใคร่จะเห็นเรื่องนี้ในรูปแบบสื่อที่เป็นรูปธรรมกิจกรรมและประสบการณ์ที่ได้ลงมือกระทำเกี่ยวกับร้อยละ จะทำให้เกิดความชัดเจนและเข้าใจความคิดรวบยอดดีขึ้น นอกจากนี้ Soble ได้เสนอการสอนร้อยละโดยใช้เทคนิคการนำเสนอและประสบการณ์ที่ลงมือปฏิบัติ มีดังนี้

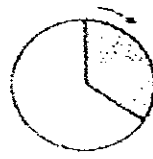
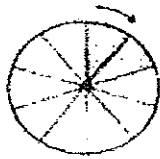
1. เทคนิคการนำเสนอเรื่องร้อยละโดยใช้ การตัดกระดาษเป็นรูปวงกลม 2 วงที่มีขนาดเดียวกันแต่สีต่างกัน แบ่งวงกลมเป็น 10 ส่วนเท่าๆกัน ตัดตามรัศมี 1 ด้าน ไปที่จุดศูนย์กลางของแต่ละวง สอดวงกลมหนึ่ง เพื่อให้สามารถหมุนได้จาก 0 % ถึง 100% ของสีนั้นๆ ใช้ด้านที่ทำเครื่องหมายไว้ทั้งคู่ นักเรียนก็จะสามารถนับที่ละ 10 % หน่วยเพื่อให้เห็นร้อยละต่างๆกัน ใช้ด้านที่ไม่ได้ทำเครื่องหมาย เพื่อให้ให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ที่มีค่าในการประมาณสายตา (ดังภาพที่ 2)



สอดวงกลมรูปหนึ่ง  
เข้าไปอีกรูปหนึ่ง



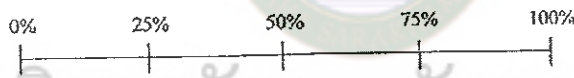
หมุนด้านที่มีเครื่องหมาย  
แรเงา 60 % แรเงา 20%



หมุนด้านที่มีเครื่องหมาย  
35 % แรเงา 55 %

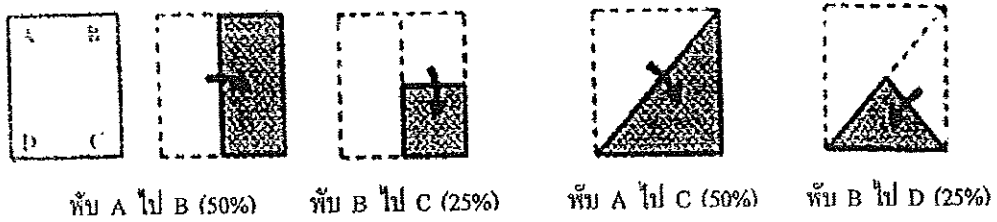
ภาพที่ 2 รูปจำลองแสดงการนำเสนอการประมาณค่าร้อยละ

การใช้เส้นจำนวนเป็นรูปจำลองในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องร้อยละในใจ สำหรับปัญหาที่เกี่ยวข้องกับ 25% , 50 % , 75 % โดยเริ่มต้นด้วยการแบ่งเส้นจำนวนเป็น 4 ส่วนเท่าๆกัน



จากเส้นจำนวนดังกล่าว ถ้าต้องการทราบว่า 75 % ของ 12 มีค่าเท่าใด วิธีการใช้คือ วาง 0 ไว้ใต้ 0 % และ 12 ใต้ 100 % จำนวนที่จะอยู่ใต้ 75 % ก็คือ 9 ซึ่งสังเกตได้ว่าสามารถประมาณคำตอบเหล่านี้ในใจได้ ผู้สอนสามารถนำเสนอ โดยใช้อุปกรณ์ หรือ ใช้กระดาษ ซึ่งเป่าหมายเพื่อส่งเสริมให้นักเรียน คิดในใจบนเส้นจำนวน เวลาที่ใช้ทบทวนโจทย์ร้อยละอย่างง่ายด้วยรูปจำลอง จะสามารถพัฒนาความเข้าใจในเรื่องร้อยละได้

2. ประสบการณ์ที่ได้ลงมือปฏิบัติ โดยการใ้รูปแบบจำลองเรขาคณิตแทนที่จะเป็นรูปแบบจำลองเลขคณิตซึ่งนำไปสู่สถานการณ์การแก้ปัญหาที่น่าสนใจ โดยใช้กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแก่นักเรียนแต่ละคนแล้วให้เขากำหนดจุดยอดตามลำดับ A, B, C และ D พับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสครึ่งแสดง หลังจากพับแล้วจะได้รูปเป็นร้อยละเท่าใดของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเดิม (ดังภาพที่ 3)



ภาพที่ 3 รูปจำลองเรขาคณิตแสดงการประมาณค่าร้อยละ

คราวนี้ดูว่ามีนักเรียนกี่คนคำนวณร้อยละได้ถูกต้อง จากการใช้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสดังกล่าวในแต่ละกรณี โดยไม่ต้องพับกระดาษจริงๆ จากนั้นใช้การพับกระดาษเป็นการตรวจสอบ

พับ A ไปที่จุดกึ่งกลางด้าน AB	(75%)
พับ A, B, C, D ไปที่จุดศูนย์กลางของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	(50%)
พับ A ไปที่ C และ B ไปที่ C	(37.5%)

จากที่นี้นักการศึกษาหลายท่านได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ ผู้สอนสามารถใช้เป็นแนวทางในการนำเสนอเนื้อหา และจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีความน่าสนใจ

#### เทคนิคการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya, 1957 : 5-40) เป็นหนึ่งในบุคคลกลุ่มแรกที่ได้สนใจในเรื่องกระบวนการแก้โจทย์ (Problem Solving) เขาได้เขียนหนังสือที่มีชื่อเสียงเล่มหนึ่ง คือ How to Solve it ซึ่งเป็นหนังสือที่ชี้แนะกลวิธีในการแก้โจทย์ซึ่งประกอบด้วยการตั้งต้นคั้งต่อไปนี้

การแก้โจทย์ปัญหาเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน ที่จะต้องใช้ทั้งความรู้ ประสบการณ์ ที่ผ่านการแก้โจทย์ปัญหาที่หลากหลาย การรู้อย่างชัดเจน การรู้อย่างแจ่มแจ้ง ทักษะคิด ความเชื่อ และความสามารถที่เพียงพอในการแก้โจทย์ปัญหา กิจกรรมต่าง ๆ เหล่านี้ไม่สามารถที่จะสรุปได้เป็นกฎเพื่อหาคำตอบเช่นเดียวกับทักษะการคิดคำนวณได้ อย่างไรก็ตามจากผลการวิจัยและผลในการสังเกตการสอนในชั้นเรียนของนักคณิตศาสตร์ศึกษา น่าจะสรุปได้ว่าการที่เด็กได้เรียนรู้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 3 จะสามารถช่วยเด็กในการปรับปรุงความสามารถในการที่จะวางแผนในการแก้โจทย์ปัญหาได้ นอกจากนี้ เทคนิควิธีการสอนที่ดีของครูก็มีส่วนช่วยให้เด็กประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาได้เช่นเดียวกัน

ในการสอน โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนควรมีความรู้ความเข้าใจใน องค์ประกอบของกระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาด้วย ซึ่งประกอบด้วยสิ่งสำคัญหลายอย่าง ดังต่อไปนี้

1. การมองเห็นภาพ (Visualizing) ผู้ที่จะแก้ปัญหาจะต้องมองทะลุและกว้างไกล มองเห็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหา
2. การจินตนาการ (Imagining) ในการคิดแก้ปัญหาจะต้องรู้จักจินตนาการ ว่าควรเป็นอย่างไร เพื่อเป็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหา
3. การจัดทำอย่างมีทักษะ (Manipulating) เมื่อมองเห็นแนวทางแล้วก็ลงมือทำอย่างมีระบบ มีขั้นตอน ทำด้วยความชำนาญ
4. การวิเคราะห์ (Analyzing) รู้จักวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่กระทำนั้น
5. การสรุป (Abstracting) ลงมือกระทำจนมองเห็นรูปแบบแล้วก็สามารถสรุปได้
6. การโยงความคิด (Associating ideas) ความสามารถในการสัมพันธ์ความคิดและมองเห็นแนวทางได้

นักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านได้ใช้ความพยายามอย่างเต็มที่ที่จะหาคำตอบว่า “ทำอย่างไร เราจึงจะสอนให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์” ผลของความพยายามนี้ ทำให้เราได้ทราบวิธีการที่จะช่วยนักเรียนได้บ้าง แม้ว่าจะยังไม่เป็นที่น่าพอใจนักก็ตาม ซูแดม (Suydam, 1995 : 47) ได้รวบรวมผลงานวิจัยของนักการศึกษาและผู้สนใจแล้วสรุปไว้ในหนังสือ Teaching and Learning : A Problem Solving - focus ของสมาคมครูผู้สอนคณิตศาสตร์ของอเมริกา (NCTM)

การสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีสาระบางประการที่น่าสนใจ ดังนี้

1. การสอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหาล่าง ๆ ให้แก่นักเรียน ช่วยเพิ่มหนทางในการแก้ปัญหา ในการจัดการกับโจทย์ปัญหา ถ้าวิธีการหนึ่งใช้ไม่ได้ผล ก็ยังมีอีกวิธีหนึ่งที่น่าจะทดลองใช้ดู
2. การวางระบบการสอนแก้โจทย์ปัญหา ช่วยเพิ่มความสามารถของนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหา อีกทั้งการสอนยุทธวิธีเฉพาะเรื่อง เป็นสิ่งที่จะช่วยนักเรียนได้ดี
3. การเขียนแผนผัง การทบทวนโจทย์ไปมา การเขียนข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้มาช่วยได้อย่างมากในการคิดแก้โจทย์ปัญหา อย่างน้อยก็ช่วยให้เกิดภาพของโจทย์ที่เป็นรูปธรรม ช่วยในเรื่องของการคิดต่อ และช่วยให้จำโจทย์ได้ง่ายขึ้น
4. การอภิปรายซักถามเกี่ยวกับยุทธวิธีที่ใช้ พร้อมให้เหตุผลด้วยว่าทำไมจึงใช้ยุทธวิธีเช่นนั้น การรู้ไม่เพียงแต่ว่า “ทำอะไร” แต่รู้ด้วยว่า “ทำไมจึงต้องทำเช่นนั้น” ช่วยเสริมในการถ่ายโยงวิธีการไปยังปัญหาอื่น ๆ ได้ด้วย

5. สิ่งสำคัญในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ การแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่า เราตีความจากโจทย์ปัญหาออกมาเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ ได้อย่างไร สิ่งนี้เป็นเรื่องที่สำคัญมากในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

6. การทำงานรวมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพื่อแก้โจทย์ปัญหา เป็นทางหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนมีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

7. เทคนิคและยุทธวิธีในการแก้ปัญหา สามารถสอนหรือเรียนรู้ได้นอกเหนือจากประสบการณ์การแก้ปัญหา นักเรียนควรได้รับการเสนอแนะเทคนิควิธีที่มีประสิทธิภาพ และหลากหลายในการแก้ปัญหาคำ

8. ไม่มีเทคนิควิธีการแก้ปัญหาใดที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหาได้ทุกรูปแบบการแก้ปัญหาหนึ่งอาจใช้ เทคนิควิธีการแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธีก็ได้

9. การสอนให้นักเรียนรู้จักเทคนิควิธีการแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธี จะเป็นการเตรียมนักเรียนให้พร้อม ที่จะเลือกเทคนิควิธีที่เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์ในการแก้ปัญหาที่เขาเผชิญ

10. ควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนมีโอกาสในการแก้ปัญหา ในหลายรูปแบบและเป็นปัญหาที่นักเรียนต้องใช้ความพยายามในการแก้ปัญหารวมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนใช้เทคนิควิธีต่าง ๆ หลาย ๆ วิธี เพื่อให้ตระหนักว่าการแก้ปัญหาไม่จำเป็นจะต้องมีวิธีการแก้ปัญหาเพียงวิธีเดียว

11. ปัญหาที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน จากการวิจัยพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาสัมพันธ์กับระดับพัฒนาการของผู้เรียน

#### แนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา

แนวทางในการแก้โจทย์ปัญหานี้จะเป็นเครื่องมือที่จะนำพาให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา แนวทางในการแก้ปัญหา อาจหมายถึง กระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา หรืออาจหมายถึงวิธีการเฉพาะที่เหมาะสมกับสภาพของปัญหา ซึ่งใช้ช่วยในการหาคำตอบ โดยแต่ละแนวทางมีรายละเอียดดังนี้

#### 1. แนวทางการแก้โจทย์ปัญหาที่หมายถึงกระบวนการ

กระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาที่นิยมกันอย่างแพร่หลาย คือ กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา ซึ่งมีลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ

1.1 การเข้าใจปัญหา ต้องทำความเข้าใจว่า สิ่งใดที่เราต้องการค้นหา สิ่งใดคือ ข้อมูล สิ่งใดคือเงื่อนไข และเงื่อนไขนั้นจะเป็นตัวนำไปสู่สิ่งที่เราค้นหาหรือไม่ จากนั้นเป็นการวางแผนผัง เพื่อแสดงให้เห็นถึงจุดที่สำคัญได้ และแยกเงื่อนไขออกเป็นตอน ๆ

1.2 การคิดวางแผนในการแก้ปัญหา เป็นการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล กับ สิ่งที่ต้องการค้นหา แต่ถ้าหากไม่สามารถหาพบได้ในทันทีทันใดนั้น ต้องรู้จักพิจารณาปัญหา ข้างเคียงประกอบการวางแผน ในการคิดวางแผนนี้ต้องพิจารณาว่า เคยเห็นปัญหานั้น มาก่อน หรือไม่ ทราบข้อมูลที่เกี่ยวข้อง หรือทฤษฎีที่จะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาหรือไม่ ถ้าไม่สามารถแก้ปัญหาทั้งหมดได้ ก็พยายามแก้ปัญหามบางส่วนก่อน และพิจารณาว่าปัญหานั้นเป็น ปัญหาทั่ว ๆ ไป หรือเป็นปัญหาที่เฉพาะเจาะจง

1.3 การดำเนินการตามแผนในการลงมือแก้ปัญหานั้น ต้องมีการทบทวนขั้นตอน แต่ละขั้นตอน ว่าเป็นขั้นตอนที่ถูกต้องหรือไม่ สามารถทดสอบได้หรือไม่ว่าถูกต้อง

1.4 การตรวจสอบการดำเนินการ เป็นการทบทวนผลลัพธ์จากการดำเนินการ แก้ปัญหา และพิจารณาว่าจะสามารถใช้วิธีการนี้กับการแก้ปัญห่อื่น ๆ ได้หรือไม่

## 2. แนวทางการแก้โจทย์ปัญหาเน้นวิธีการเฉพาะ

แนวทางการแก้โจทย์ปัญหาเน้นวิธีการเฉพาะ ที่เป็นเครื่องมือในการแก้โจทย์ปัญหา ได้แก่ ยุทธวิธีต่าง ๆ เช่น ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and check) ใช้ตัวแปร (Use a variable) ค้นหาแบบรูป (Look for a pattern) วาดภาพ (Draw a diagram) สร้างรายการ (Make a list) ทำย้อนกลับ (Work backward) สร้างตาราง (Construct a table) ทำปัญหาให้ง่ายกว่า (Solve a simpler or similar problem) เป็นต้น

การนำเสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาลำหรับนักเรียน สิ่งที่จะต้องตระหนักอยู่เสมอคือ

2.1 ยุทธวิธีทั้งหลาย สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีอยู่อย่างหลากหลาย

2.2 ยุทธวิธีสามารถประยุกต์ใช้ในแนวทางต่างกัน สำหรับปัญหาที่ต่างกัน

2.3 การแก้ปัญหามสามารถแก้ได้หลากหลายวิธี ไม่จำเป็นต้องเลือกใช้ยุทธวิธีที่

เฉพาะเจาะจง

2.4 นักเรียนไม่บรรลุผลในระดับเดียวกันทั้งหมดในการใช้แต่ละยุทธวิธี

2.5 กระบวนการเลือกใช้ยุทธวิธีมีความสำคัญพอ ๆ กับความถูกต้องของการแก้ปัญหา เมื่อแก้ปัญหาได้คำตอบไม่ถูกต้องนักเรียนควรมีโอกาสเลือกและลองใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น ๆ



2.6 นักเรียนทุกคนต้องมีโอกาสที่จะเรียน และมีโอกาสใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การหาแนวทางแก้ไข มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด หมายถึง การหาวิธีการที่จะป้องกันการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือข้อผิดพลาด หรือการสร้างมโนทัศน์ที่ถูกต้องทางคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการศึกษาจากสาเหตุ แล้ว นำหลักการหรือทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์มาแก้ไข

### แบบทดสอบ

แบบทดสอบ (Test) เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลชนิดหนึ่งที่ใช้สำหรับวัดความรู้ทางด้านพุทธินิสัย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบที่วัดสมรรถนะด้านต่างๆที่นักเรียนได้รับการเรียนรู้มาแล้วว่ามีอยู่เท่าใด แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งได้ 2 ชนิด คือ แบบที่ครูสร้าง และแบบมาตรฐานแบบทดสอบที่ดีต้องมี ความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความยุติธรรม ความลึกของคำถาม ความยืดหยุ่น ความจำเพาะเจาะจง ความเป็นปรนัย มีประสิทธิภาพ มีอำนาจจำแนก มีความยาก

มีนักการศึกษา ได้ให้ความหมายไว้หลายท่าน ดังนี้

บุญธรรม กิจปริคาบวิสุทธิ (2542 : 72) ให้ความหมายแบบทดสอบว่า เป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้ในการเปรียบเทียบพฤติกรรมของบุคคลตั้งแต่สองคนขึ้นไป ณ เวลาหนึ่ง หรือของบุคคลเดียวหรือหลายคนในเวลาต่างกัน

สมนึก ภัททิยธณี (2546 : 72) ได้ให้ความหมายไว้ว่า แบบทดสอบ หมายถึง เครื่องมือวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย และมีบทบาทสำคัญมากเพราะเป็นเครื่องมือที่มีลักษณะดีหลายประการ แต่ควรใช้ควบคู่กับเครื่องมือชนิดอื่นๆอย่างหลากหลาย

ไพศาล วรคำ (2552 : 227) ได้ให้ความหมายไว้ว่า แบบทดสอบ (Test) หมายถึง ชุดของข้อคำถามที่ใช้วัดค่าของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง โดยมีคำตอบที่ถูกต้องแน่นอน และมีกฎเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนอย่างสมเหตุสมผลและแน่นอน

บราวน์ (Brown . 1998 : 90 ) ให้ความหมายแบบทดสอบว่าเป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้สำหรับวัดตัวอย่างพฤติกรรม ตามความหมายแบบทดสอบจะมีลักษณะที่สำคัญ 3 ประการ

1. แบบทดสอบเป็นวิธีเชิงระบบ (Systematic Procedure)หมายความว่า แบบทดสอบนั้นจะต้องมีกฎเกณฑ์แน่นอนเกี่ยวกับ โครงการบริหารจัดการและให้คะแนน

2. แบบทดสอบเป็นการวัดพฤติกรรม (Behaviors) ซึ่งจะวัดเฉพาะพฤติกรรมที่วัดได้เท่านั้น โดยผู้ตอบสนองตอบต่อข้อคำถามที่กำหนดให้ มิใช่เป็นการวัดโดยตรง

3. แบบทดสอบเป็นเพียงส่วนหนึ่งของพฤติกรรมที่ต้องการวัดทั้งหมด (Sample of all possible items) ตามความเป็นจริง ไม่มีแบบทดสอบชุดใดที่จะมีข้อคำถามวัดพฤติกรรมที่ต้องการได้ทั้งหมด ฉะนั้นจึงต้องตกลงว่าข้อคำถามในแบบทดสอบเป็นตัวแทนของข้อคำถามทั้งหมดที่ใช้วัดพฤติกรรมนั้นและถ้าผู้ตอบตอบข้อคำถามใดคำถามหนึ่งถูกต้องจะต้องให้คะแนนเท่ากัน

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนประเภทที่ครูสร้างมีหลายรูปแบบ แต่ที่นิยมใช้มี 6 แบบ คือ แบบกาถูกผิด แบบเติมคำ แบบตอบสั้นๆ แบบจับคู่ แบบเลือกตอบ และแบบอัตนัยหรือความเรียง

**ความหมายของแบบทดสอบอัตนัย**

แบบทดสอบอัตนัย คือ เป็นแบบวัดมีลักษณะ ผู้ตอบต้องเขียนบรรยายตอบ ผู้ตอบมีสิทธิจะเขียนตอบอย่างเสรี อาจจะมีคำตอบถูกหลาย ๆ ทาง คำตอบของข้อสอบข้อเดียวกัน อาจจะมี ความแตกต่างทั้งในด้านคุณภาพและความถูกต้อง แบบทดสอบอัตนัย แบ่งได้หลายประเภท

สมนึก ภักทิษณีย์ (2546 : 62-75) กล่าวว่าไว้ว่า แบบทดสอบ(Test)เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลชนิดหนึ่งที่ใช้สำหรับวัดความรู้ทางด้านพุทธินิสัย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบที่วัดสมรรถนะด้านต่างๆที่นักเรียนได้รับการเรียนรู้มาแล้วว่ามีอยู่เท่าใด แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งได้ 2 ชนิด คือ แบบที่ครูสร้าง และแบบมาตรฐานแบบทดสอบที่ดีต้องมีความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความยุติธรรม ความลึกของคำถาม ความยืดหยุ่น ความจำเพาะเจาะจง ความเป็นปรนัย มีประสิทธิภาพ มีอำนาจจำแนก มีความยาก

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนประเภทที่ครูสร้างมีหลายรูปแบบ แต่ที่นิยมใช้มี 6 แบบ คือ แบบกาถูกผิด แบบเติมคำ แบบตอบสั้นๆ แบบจับคู่ แบบเลือกตอบ และแบบอัตนัยหรือความเรียง

**แบบสอบแบบอัตนัยหรือความเรียง (Subjective or Essay Test)**

ลักษณะทั่วไป เป็นข้อสอบที่มีเฉพาะคำถาม แล้วทำให้นักเรียนเขียนตอบอย่างเสรี เขียนบรรยายตามความรู้ และข้อคิดเห็นของแต่ละคน

### หลักในการสร้าง

1. เขียนคำชี้แจงเกี่ยวกับวิธีการตอบให้ชัดเจน ระบุจำนวนข้อคำถาม เวลาที่ใช้สอบ และคะแนนเต็มของแต่ละข้อ
2. เนื่องจากข้อสอบแบบนี้มีเฉพาะคำถาม และแต่ละข้อ มักจะให้คะแนนมากดังนั้นควรเขียนคำถามให้ชัดเจนเพื่อไม่ให้ไขว้เขวในการตอบ
3. ไม่ควรตั้งคำถามเฉพาะประเภทความรู้ความจำหรือถามปัญหาที่มีคำตอบในหนังสือ ซึ่งเป็นการให้ตอบแบบจำกัด (Restricted Response) แต่พยายามถามประเภทสูงกว่าความรู้ความจำ คือถามให้ใช้ความคิด ซึ่งเป็นการให้ตอบแบบขยาย (Unrestricted Response) มักขึ้นต้นด้วยคำว่าจงอธิบาย จงอภิปราย จงบรรยาย จงเปรียบเทียบ จงวิเคราะห์ ให้ประมาณค่าให้บอกความสัมพันธ์ วิเคราะห์ เป็นต้น
4. กำหนดเวลาให้ตอบนานพอสมควร เพราะผู้ตอบต้องใช้เวลารวบรวมความคิด จัดระบบความคิด และเขียนคำตอบด้วยถ้อยคำของตัวเอง หากกำหนดเวลาน้อย ไม่สามารถใช้พลังความคิดได้เต็มความสามารถ
5. เลือกถามเฉพาะจุดที่สำคัญของเรื่อง เพราะไม่สามารถถามได้ทุกเนื้อหาที่เรียน
6. ไม่ควรให้มีการเลือกตอบเพียงบางข้อ เช่น 7 ข้อ ให้เลือกทำ 6 ข้อ หรือ 4 ข้อ ให้เลือกทำ 3 ข้อ เหตุผลมีดังนี้
  - 6.1 ไม่สามารถวัดเรื่องที่สำคัญได้ทุกเรื่อง
  - 6.2 คำถามแต่ละข้อมีความยากง่ายไม่เท่ากัน จะมีปัญหาในการจัดตำแหน่งผู้เข้าสอบว่าใครจะเก่งกว่ากัน โดยเฉพาะการประเมินผลแบบอิงกลุ่ม
7. การตรวจให้คะแนน ควรปฏิบัติดังนี้
  - 7.1 เขียนแนวคำตอบไว้ก่อน และระบุคะแนนว่า ประเด็นใดตอนใดควรได้กี่คะแนน
  - 7.2 ควรตรวจเฉพาะข้อเดียวจนครบทุกคน แล้วตรวจข้อต่อไป
  - 7.3 ไม่ควรดูข้อผู้สอบ เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดอคติในการให้คะแนน

### ข้อดีของข้อสอบแบบอัตนัยหรือบรรยาย

1. สามารถวัดพฤติกรรมต่างๆ ได้ทุกด้าน โดยเฉพาะพฤติกรรมด้านการสังเคราะห์
2. ผู้ตอบได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็น หรือเจตนาของตน
3. โอกาสในการตอบเดา โดยไม่มีความรู้ในเรื่องนั้นแล้วได้คะแนนน้อยมาก
4. วัดความสามารถในการเขียนและส่งเสริมการใช้ภาษาได้เป็นอย่างดี

### ข้อจำกัดของข้อสอบแบบอัตนัยหรือบรรยาย

1. ออกคำถามวัดได้น้อยข้อ เนื่องจากแต่ละข้อจะต้องใช้เวลาตอบนานจึงวัดได้ไม่ครอบคลุมหลักสูตร หรือเนื้อหาสาระที่สำคัญๆ
  2. การตรวจให้คะแนนมักจะมีผลคลาดเคลื่อนมาควบคุมให้เกิดความยุติธรรมได้ยาก
  3. ไม่เหมาะที่จะใช้สอบกับนักเรียนจำนวนมากๆ เพราะใช้เวลาในการตรวจ
- ลายมือของผู้ตอบและประสิทธิภาพในการเขียนบรรยายอาจจะมีผลต่อคะแนน

ชาลัญชัย ชมดิษฐ์ (2548 : 34-38) กล่าวว่าแบบทดสอบแบบอัตนัยเป็นแบบทดสอบที่ให้ผู้ตอบได้แสดงความคิดเห็น เหมาะสำหรับการวัดความรู้ขั้นสูงกว่าความจำและความเข้าใจ ข้อสอบแบบอัตนัยแบ่งเป็น 2 แบบ คือ แบบไม่จำกัดตอบ (Extended response) และแบบจำกัดตอบ (Restricted response) ซึ่งขึ้นอยู่กับการใช้อิสระแก่นักเรียนในการตอบ จากการศึกษาคพบว่าเด็กระดับประถมศึกษาเขียนตอบแบบกำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ดี ส่วนนักเรียนในระดับสูงเขียนตอบแบบไม่กำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ดี

1. แบบไม่จำกัดตอบ (Extended response) ข้อสอบแบบอัตนัยแบบไม่จำกัดคำตอบนี้ให้อิสระแก่นักเรียนอย่างเต็มที่ ในการอภิปรายแสดงความคิดเห็นและรวบรวมข้อมูลที่จริงต่างๆ มาใช้ในการสอน โดยทั่วไปข้อสอบแบบนี้จะให้นักเรียนแสดงความสามารถ ซึ่งจำเป็นต่อองค์การสังเคราะห์และการประเมินผล ข้อสอบนี้นับว่ามีคุณค่าอย่างยิ่งในการวัดขบวนการทางสมองที่สูงขึ้น ตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ระลึกถึงความรู้ที่เรียนไป เช่น จงอธิบายทฤษฎีกำเนิดชนชาติไทยมา 1 ทฤษฎี จงอธิบายเกี่ยวกับการสอนแบบบรรยายกับการสอนแบบสืบสวน โดยให้บอกถึงหลักสำคัญที่ใช้ในการสอนแต่ละวิธี และข้อดี-ข้อเสียของการสอนทั้งสองแบบ

ขั้นที่ 2 ประเมินค่าความรู้ที่จำได้ เช่น จงเปรียบเทียบข้อดี-ข้อเสียของการประเมินผลแบบอิงเกณฑ์และแบบอิงกลุ่มมาอย่างละเอียดเพราะเหตุใดเอคิสันจึงได้รับการยกย่องเป็นอย่างมากจากการทดลองเรื่องอากาศมีไอน้ำ

ขั้นที่ 3 รวบรวมความรู้และความคิดให้เป็นระบบ เช่น จงกล่าวถึงความคล้ายคลึงกันในการที่สหรัฐอเมริกาเข้าไปมีส่วนพัวพันกับความขัดแย้งในประเทศเกาหลี และเวียดนามมา 3 ประการ

ขั้นที่ 4 แสดงความคิดเห็นออกมาอย่างมีเหตุผล เช่น จงเปรียบเทียบและอธิบายเหตุผลการปกครองระบอบประชาธิปไตยของอังกฤษกับสหรัฐอเมริกา

ข้อเสียของข้อสอบประเภทนี้คือมีความเชื่อมั่นค่อนข้างต่ำ แต่มีข้อดีคือ นักเรียนมีโอกาสแสดงความคิดเห็นได้อย่างเสรี

**2. แบบจำกัดตอบ (Restricted response)** ข้อสอบแบบนี้มักจะกำหนดขอบเขตแบบฟอร์มและ เนื้อที่เฉพาะให้นักเรียน ไม่มีอิสระเสรีในการตอบมากนัก แบบทดสอบนี้ให้ตอบสั้นกว่าแบบแรก คำตอบอยู่ภายในขอบเขตที่กำหนดไว้ในวงจำกัด โดยทั่วไปแล้วจะกำหนดขอบข่ายและความยาวในการตอบไว้ด้วยตัวอย่างเช่น ลักษณะภูมิอากาศ การปกครอง อาชีพของพลเมือง จงอธิบายสาเหตุของการเกิดสงครามโลกครั้งที่ 2 มา 3 ประการ จงยกตัวอย่างการกระทำที่แสดงถึงความรักชาติมา 5 ข้อ

ส่วนดีของข้อสอบแบบนี้คือ ง่ายในการตรวจ มีความยุติธรรมและมีความเชื่อมั่นสูงกว่าข้อสอบประเภทไม่จำกัดคำตอบอีกด้วย

#### การวางแผนการสร้างแบบทดสอบอัตนัย

สมบูรณ์ ต้นยะ (2545 : 24-29) กล่าวว่า จุดอ่อนของแบบทดสอบอัตนัยก็คือ การสร้างโดยขาดการวางแผนที่ดี การวางแผนการสร้างแบบทดสอบอัตนัยก็มีความสำคัญ เช่นเดียวกับการวางแผนสร้างแบบทดสอบปรนัยถึงแม้ว่าจะมีวิธีการสร้างและธรรมชาติต่างกันก็ตาม สิ่งที่มีผู้ออกข้อสอบจะต้องคำนึงถึงในการออกข้อสอบแบบอัตนัย มีดังนี้

1. จุดมุ่งหมายของกลุ่มสาระนั้น ๆ เหมาะสมกับแบบทดสอบอัตนัยหรือไม่
2. ผู้เข้าสอบมีพื้นฐานทั้งในด้านความเรียง และเนื้อหาวิชาเพียงพอที่จะเขียนตอบแบบอัตนัยหรือไม่ เช่น เล็กเล็ๆ ไม่ควรใช้ข้อสอบอัตนัยทดสอบอย่างเด็ดขาด
3. ข้อสอบนั้นเปิดโอกาสให้ผู้ตอบมีอิสระในการตอบ เปิดโอกาสให้แสดงความคิดเห็นหลายแง่หลายมุมหรือไม่ หรือจำกัดวงคำตอบให้ตอบแค่แคบๆ เพียงด้านเดียว เช่น ถามแต่ความจำเป็นเนื้อหาที่ครูสอนไป ก็ไม่ควรใช้ข้อสอบอัตนัย

กำหนดเวลาที่ใช้ในการสอบมากเพียงพอหรือไม่ เพราะการสอบแบบอัตนัยนั้นต้องใช้เวลาในการเขียนตอบนานมากกว่าแบบทดสอบปรนัย

#### หลักในการสร้างแบบทดสอบอัตนัย

1. การสร้างข้อสอบควรคำนึงถึงลำดับความสำคัญของจุดมุ่งหมายที่วางไว้ตามที่ปรากฏในตารางการวิเคราะห์หลักสูตร จุดมุ่งหมายหรือพฤติกรรมใดมีน้ำหนักความสำคัญมากที่สุดก็ออก

ข้อสอบเพื่อวัดพฤติกรรมนั้นมากให้ได้สัดส่วนตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร เพราะแบบทดสอบแบบนี้ถามได้น้อยข้อ เนื่องจากต้องเสียเวลาตอบนาน

2. พิจารณาให้รอบคอบว่าจะสร้างแบบข้อสอบให้กลุ่มเนื้อหาอะไรบ้าง เช่น จะสอบเฉพาะเนื้อหาที่ครูบรรยายอย่างเดียว หรือจะครอบคลุมไปถึงส่วนที่นักเรียนร่วมอภิปราย ทำรายงาน หรืออ่านนอกเวลาด้วย และควรแจ้งให้ผู้สอนทราบล่วงหน้า เพื่อจะได้เตรียมตัวศึกษาค้นคว้าอย่างลึกซึ้ง

3. ไม่ควรให้มีการเลือกตอบเป็นบางข้อ เพราะอาจมีการได้เปรียบเสียเปรียบกัน อันเนื่องมาจากข้อสอบมีความยากง่ายไม่เท่ากัน คะแนนที่ได้จึงนำมาเปรียบเทียบกันไม่ได้เพราะตั้งอยู่บนพื้นฐานของการวัดที่ไม่เท่ากัน

4. เขียนคำสั่งให้ชัดเจนว่าข้อสอบนั้นๆ ต้องการให้ผู้สอบทำอะไรมีเกณฑ์ในการพิจารณาให้คะแนนอย่างไร ควรให้นักเรียนอ่านคำสั่งให้เข้าใจอย่างถ่องแท้เสียก่อนที่จะลงมือปฏิบัติ ควรบอกให้ชัดเจนด้วยว่ามีการแบ่งส่วนคะแนนอย่างไร เพื่อผู้สอบจะได้วางแผนการตอบได้เหมาะสม

5. ถามปัญหาที่แสดงว่านักเรียนมีความรู้จริง ๆ สามารถตอบปัญหาได้โดยพยายามนำกฎเกณฑ์ หรือความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ๆ ไม่ควรเป็นคำถามที่นักเรียนเคยพบหรือเคยทำมาก่อน เพราะจะกลายเป็นการวัดความจำไป

6. พยายามใช้คำถามหลาย ๆ แบบ มิใช่มีแต่คำถามประเภท ใคร อะไร ที่ไหน เมื่อไร เท่านั้น เพราะคำถามประเภทนี้มีลักษณะไปทางวัดความจำมากกว่าวัดสมรรถภาพอื่น คำถามที่ใช้วัดสมรรถภาพที่สูงขึ้นควรจะเป็นคำถามประเภท ทำไม อย่างไร หรือให้บรรยาย อธิบายเปรียบเทียบ หาคความสัมพันธ์ ความขัดแย้ง ตีความ วิเคราะห์เหตุผล วิจาร์ณ และประเมินผล เป็นต้นเขียนคำถามให้ชัดเจนว่าต้องการให้ตอบอย่างไร พยายามเขียนตอบให้เฉพาะเจาะจงลงไป คำถามประเภทให้แสดงความคิดเห็น เป็นคำถามที่กว้างไป

7. ใช้คำถามที่สามารถบอกได้ว่าคำตอบใดดีกว่าคำตอบใด คำถามนั้น ๆ เมื่อนักเรียนตอบแล้ว คนที่มีความรู้ทั้งหลายควรเห็นพ้องกันว่าเป็นคำตอบที่ดี คำตอบใดเป็นคำตอบที่ไม่ดี

8. เมื่อเขียนคำถามแล้วควรเขียนคำตอบที่ต้องการไว้ด้วยเลยเพื่อเป็นการตรวจสอบดูว่าคำถามนั้นชัดเจนดีแล้วหรือยัง คำถามนั้นเมื่ออ่านแล้วจะต้องตอบตามที่คิดไว้หรือไม่ หากยังไม่ตรงจะได้แก้ไขก่อนนำไปใช้ได้

9. ถ้าเป็นคำถามที่เกี่ยวกับประเด็นขัดแย้งที่ยังหาข้อยุติไม่ได้ ข้อสอบนั้นควรมุ่งให้หาหลักฐานมายืนยัน หรือมาสนับสนุนมากกว่าที่จะทดสอบอย่างอื่น เช่น ข้อความที่ยังหาข้อยุติ

ไม่ได้ควรหลีกเลี่ยง การถามว่าถูกหรือผิด ใช่หรือไม่ใช่ แต่ควรจะทดสอบการหาสาเหตุมาสนับสนุนประเด็นนั้น ๆ

10. พยายามสร้างข้อคำถามหลาย ๆ ข้อ ให้พอเหมาะกับเวลาที่สอบ และควรกำหนดความยาวของข้อสอบ และความซับซ้อนของข้อสอบให้พอเหมาะกับความสามารถของผู้สอบ

11. พยายามให้ข้อสอบมีจำนวนมากข้อ เพื่อจะได้ออกให้ครอบคลุมเนื้อหา ซึ่งเกี่ยวข้องกับค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบด้วย เราอาจเพิ่มข้อสอบให้มากขึ้น โดยกำหนดให้ตอบสั้น ๆ

12. ถ้าข้อสอบมีหลายข้อ ควรจะเรียงลำดับจากง่ายไปหายาก เพื่อช่วยให้ผู้สอบตอบยิ่งขึ้น

#### การตรวจให้คะแนนคำถามอัตนัย

เขาวดี วิบูลย์ศรี (2545 : 132-138) การสร้างข้อสอบแบบอัตนัยวัดความสามารถของนักเรียนมิได้จบสิ้นลงเพียงนำข้อสอบไปทดสอบนักเรียนเท่านั้น แต่ยังนำเอากระดาษคำตอบมาตรวจให้คะแนนตามวิธีการตรวจที่มีระบบ เพื่อให้คะแนนที่ได้มีความเที่ยงตรงและเชื่อถือได้ หลังจากเราพอใจกับคำถามหรือข้อสอบซึ่งสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการสอนและแบบทดสอบที่สร้างอย่างดีแล้ว งานขั้นถัดไป คือการตรวจให้คะแนนกระดาษคำตอบของนักเรียน ปัญหาในขั้นนี้คือ จะตรวจกระดาษคำตอบของนักเรียนด้วยวิธีการอย่างไร

1. จึงจะกำจัดความลำเอียงลง ไปให้น้อยที่สุด

2. สนใจแต่เฉพาะคำตอบที่สำคัญและเกี่ยวข้องกับคำถามเท่านั้น

3. ระวังอิทธิพลอันเกิดจากความคิดเห็นส่วนตัวเข้าไปมีส่วนเกี่ยวข้องกับ การให้คะแนน

4. นำวิธีการที่เป็นมาตรฐานให้การตรวจเป็นไปอย่างเสมอต้นเสมอปลายแก่นักเรียนทุกคนสำหรับการตรวจที่จะทำให้เกิดความยุติธรรมเป็นไปอย่างคงเส้นคงวานี้ นับว่าเป็นปัญหาที่สำคัญของการตรวจข้อสอบแบบนี้ ถ้าหากการตรวจขาดความคงเส้นคงวา เราก็ไม่สามารถนำคะแนนมาเปรียบเทียบกันได้ มีวิธีการตรวจข้อสอบแบบอัตนัยที่นิยมใช้กันมากที่สุดในปัจจุบันมี 2 วิธี คือ

#### 4.1 การตรวจแบบวิธีเทียบเกณฑ์ (Analytical Method หรือ Point Method)

การตรวจข้อสอบอัตนัย โดยวิธีเทียบเกณฑ์นั้น ครูต้องกำหนดแนวการตอบไว้ก่อน โดยแยกแนวคำตอบออกเป็นตอนย่อย ๆ ตามความสำคัญ ฉะนั้น ในการตรวจให้คะแนนโดยวิธีนี้ ผู้ตรวจจะต้องกำหนดรายละเอียดของคำตอบไว้ก่อนที่จะทำการตรวจ ในการตรวจให้คะแนนผู้ตรวจจะนำเอากระดาษมาเทียบกับเกณฑ์ หรือแนวคำตอบที่ได้กำหนดแนวคำตอบนั้น ครูผู้ออกข้อสอบควรจะทำไว้พร้อม ๆ กับการเขียนข้อคำถามเลย ไม่ควรจะมากำหนดแนวการตอบเมื่อจะเริ่มตรวจการให้

คะแนนแบบนี้เหมาะสำหรับข้อสอบแบบกำหนดขอบเขตของการตอบ มากกว่าแบบไม่กำหนดขอบเขตของการตอบ

4.2 การตรวจโดยวิธีจัดอันดับคุณภาพการตรวจข้อสอบอัตนัยโดยวิธีจัดอันดับคุณภาพนั้น ผู้ตรวจจะอ่านกระดาษคำตอบของผู้เข้าสอบทุกคนเสียก่อนที่ละข้อ แล้วจึงนำคำตอบนั้นมาจัดเป็นกลุ่ม ๆ ตามความสามารถ เช่น กลุ่มดีมาก ดี ปานกลาง พอใช้ หรือใช้ไม่ได้ แล้วจึงตรวจดูคุณภาพของคำตอบในแต่ละกลุ่มอีกที เช่น ในกลุ่มตอบดีมากนั้น ต้องพิจารณากันอีกทีว่า ใครตอบดีกว่ากัน ให้เรียงอันดับของกระดาษคำตอบให้ติดต่อกันไป แล้วจึงให้คะแนน ใครอยู่อันดับแรกก็ได้คะแนนสูงสุดลดน้อยลงไปตามลำดับ การตรวจแบบนี้จะทำให้คะแนนมีความเชื่อมั่นมากยิ่งขึ้น

#### ข้อเสนอแนะในการตรวจแบบทดสอบอัตนัย

1. ให้ตรวจคำตอบที่ละข้อ นั่นคือ ถ้าจะตรวจคำตอบข้อ 1 ก็ให้ตรวจข้อ 1 ของนักเรียนทุกคนจนจบ แล้วจึงเริ่มตรวจข้อ 2 ครูไม่ควรตรวจข้อสอบให้เสร็จเป็นคน ๆ
2. ให้มีความคงเส้นคงวาในการตรวจ เกณฑ์ในการให้คะแนนจะเหมือนกัน สำหรับทุก ๆ คำตอบ ครูบางคนอาจจะให้คะแนนค่อนข้างน้อย สำหรับคำตอบแผ่นแรก ๆ แต่จะให้คะแนนมากขึ้นสำหรับคำตอบแผ่นหลัง ๆ ทั้ง ๆ ที่คำตอบเหล่านั้นเป็นแนวเดียวกัน
3. เวลาตรวจไม่ควรดูชื่อนักเรียน เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดอคติในเวลาตรวจ
4. ถ้าสามารถให้มีผู้ตรวจ 2 คน ในแต่ละคำตอบแล้วหาค่าเฉลี่ยของคะแนนนำมาเป็นคะแนนที่คำตอบนั้น ๆ ควรจะได้จริง ๆ จะทำให้คะแนนมีความเชื่อมั่นมากขึ้น
5. ควรหยิบกระดาษคำตอบมาตรวจแบบสุ่ม
6. ไม่ควรดูชื่อผู้ตอบในการตรวจกระดาษคำตอบ
7. ในเวลาตรวจนั้นครูไม่ควรนำเอาเรื่อง “ลายมือ” ของผู้ตอบมาเป็นส่วนในการให้คะแนน
8. พยายามตรวจข้อใดข้อหนึ่งให้เสร็จรวดเร็วกว่า จะตรวจข้ออื่นเสร็จแล้ว
9. พยายามเขียนข้อแนะนำและแก้ไขความคิดในกระดาษคำตอบ เพื่อให้ผู้ตอบรู้ว่าตนบกพร่องตรงไหน

#### เกณฑ์การให้คะแนน ( Scoring Rubrics )

รูบริกเป็นเครื่องมือให้คะแนนชนิดหนึ่งใช้ในการประเมินการปฏิบัติงานหรือผลงานของนักเรียน รูบริกประกอบด้วย 2 ส่วน คือ เกณฑ์ที่ใช้ประเมินการปฏิบัติหรือผลผลิตของนักเรียน และ



ระดับคุณภาพหรือระดับคะแนน เกณฑ์จะบอกผู้สอนหรือผู้ประเมินว่าการปฏิบัติงานหรือผลงานนั้นๆจะต้องพิจารณาสิ่งใดบ้าง ระดับคุณภาพหรือระดับคะแนนจะบอกว่า การปฏิบัติหรือผลงานที่สมควรจะได้รับคุณภาพหรือระดับคะแนนนั้นๆของเกณฑ์ของเกณฑ์แต่ละตัวมีลักษณะอย่างไร รูบริกจึงเป็นเหมือนการกำหนดลักษณะเฉพาะ(Specification) ของการปฏิบัติหรือผลงานนั้นๆในเชิงคุณภาพหรือเชิงปริมาณ หรือทั้งสองประการรวมกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับเป้าหมายของการประเมิน (กึ่งกาญจน์ สิริสุคนธ์. 2550 : 2) การใช้รูบริกมีประโยชน์สำหรับครูและนักเรียนหลายประการ ดังนี้

1. รูบริกเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพมากทั้งในการเรียนและการสอนการประเมิน ช่วยปรับปรุงพัฒนาการปฏิบัติหรือการแสดงออกของนักเรียน ในขณะที่เดียวกันก็ช่วยควบคุมการปฏิบัตินั้นๆด้วย โดยครูต้องกำหนดความต้องการหรือความคาดหวังในผลงานของนักเรียนอย่างชัดเจน และแสดงให้นักเรียนทราบว่าทำให้ถึงความคาดหวังนั้น ได้อย่างไร ซึ่งมักปรากฏในผลงานและการเรียนรู้ของนักเรียนพัฒนาขึ้นอย่างเห็นชัดเจน
2. รูบริกช่วยให้นักเรียนตัดสินใจตัดสินคุณภาพผลงานของตนเองและของคนอื่นๆ อย่างมีเหตุผล เมื่อรูบริกเป็นแนวทางการประเมินนักเรียนจะสามารถชี้แนะและแก้ปัญหาเกี่ยวกับผลงานของตนเองและผู้อื่นได้ตรงจุด
3. รูบริกช่วยลดเวลาครูในการประเมินงานของนักเรียนผลงานที่ผ่านการประเมินโดยเจ้าของผลงานเองและโดยกลุ่มซึ่งยึดเกณฑ์หรือรูบริกเป็นหลักนั้น ทำให้ข้อบกพร่องมีน้อยมากเมื่อมาถึงมือครู หากมีสิ่งใดต้องปรับปรุงบอกกล่าวกัน ครูก็เพียงแต่วางประเด็นนั้นในรูบริก นอกจากนี้รูบริกยังช่วยให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียนมากขึ้น เกี่ยวกับจุดเด่นและสิ่งที่ต้องปรับปรุง
4. รูบริกมีความยืดหยุ่น คือ มีระดับคุณภาพตั้งแต่ดีเยี่ยมจนถึงต้องปรับปรุง ทำให้ครูนำไปใช้กับนักเรียนที่ความสามารถได้ คือ นำไปใช้กับนักเรียนที่เรียนเก่งจนถึงนักเรียนที่เรียนอ่อน โดยใช้เกณฑ์สะท้อนผลงานของเขา
5. รูบริกใช้ง่ายและอธิบายได้ง่าย นักเรียนจะรู้ชัดเจนว่าเขาเรียนรู้อะไรบ้าง ในปลายปีเขาก็จะประเมิน ได้อย่างถูกต้อง ผู้ปกครองก็เกิดความกระตือรือร้น และรู้ชัดเจนว่าลูกหลานจะต้องทำอะไรเพื่อให้ประสบความสำเร็จ

#### ชนิดของรูบริก

รูบริกมี 2 ชนิด คือ แบบภาพรวม(Holistic) และแบบแยกส่วน(Analytic) ดังนี้

### รูบริกแบบภาพรวม

Nitko (2001 : 159) กล่าวว่า รูบริกแบบภาพรวมจะเหมาะสมกับการปฏิบัติที่ต้องการให้นักเรียนสร้างสรรค์การตอบสนอง และไม่มีคำตอบที่ถูกต้องชัดเจน จุดเน้นของการรายงานคะแนนที่ใช้รูบริกแบบภาพรวมคือ คุณภาพโดยรวม ความคล่องแคล่ว หรือความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาสาระเฉพาะและทักษะซึ่งเป็นการประเมินระดับมิตินี้ (Mertler. 2001 : 145) การใช้รูบริกแบบภาพรวมทำให้กระบวนการให้คะแนนเร็วกว่าการใช้รูบริกแบบแยกส่วน (Nitko. 2001 : 159) ดังนั้น ครูจึงต้องอ่านพิจารณาและตรวจสอบการปฏิบัติของนักเรียนโดยตลอด เพื่อให้รู้สึกรับรู้ถึงภาพรวมว่านักเรียนทำอะไรได้และยังใช้เป็นการประเมินสรุปได้ด้วย แต่นักเรียนจะได้รับทราบผลสะท้อนกลับน้อยมาก ดังตัวอย่างต่อไปนี้

คะแนน	รายละเอียด
5	แสดงความเข้าใจปัญหาอย่างสมบูรณ์ คำตอบประกอบด้วยทุกประเด็นที่ต้องการ
4	แสดงความเข้าใจปัญหาบางส่วน คำตอบประกอบด้วย ประเด็นส่วนใหญ่ที่ต้องการ
3	แสดงความเข้าใจปัญหาบางส่วน คำตอบประกอบด้วยประเด็นส่วนใหญ่ที่ต้องการ
2	แสดงความเข้าใจปัญหาเพียงเล็กน้อย ประเด็นส่วนใหญ่ที่ต้องการไม่ปรากฏ
1	แสดงความไม่เข้าใจปัญหา
0	ไม่ตอบ / ไม่ทำงาน

### รูบริกแบบแยกส่วน

นิยมใช้เมื่อต้องการเน้นชนิดหรือลักษณะเฉพาะของการตอบสนอง (Nitko. 2001 : 159) นั่นคือ ใช้สำหรับการปฏิบัติงานที่ยอมรับการตอบสนอง 1 หรือ 2 ลักษณะ และความคิดสร้างสรรค์ ไม่ได้เป็นประเด็นสำคัญเกี่ยวกับการตอบสนองของนักเรียนนอกจากนี้ ผลลัพธ์ขั้นต้นจะมีคะแนนหลายตัว ตามด้วยคะแนนรวมซึ่งใช้เป็นตัวแทนการประเมินหลายมิติ (Mertler. 2001 : 145) การใช้รูบริกแบบแยกส่วนทำให้กระบวนการให้คะแนนช้า เนื่องจากเป็นการประเมินหลายทักษะหรือหลายคุณลักษณะเป็นรายบุคคล ทำให้ครูต้องใช้เวลาตรวจสอบผลงานหลายครั้ง การสร้างและการใช้รูบริกแบบแยกส่วนจึงใช้เวลามาก ซึ่งมีกฎทั่วไปว่าผลงานของแต่ละคนต้องพิจารณาแยกแต่ละด้านในแต่ละครั้งตามเกณฑ์การให้คะแนนดังนั้นการใช้รูบริกแบบแยกส่วนจึงได้ผลค่อนข้าง

สมบูรณ์ ผลสะท้อนกลับของการปฏิบัติของคนตามเกณฑ์การให้คะแนน ซึ่งถ้าใช้รูบrikแบบภาพรวมจะไม่ปรากฏรายละเอียดนี้ ครูที่ใช้รูบrikแบบแยกส่วนจึงสามารถที่จะสร้างเส้นภาพ (Profile) จุดเด่น – จุดด้อยของนักเรียนแต่ละคนได้ คัดค้นแบบรูบrikแบบแยกส่วน ต่อไปนี้

จากตัวอย่างรูบrikทั้ง 2 แบบ จะเห็นว่า ระดับการปฏิบัติที่หลากหลายของนักเรียนสามารถบรรยายได้ทั้งในค่านปริมาณหรือคุณภาพ บางครั้งครูอาจต้องการใช้ค่านปริมาณและคุณภาพหา รูบrikมี 4 ระดับ ทางค่านปริมาณก็มักใช้ 1 ถึง 4 ทางด้านคุณภาพก็มักใช้คำที่ยืดหยุ่นได้มาก คำที่ใช้กันทั่วไปก็คือ เชี่ยวชาญ ชำนาญ ชื่นฝึกหัด นั่นคือ ใช้คำอธิบายที่เหมาะสมกับงาน

ข้อยุ่งยากประการหนึ่งในการให้คะแนนงานของนักเรียน โดยใช้รูบrik คือ การแปลงเป็นเกรด ไม่ควรคิดถึงรูบrik โดยนำไปเทียบกับคะแนนร้อยละ (Trice, 2000 : 134) เช่น ถ้ารูบrikมี 6 ระดับ ระดับ 3 ไม่ควรถือว่าเท่ากับ 50% กระบวนการเปลี่ยนแปลงคะแนนรูบrikเป็นเกรดนั้นเป็นกระบวนการทางตรรกะมากกว่ากระบวนการทางคณิตศาสตร์ Trice แนะนำว่า ระบบการใช้คะแนนรูบrikมักพิจารณาจากค่าเฉลี่ย คือ คะแนนอยู่ที่ค่าเฉลี่ยหรือสูงกว่าค่าเฉลี่ย (ซึ่งที่ค่าเฉลี่ยจะแปลงเป็นเกรด C) มากกว่ากล่าวถึงคะแนนที่ต่ำกว่าค่าเฉลี่ย ตัวอย่างเช่น ถ้ารูบrikประกอบด้วย 9 ลำดับขั้น การปรับเกรดและลำดับขั้น การปรับเกรดและลำดับขั้นจะเป็น ดังนั้น

เมื่อเปลี่ยนคะแนนรูบrikกลับไปเป็นเกรด (โดยเฉพาะในระดับมัธยมศึกษา) หรือเปลี่ยนคะแนนรูบrikเป็นการบรรยายภาพผลสะท้อนกลับ (ในระดับประถมศึกษา) แล้ว ต้องจำไว้ว่า แนวทางที่จะทำให้สำเร็จนั้นไม่ได้มีเพียงทางเดียว ครูจะต้องหาหรือจัดทำระบบของตนเองที่จะเปลี่ยนรูบrikเป็นเกรดได้อย่างเหมาะสมลงตัว ตลอดจนระบบการรายงานผลการปฏิบัติของตนเอง ขั้นตอนการออกแบบรูบrikมี 7 ประการ ดังนี้

- ขั้นที่ 1 ตรวจสอบจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องใช้ในการทำงาน เป็นการจับคู่แนวทางการให้คะแนนกับจุดประสงค์และการชี้แนะตามความเป็นจริง
- ขั้นที่ 2 อธิบายคุณลักษณะที่ต้องการสังเกตเป็นพิเศษซึ่งครูต้องการเห็น(และที่ไม่ต้องการเห็น) นักเรียนแสดงออกในผลผลิตกระบวนการหรือการปฏิบัติ นั่นคืออธิบายคุณลักษณะทักษะหรือพฤติกรรมที่ครูต้องการเห็น รวมทั้งข้อผิดพลาดต่างๆ ไปที่ไม่ต้องการเกิด
- ขั้นที่ 3 หาวิธีการต่างๆที่จะอธิบายลักษณะการปฏิบัติที่สูงกว่าระดับค่าเฉลี่ย และต่ำกว่าระดับค่าเฉลี่ยสำหรับแต่ละคุณลักษณะที่สังเกตจากขั้นที่ 2
- ขั้นที่ 4 ดำหรับรูบrikแบบภาพรวม เขียนคำบรรยายลักษณะงานที่ดีและงานที่ไม่ดี โดยรวมทุกเกณฑ์เข้าด้วยกันเป็นข้อความเดียว สำหรับรูบrikแบบแยกส่วน เขียนคำบรรยายลักษณะงานที่ดีและงานไม่ดี โดยแยกต่างหากแต่ละเกณฑ์

- ขั้นที่ 5 สำหรับแบบภาพรวม เขียนรายละเอียดการปฏิบัติที่อยู่ในระหว่างกลางของระดับสูงกว่าค่าเฉลี่ย ระดับค่าเฉลี่ยและระดับต่ำกว่าค่าเฉลี่ย เพื่อให้ระบุบริคสมบูรณ์สำหรับบริคแบบแยกส่วน เขียนรายละเอียดสำหรับการปฏิบัติที่อยู่ระหว่างกลางของทุกเกณฑ์
- ขั้นที่ 6 รวบรวมตัวอย่างผลงานของนักเรียน ซึ่งเป็นตัวแทนของแต่ละระดับ ซึ่งจะช่วยให้คะแนนของครูในอนาคต
- ขั้นที่ 7 ทบทวนบริคที่ทำแล้ว (ถ้าจำเป็น)

### การสัมภาษณ์

การสัมภาษณ์ (Interview) คือ การสนทนาหรือการพูดโต้ตอบกันอย่างมีจุดมุ่งหมาย เพื่อค้นหาความรู้ ความจริง ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ล่วงหน้า การสัมภาษณ์เป็นวิธีการที่สำคัญวิธีหนึ่งในการรวบรวมข้อมูล เพราะการสัมภาษณ์นอกจากจะทำให้ผู้สัมภาษณ์ ได้ข้อมูลที่ต้องการแล้วยังช่วยให้ทราบข้อเท็จจริงเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์ในด้านบุคลิกภาพอีกด้วย และที่สำคัญทำให้ทราบความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนอย่างแท้จริง โน้ตสนัที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนจะได้ผลดี และได้ข้อมูลใกล้เคียงกับความเป็นจริงนั้นต้องมีเครื่องมือในการรวบรวมข้อมูลที่น่าเชื่อถือ ซึ่งนอกเหนือจากแบบทดสอบทางการเรียนแล้ว การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือที่สำคัญอีกประเภทหนึ่ง เพราะการสัมภาษณ์นอกจากจะทำให้ผู้สัมภาษณ์ ได้ข้อมูลที่ต้องการแล้วยังช่วยให้ทราบข้อเท็จจริงเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์ในด้านบุคลิกภาพอีกด้วย และที่สำคัญทำให้ทราบความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนอย่างแท้จริง ดังที่นักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสัมภาษณ์ไว้ดังนี้

นิภา เมธธาวิชัย (2543 : 32) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับวัดความคิดเห็นของบุคคล โดยการสนทนา ซักถาม ได้ตอบ ระหว่างบุคคล ลักษณะตัวต่อตัว การสัมภาษณ์ดีกว่าการสังเกต เพราะผู้สัมภาษณ์สามารถใช้ตา หู และปาก ในขณะที่สัมภาษณ์ได้ ผู้สัมภาษณ์ควรสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองกับผู้ถูกสัมภาษณ์ โดยสร้างความเชื่อถือ รักษาอารมณ์ให้มั่นคง แสดงความสนใจขณะสัมภาษณ์ และบันทึกผลการสัมภาษณ์อย่างตรงไปตรงมา

วิวัฒนา พิศรวานิช (2540 : 127-128) กล่าวว่า การสัมภาษณ์นั้นเป็นการค้นหาข้อเท็จจริง และทำให้ทราบความต้องการของเด็ก เป็นการช่วยให้เกิดความสนิทสนมและคุ้นเคยกันมากขึ้น ทำให้ผู้มาขอรับคำปรึกษา กล้าพูดและกล้าบอกความเป็นจริงโดยไม่มี การปิดบังอำพรางและยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจตนเอง สามารถปรับตัวให้อยู่ในสภาพแวดล้อมได้

คณะศึกษาศาสตร์ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. 2547 : 127) ได้กล่าวเกี่ยวกับการสัมภาษณ์ไว้ว่า การสัมภาษณ์ เป็นวิธีการที่ครูถามนักเรียนให้ตอบเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ ให้นักเรียนทบทวนวิธีแก้ปัญหา ขณะที่ครูฟัง ครูซักถาม เพื่อค้นหาสิ่งที่นักเรียนเข้าใจ ผิด หรือกระบวนการที่เข้าใจไม่ถูกต้อง ซึ่ง Ginsburg เชื่อว่าการสัมภาษณ์เป็นกระบวนการที่สำคัญที่สุดในการทดสอบคณิตศาสตร์ให้ได้มาตรฐาน เพราะจะทำให้ครูรู้ถึงความรู้สึกเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียน

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การสัมภาษณ์ หมายถึง เป็นวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยวิธีการสนทนา พูดคุย ซักถาม เพื่อวิเคราะห์เหตุผล และแนวคิดในการทำแบบทดสอบซึ่งในการสนทนาดังกล่าวนอกจากการใช้คำพูดแล้วยังต้องใช้ตาและหูเพื่อดูและฟังประกอบการพิจารณาเพื่อหาข้อเท็จจริงอีกด้วย ซึ่งในการสัมภาษณ์นั้นผู้สัมภาษณ์จะต้องมีการวางแผนการสัมภาษณ์ก่อนการสัมภาษณ์ ไม่ว่าจะเป็นในส่วนของคำถาม เครื่องมือที่ใช้ในการบันทึกหรือแม้กระทั่งสิ่งที่ต้องการจากการสัมภาษณ์ในแต่ละครั้ง

### ประเภทของการสัมภาษณ์

รวีวรรณ ชินะตระกูล (2547 : 119 -120) ได้กล่าวถึงประเภทของการสัมภาษณ์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Structured form) การสัมภาษณ์วิธีนี้ เป็นการสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดข้อความไว้อย่างแน่นอนว่าจะสัมภาษณ์อะไรบ้าง วิธีการสัมภาษณ์ตามแบบฟอร์มของข้อคำถามที่กำหนดไว้ ซึ่งผู้ถูกสัมภาษณ์จะตอบข้อคำถามเหมือนกันทุกข้อ คำถามที่จะสัมภาษณ์จะต้องสร้างและจัดเตรียมข้อคำถามเป็นอย่างดี ก่อนที่จะทำการสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ควรทำความเข้าใจกับคำถามทุกข้อ ให้ตรงกันเสียก่อน เพื่อที่จะได้ข้อมูลที่มีความเชื่อถือได้ดียิ่งขึ้น

2. การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured form) แบ่งออกเป็น 3 ประเภท

2.1 การสัมภาษณ์แบบไม่จำกัดคำตอบ (Non-directive interview) การสัมภาษณ์วิธีนี้เป็นแบบไม่ต้องเตรียมคำถาม เป็นการพูดคุยกันอย่างธรรมดา ไม่มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอนว่าจะเริ่มต้นสิ่งใดก่อน จนกระทั่งจะจบลงด้วยสิ่งใด ผู้สัมภาษณ์จะต้องตั้งคำถามตามสถานการณ์ระหว่างการสนทนา ผู้สัมภาษณ์จะต้องพยายามให้ผู้ให้ข้อมูล (Informant) สามารถพรรณนาความรู้สึกนึกคิดของตนเองเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ ออกมาเอง ผู้สัมภาษณ์จะรับฟังและตอบได้ด้วยความเข้าใจในความรู้สึกนึกคิดที่ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงออกมา ผู้ถูกสัมภาษณ์จะมีความรู้สึกว่ามีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องต่าง ๆ ในการสัมภาษณ์แบบนี้เป็นการสัมภาษณ์ที่ยืดหยุ่นมาก ผู้สัมภาษณ์มี

อิสระในการคัดแปลงแก้ไขให้เป็นไปตามวัตถุประสงค์ของการสัมภาษณ์ การที่จะได้ข้อมูลจริงเพียงไร ขึ้นอยู่กับผู้สัมภาษณ์โดยตรง ซึ่งจะต้องใช้เทคนิคในการสัมภาษณ์ โดยมากการสัมภาษณ์ประเภทนี้มักจะเป็นการสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพทางอารมณ์ ค่านิยมทางการดำเนินงาน การดำเนินชีวิตและอุดมการณ์ ดังนั้นการสัมภาษณ์วิธีนี้จึงจำเป็นและนิยมใช้กันมากในหมู่นักจิตวิทยา นักสังคมสงเคราะห์และแพทย์ ผู้สัมภาษณ์จำเป็นต้องสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองมากที่สุด เพื่อให้ผู้ตอบอยู่ในอารมณ์ที่สบายอกสบายใจ

2.2 การสัมภาษณ์แบบมีจุดสนใจโดยเฉพาะ (Focuses interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์มีจุดมุ่งหมายหรือมีความสนใจในบางเรื่องอยู่แล้ว จึงพยายามตะล่อมให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ให้แสดงออกมาอย่างมีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องนั้น ๆ

2.3 การสัมภาษณ์แบบหยั่งลึก (In-depth interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ต้องการล้วงเอาความจริงใจจากผู้ถูกสัมภาษณ์ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ เป็นการซักถามเพื่อต้องการทราบถึงเหตุผลต่าง ๆ ที่ก่อให้เกิดข้อเท็จจริง ไม่ใช่เป็นการถามเกี่ยวกับคำถาม “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” แต่เป็นคำถามที่ถามว่าเพราะเหตุใดหรือทำไม ฯลฯ การสัมภาษณ์แบบนี้ ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำความเข้าใจและมีความมั่นใจแล้วว่าบรรยากาศที่จะทำให้การสัมภาษณ์เหมาะสม

#### ลักษณะของการสัมภาษณ์

ลักษณะของการสัมภาษณ์แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1. การสัมภาษณ์รายบุคคล หรือการสัมภาษณ์แบบเผชิญหน้ากัน (Face-to-face) ระหว่างผู้สัมภาษณ์กับผู้ให้ข้อมูลเพื่อรวบรวมข้อมูลที่ต้องการคำตอบที่เจาะลึกในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง การสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลมีข้อดีคือ ผู้สัมภาษณ์ สามารถซักถามเป็นการส่วนตัว คำถามที่ใช้ขึ้นอยู่กับผู้สัมภาษณ์ ผู้ให้ข้อมูลสามารถตอบได้อย่างอิสระ อาจมีการปรับปรุงหรือเปลี่ยนแปลงคำถามให้เหมาะสมกับผู้ให้ข้อมูลแต่ละคน เนื่องจากผู้ให้ข้อมูลแต่ละคนอาจมีวัฒนธรรมที่ต่างกัน จึงจำเป็นต้องมีการสร้างบรรยากาศให้เป็นกันเอง เพื่อให้ได้ข้อมูลตามที่ต้องการ นอกจากนี้การสัมภาษณ์แบบนี้ สามารถบันทึกเทปหรือสังเกตการแสดงออกต่อการตอบสนองคำถามด้วยท่าทาง น้ำเสียง และสภาพแวดล้อมได้อีกด้วยการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลเป็นการลงทุนค่อนข้างสูงและใช้เวลานาน บางครั้งคำถามที่ถามอาจทำให้ผู้ตอบไม่ค่อยอยากตอบ เช่น ถามเกี่ยวกับรายได้ หรือคำถามที่ก่อให้เกิดความรู้สึกที่ขัดแย้งต่อบุคลิกภาพของผู้ให้สัมภาษณ์ นอกจากนี้คำตอบที่ได้ อาจมีความลำเอียง

2. การสัมภาษณ์เป็นกลุ่ม (Group interview) เป็นการสัมภาษณ์แบบหนึ่งที่มีผู้สัมภาษณ์ทำการสัมภาษณ์กับผู้ร่วมสนทนาหรือเป็นกลุ่ม เพื่อสนทนาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน โดยผู้สัมภาษณ์ เป็นผู้กำหนดหัวข้อร่วมสนทนาจะไม่มีความรู้สึกว่าถูกซักถามปัญหา แต่คิดว่าเป็นการเสวนาในเรื่องที่ผู้สัมภาษณ์สนใจอยากรู้เรื่องต่าง ๆ การสัมภาษณ์เป็นกลุ่ม ช่วยให้ประหยัดเวลาลงทุนน้อย เหมาะสำหรับการระดมความคิดเพื่อเป็นแนวทางในการหาข้อสรุป แต่อาจทำให้บางคนมีความรู้สึกอึดอัดในการตอบ หรือมีความรู้สึกไม่อยากตอบ เนื่องจากผู้ให้ข้อมูลบางคนไม่สามารถเปิดเผยข้อมูลได้อย่างอิสระ

วัฒนา พัทธราวิช (2540 : 127-128) ได้กล่าวเกี่ยวกับหลักของการสัมภาษณ์ไว้ดังนี้

1. เตรียมการสัมภาษณ์ เตรียมหัวข้อที่จะสัมภาษณ์ กำหนดเวลาในการสัมภาษณ์ เตรียมสถานที่สัมภาษณ์

2. เริ่มต้นสัมภาษณ์ด้วยการสร้างมิตรภาพ ทำให้ผู้รับการสัมภาษณ์รู้สึกเป็นกันเองและให้ความไว้วางใจผู้สัมภาษณ์

3. ผู้สัมภาษณ์ต้องแสดงตนเป็นผู้รับฟังที่ดี ไม่แสดงอาการเบื่อหน่าย ต้องแสดงว่ามีความสนใจและตั้งใจฟัง

4. ผู้สัมภาษณ์ต้องใช้คำที่เข้าใจง่าย ถามซ้ำ ๆ และพูดอย่างชัดเจนชัดคำไม่ป้อนคำถามรวดเร็วเกินไปจนผู้ตอบหงงหรือสับสน

5. ผู้สัมภาษณ์ไม่ควรจะพูดหรือคุยมากเกินไป ต้องคอยเป็นผู้รับฟังให้โอกาสเด็กพูดให้มากที่สุด

6. ไม่ควรบันทึกคำตอบของเด็กในระหว่างการสัมภาษณ์ จะทำให้เด็กเกิดความกังวลหวาดระแวง

7. ในกรยุติการสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ต้องสร้างบรรยากาศที่ดี ทำให้ผู้รับการสัมภาษณ์พึงพอใจที่จะกลับมาอีกครั้งหนึ่ง

8. การบันทึกการสัมภาษณ์ต้องทำทันทีเมื่อเสร็จสิ้นการสัมภาษณ์ ไม่ควรทิ้งไว้นาน ๆ เพราะอาจลืมรายละเอียดได้

นอกจากนี้ Hammill & Bartel (อ้างใน มาลา ปาจุวัง, 2542 : 30-31) ได้ให้แนวในการสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ให้เลือกตัวอย่างที่ละเอียด และให้ลำดับก่อนหลัง

2. เริ่มต้นด้วยปัญหาต่าง ๆ ก่อน เพราะจะทำให้เด็กเกิดความเข้าใจ

3. บันทึกการสัมภาษณ์ด้วยเทปเสียงหรือในสมุดบันทึก

4. ให้นักเรียนเขียนวิธีการแก้ปัญหาและอธิบายโดยการพูด

5. ให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างอิสระโดยใช้วิธีการของนักเรียนเอง โดยที่ครูไม่ต้องให้คำแนะนำหรือเสนอแนะว่านักเรียนกำลังทำผิด

6. หลีกเลี่ยงการเร่งให้นักเรียนทำงานเสร็จเร็ว ๆ เพราะอาจจะเป็นการสร้างความกดดันหรือสกัดกั้นความคิดของนักเรียน การสัมภาษณ์เช่นนี้ควรใช้เวลาประมาณ 15-45 นาที

พัชรา วานิช (2544 : 127-128) กล่าวว่า การสัมภาษณ์นั้นเป็นการค้นหาข้อเท็จจริงและทำให้ทราบความต้องการของเด็ก เป็นการช่วยให้เกิดความสนิทสนมและคุ้นเคยกันมากขึ้น ทำให้ผู้มาขอรับคำปรึกษา กล้าพูดและกล้าบอกความเป็นจริง โดยไม่มีการปิดบังอำพรางและยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจตนเอง สามารถปรับตัวให้อยู่ในสภาพแวดล้อมได้ นอกจากนี้(คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2547 : 127) ได้กล่าวเกี่ยวกับการสัมภาษณ์ไว้ว่า การสัมภาษณ์เป็นวิธีการที่ครูถามนักเรียนให้ตอบเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนทบทวนวิธีแก้ปัญหา ขณะที่ครูฟัง ครูซักถาม เพื่อค้นหาสิ่งที่นักเรียนเข้าใจผิด หรือกระบวนการที่เข้าใจไม่ถูกต้อง ซึ่ง Ginsburg เชื่อว่าการสัมภาษณ์เป็นกระบวนการที่สำคัญที่สุดในการทดสอบคณิตศาสตร์ให้ได้มาตรฐาน เพราะจะทำให้ครูรู้ถึงความรู้สึกเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียน

เขียน ไชยสร (2546 : 100) กล่าวถึงวิธีการบันทึกเรื่องที่สัมภาษณ์ไว้ 2 วิธี ดังนี้

วิธีการแรกคือการจดบันทึก วิธีนี้เป็นวิธีที่นิยมเป็นอย่างมาก เพราะเป็นวิธีการที่ประหยัด แต่ก็ยังมีข้อที่ถกเถียงกันว่าควรจะมีการจดบันทึกในขณะที่สัมภาษณ์หรือหลังสัมภาษณ์ แบบใดจะเหมาะสมที่สุด เพราะแต่ละแบบก็จะมีทั้งข้อดีและข้อเสียต่างกัน ไป ถ้าการสัมภาษณ์เพื่อหาข้อเท็จจริงที่มีรายละเอียดมาก ยากแก่การจำ ก็อาจจะจดบันทึกในขณะที่สัมภาษณ์ แต่ถ้าเป็นเรื่องที่เป็นประเด็นใหญ่ๆหรือเป็นเหตุการณ์ที่ไม่ต้องการรายละเอียด ก็อาจจะจดบันทึกหลังการสัมภาษณ์เสร็จสิ้นแล้วก็ได้ ส่วนวิธีการที่สองคือการบันทึกเทป โดยปกติแล้วจะจัดทำในห้องสัมภาษณ์ที่มีลักษณะพิเศษและซ่อนเทปไว้โดยไม่ให้ผู้ถูกสัมภาษณ์รู้ตัว แต่ถ้าใช้บันทึกเทปแบบธรรมดาก็ต้องขออนุญาตและชี้แจงเหตุผลหรือจุดมุ่งหมายในการบันทึกเทปการสัมภาษณ์ในครั้งนั้นให้ผู้ถูกสัมภาษณ์เข้าใจ และถ้าผู้ถูกสัมภาษณ์อนุญาตให้บันทึกเทปได้ ผู้สัมภาษณ์จึงจะทำการบันทึกได้

ในส่วนของเทคนิคของการสัมภาษณ์นั้น Clements และ Ellerton (1996 : 48-50) กล่าวถึง เทคนิคการสัมภาษณ์นิวแมนว่าเป็นวิธีการวิเคราะห์ความผิดพลาด 5 ขั้นตอน ที่เกิดจากการตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังจากที่นักเรียนทำแบบทดสอบเสร็จแล้วจะใช้การสัมภาษณ์ขั้นตอนการแก้ปัญหาทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งเป็นวิธีที่ได้ผลดีและเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอน ในปี ค.ศ. 1977 นิวแมน ได้ใช้เทคนิคการสัมภาษณ์ดังกล่าวและได้เผยแพร่ไว้ในวง



การศึกษาของประเทศออสเตรเลียจนได้ผลดีและมีการวิจัยอย่างต่อเนื่อง โดยวิธีวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนิวมานมีทั้งหมด 5 ขั้นตอน มีดังนี้ ขั้นแรกคือความผิดพลาดจากการอ่าน (Reading Errors) ความผิดพลาดในขั้นนี้ พิจารณาได้จากการที่นักเรียนไม่สามารถอ่านคำสำคัญ (Key Word) หรือสัญลักษณ์ที่อยู่ในคำถาม ทำให้นักเรียนถูกจำกัดขอบเขตที่ดำเนินการแก้ปัญหาให้ครบสมบูรณ์ได้ ขั้นที่สองคือความผิดพลาดจากการทำความเข้าใจ (Comprehension Errors) แม้ว่านักเรียนจะสามารถอ่านคำทุกคำที่อยู่ในคำถามได้ แต่นักเรียนอาจจะไม่เข้าใจความหมายของคำเหล่านั้น ได้ทั้งหมด ทำให้นักเรียนก็ไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปได้ ขั้นที่สามคือความผิดพลาดจากการเปลี่ยนรูป (Transformation Errors) ในขั้นนี้ ถึงแม้ว่านักเรียนจะเข้าใจโจทย์ แต่นักเรียนไม่สามารถเลือกใช้การกระทำทางคณิตศาสตร์ (Operation) เช่น การบวก การลบ การคูณและการหาร ได้ หรือ ไม่สามารถบอกลำดับการกระทำที่จำเป็นในการแก้ปัญหาได้ ขั้นที่สี่คือความผิดพลาดจากการใช้ทักษะกระบวนการ (Process Skill Errors) ในขั้นนี้ นักเรียนไม่สามารถนำการกระทำทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว ไปใช้อย่างถูกต้องแม่นยำได้ ซึ่งทำให้เกิดการคำนวณที่ผิดพลาดขึ้น และขั้นสุดท้ายคือความผิดพลาดจากการสรุปคำตอบ (Encoding Errors) ความผิดพลาดในขั้นนี้ เกิดจากการที่นักเรียนทำตาม กระบวนการแก้ปัญหาอย่างถูกต้องแต่ไม่สามารถแสดงคำตอบในรูปแบบที่โจทย์ต้องการ

นิวมาน (Newman, 2543 : 13 – 14) ได้เสนอวิธีการในการสัมภาษณ์นักเรียนหลังจากการทำแบบทดสอบและวิธีการใช้คำถามในการสัมภาษณ์ไว้ว่า วิธีการสัมภาษณ์นักเรียน ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำการสัมภาษณ์หลังจากการทำแบบทดสอบเสร็จแล้วทันที โดยต้องแยกสัมภาษณ์ทีละคน ระหว่างการสัมภาษณ์นั้นก็ควรมีการบันทึกไว้ด้วย ส่วนสิ่งแวดล้อมรอบข้างควรมีสภาพที่ไม่รบกวนผู้สัมภาษณ์และนักเรียนมากนัก ถ้าสังเกตเห็นว่านักเรียนเกิดอาการเกร็งหรือ ไม่มีสมาธิที่จะให้สัมภาษณ์ต่อไปได้ก็ควรหยุดสัมภาษณ์ทันที และนอกจากนี้ผู้สัมภาษณ์ต้องระวังในเรื่องของการพูดด้วย เพราะอาจจะทำให้นักเรียนไขว้เขวหรือเปลี่ยนความคิดได้ และที่สำคัญผู้สัมภาษณ์ไม่ควรบอกนักเรียนว่า โจทย์ที่นำมาสัมภาษณ์นั้น เป็นข้อที่นักเรียนเคยทำคิดมาแล้ว ส่วนวิธีการใช้คำถามในการสัมภาษณ์นั้นนิวมานเสนอว่าคำถามดังต่อไปนี้จะเป็นแนวทางไปสู่การวิเคราะห์ความผิดพลาดของนักเรียนจากการเขียนตอบในแบบทดสอบคณิตศาสตร์ได้

ตารางที่ 3 การวิเคราะห์ความผิดพลาด

ชั้นที่	การวิเคราะห์ความผิดพลาด	คำถามที่ใช้
1	ความผิดพลาดจากการอ่าน (Reading errors)	นักเรียนลองอ่านคำถามให้ครูฟัง
2	ความผิดพลาดจากความเข้าใจ (Comprehension errors)	บอกครูว่า คำถามต้องการให้เธอทำอะไร
3	ความผิดพลาดจากการเปลี่ยนรูป (Transformation errors)	บอกครูถึงแนวคิดที่เธอจะใช้หาคำตอบ
4	ความผิดพลาดจากการใช้ทักษะกระบวนการ (Process skill errors)	ลองแสดงวิธีที่เธอใช้คำนวณหาคำตอบ พร้อมอธิบายตามไปด้วย
5	ความผิดพลาดจากการสรุปตอบ (Encoding errors)	ที่นี่ ให้เธอเขียนคำตอบของคำถาม

วิธีการบันทึกการสัมภาษณ์ลงในแบบบันทึกการสัมภาษณ์ของนิเวแมน มีวิธีการบันทึกดังต่อไปนี้

#### 1. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการอ่าน (Reading Recognition)

การสัมภาษณ์นักเรียนในขั้นนี้ ผู้ศึกษาจะให้นักเรียนอ่าน โจทย์ปัญหาจากแบบทดสอบถ้า นักเรียนอ่านได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C (Correct) ในช่องของ Word แต่ถ้า นักเรียนอ่านคำใดคำหนึ่งผิดหรืออ่านไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E (Errors) ในส่วนของ Word เช่นกัน พร้อมกับบันทึกรายละเอียดของการอ่านผิดอย่างย่อๆ ในส่วนของการอ่านสัญลักษณ์ที่อยู่ใน โจทย์ปัญหานั้น ถ้านักเรียนอ่านสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C ใน ส่วนของ Symbol แต่ถ้านักเรียนอ่านผิดหรืออ่านไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E ในส่วน ของ Symbol เช่นกัน พร้อมทั้งบันทึกรายละเอียดของการอ่านสัญลักษณ์ที่ผิดอย่างย่อๆ

#### 2. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการทำความเข้าใจ (Comprehension) การบันทึกผลการ สัมภาษณ์ในขั้นการทำความเข้าใจคำศัพท์เฉพาะ(Comprehension (a)) เมื่อผู้ศึกษาให้นักเรียน บอก

ความหมายของคำสำคัญ (Key words) หรือสัญลักษณ์ที่อยู่ในโจทย์ปัญหาแล้ว ผู้ศึกษาจะบันทึกผลลงในส่วนของ Terms ถ้านักเรียนสามารถบอกได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิด หรือบอกไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อๆ

การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการทำความเข้าใจ โจทย์ (Comprehension (b)) เมื่อผู้ศึกษาให้นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์ปัญหาต้องการให้นักเรียนทำแล้วผู้ศึกษาจะบันทึกผลลงในส่วนของ General โดยถ้านักเรียนบอกได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิดหรือบอกไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อๆ

3. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการเปลี่ยนรูป (Transformation) ในขั้นนี้ ถ้านักเรียนสามารถบอกแนวคิด หรือวิธีที่จะใช้หาคำตอบๆ ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะบันทึกผลโดยวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิด หรือบอกไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อๆ

4. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการใช้ทักษะกระบวนการ (Process skills) ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณหาคำตอบได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณผิด หรือแสดงวิธีคิดคำนวณไม่ได้ ผู้ศึกษาจะบันทึกสิ่งที่ผิดลงในส่วนต่างๆ ของขั้น Process skills ดังนี้

4.1 ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณซึ่งเป็นการเดาคำตอบที่ผิด ผู้ศึกษาจะบันทึกผลลงในส่วนของการเดาคำตอบ โดยวงกลมรอบอักษร E ในแถวของ R (Random response)

4.2 ถ้าพบว่านักเรียนเลือกการกระทำทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการคำนวณไม่ถูกต้อง ไม่เหมาะสม หรือไม่ตรงกับโจทย์ที่ต้องการแล้ว ผู้ศึกษาจะบันทึกผลการวงกลมรอบอักษร E ในแถวของ WO (Wrong Operation)

4.3 ถ้าพบว่านักเรียนได้นำการกระทำทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตรงกับที่โจทย์ต้องการให้ทำแล้วมาใช้คำนวณอย่างผิดๆ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบ E ในแถวของ FA (Faulty algorithm)

4.4 ถ้าพบว่านักเรียนคิดคำนวณผิด ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E ในแถวของ FC (Faulty Computation)

4.5 ถ้าพบว่านักเรียนไม่แสดงวิธีคิดคำนวณ หรือ ทำได้โดยผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E ในแถวของ E ในแถวของ NR (No response) ทั้งนี้ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณผิดหมดทุกกรณี คั้งกล่าวข้างต้นแล้ว ผู้ศึกษาจะบันทึกความผิดพลาดโดยวงกลมล้อมรอบอักษร E ในแถวสุดท้ายในขั้นนี้

5. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการสรุปคำตอบ(Encoding ability)ด้่านักเรียนสรุปคำตอบในรูปแบบข้อความ หรือ ภาษา ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบ C ในส่วนของ Words ถ้าสรุปผิด ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E ในส่วนของ Words เช่นเดียวกัน

ด้่านักเรียนสรุปคำตอบในรูปแบบสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร C ในส่วนของ Symbols ถ้าสรุปผิด ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E ในส่วนของ Symbols เช่นเดียวกัน

การสัมภาษณ์ คือ เป็นวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยวิธีการสนทนา พูดคุย ซักถามเพื่อวิเคราะห์เหตุผล และแนวคิดในการทำแบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งในการสนทนาดังกล่าวนอกจากการใช้คำพูดแล้วยังต้องใช้ตาและหูเพื่อดูและฟังประกอบการพิจารณาเพื่อหาข้อเท็จจริงอีกด้วย

### งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิเคราะห์ห้ม โนทัศน์ที่ตลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน ในเรื่องต่างๆ ที่นักการศึกษาหลายๆท่านได้ทำการศึกษาไว้ ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางสำหรับการวิเคราะห์ห้ม โนทัศน์ที่ตลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

#### งานวิจัยในประเทศ

เมตตา มาเวียง (2544 : 63 - 70) ได้ทำกรวิจัยเรื่อง “การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติของจำนวนนับ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น” โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในปีการศึกษา 2544 จำนวน 234 คน ซึ่งสรุปได้ว่า นักเรียนมีลักษณะของข้อบกพร่องย่อย 12 ลักษณะ โดยเรียงลำดับลักษณะข้อบกพร่องย่อย 3 ลำดับ จากมากไปหาน้อยดังนี้ นักเรียนทำ ไม่ครบขั้นตอนหรือลำดับขั้นตอนผิด เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ได้ และบอกกฎสูตรหรือนิยามของจำนวนนับไม่ได้ และเมื่อรวมลักษณะข้อบกพร่องย่อยเป็นลักษณะข้อบกพร่องใหญ่ได้ 4 ลักษณะ เรียงลำดับความถี่ที่พบต่อจำนวนความถี่ที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากมากไปน้อย คือการตรวจสอบการแก้ปัญหา ร้อยละ 56.00 การใช้กฎ สูตร และนิยาม ร้อยละ 36.89 การตีความหมาย ร้อยละ 29.00 และลำดับสุดท้ายคือ การคิดคำนวณ ร้อยละ 23.00

เวชฤทธิ์ อังกะภัทรขจร (2546 : 70 – 76) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ วัตถุประสงค์ในการวิจัย เพื่อสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ พ.ศ. 2521 ถึง พ.ศ. 2546 ซึ่งเป็นการสังเคราะห์เชิงคุณลักษณะ กลุ่มตัวอย่าง เป็น งานวิจัยในประเทศไทยซึ่งทำโดยอาจารย์หรือผู้เชี่ยวชาญที่เป็นบุคคลเพียงคนเดียว กลุ่มบุคคล หน่วยงาน หรือสถาบันทางการศึกษาและวิทยานิพนธ์ที่เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาระดับ บัณฑิตศึกษาของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร มหาวิทยาลัยมหาสารคาม และมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช ที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ พ.ศ. 2521 ถึง พ.ศ. 2546 จำนวน 58 เล่ม ผลการวิจัย พบว่าในแต่ละช่วงชั้นนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้ง 4 ด้านที่ทำการศึกษา ได้แก่ ด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา

จงกล ทำสวน (2547 : 45 – 48) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม” ประชากรที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม และผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีข้อผิดพลาดทางการเรียนมากที่สุดในด้านการคำนวณ รองลงมาเป็นด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ และด้านการตีความจากโจทย์ ตามลำดับ ส่วนข้อผิดพลาดในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้านมีค่าร้อยละ ดังนี้ ด้านการคิดคำนวณ นักเรียนมีข้อผิดพลาดในส่วนสรุปผลไม่ถูกต้อง ร้อยละ 62.89 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ร้อยละ 21.65 ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการและอสมการร้อยละ 8.25 และทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคิดคำนวณ ร้อยละ 7.21 ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ นักเรียนมีข้อผิดพลาดในความเข้าใจขั้นพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ ร้อยละ 50.70 ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติไม่ถูกต้องร้อยละ 36.62 จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติผิด ร้อยละ 11.27 และขาดทักษะในการเลือกใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติที่เหมาะสม ร้อยละ 1.41 และด้านตีความจาก โจทย์นักเรียนมีความผิดพลาดในการแปลความหมายจากประโยคภาษาไปเป็นประโยคสัญลักษณ์ ร้อยละ 76.74 และนำข้อมูลมาใช้ผิด ร้อยละ 23.26

ไข่มุก เลื่องสุนทร (2552 : 61-66) การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1 กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 402 คน ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการทำมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่อง “จำนวน” ซึ่งประกอบด้วย 3 หัวข้อ คือ สมบัติของจำนวนนับ ระบบจำนวนเต็ม และเลขยกกำลัง เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ด้านการใช้ข้อมูลผิด และด้านการตีความด้านภาษา

ศศิณา กาละปลูก (2552 : 57 - 62) ได้ทำการศึกษาระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิเวศวิเคราะห์ความผิดพลาดและสาเหตุของความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 จำนวน 10 คน ในโรงเรียนบ้านเมืองนะ อำเภอเชียงดาว จังหวัดเชียงใหม่ เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาได้แก่ แบบทดสอบ โจทย์ปัญหาสมการแบบเขียนตอบ ตารางบันทึกคำตอบจากแบบทดสอบ แบบบันทึกการสัมภาษณ์ และแบบวิเคราะห์ความผิดพลาดรายคน จากผลการศึกษาพบว่าความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหามากที่สุดคือ ในขั้นการเปลี่ยนรูปโดยพบว่า สาเหตุเกิดจากการที่นักเรียนมองไม่เห็นความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นในโจทย์ปัญหาทำให้ไม่สามารถนำข้อมูลที่มีในโจทย์ปัญหามาสัมพันธ์กันหรือเขียนเป็นสมการได้อย่างถูกต้อง รองลงมาคือการทำความเข้าใจศัพท์เฉพาะ การอ่านและการทำความเข้าใจศัพท์เฉพาะเกิดจากปัญหาด้านการใช้ภาษาไทยในการสื่อสาร รองลงมาอีกคือขั้นการใช้ทักษะกระบวนการเกิดจากการคิดคำนวณเพียงเพื่อต้องการให้ได้คำตอบตรงกับที่คาดคะเนเอาไว้ การนำกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ผิด การตรวจสอบคำตอบผิด การคิดคำนวณที่ไม่ถูกต้อง และท้ายสุดคือความสะเพร่าของนักเรียนเอง

บุญนุช กุลเพชร (2552 : 78 - 86) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลังของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2551 ภาคเรียนที่ 1 ที่มีผลการสอบประจำทวิภาคคณิตศาสตร์ เรื่องเลขยกกำลัง ไม่ผ่านเกณฑ์ 50 % จากคะแนนสอบประจำบท จำนวน 36 คน เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าคือ (1) แบบสอบถามเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเลขยกกำลัง ที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ (2) แบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวน 15 ข้อ และ (3) แบบสัมภาษณ์นักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดเรื่อง เลขยกกำลัง ใช้สถิติพื้นฐานในการวิเคราะห์ข้อมูล และเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล โดยใช้ตารางและการบรรยาย ผลการศึกษาค้นคว้า พบว่า ความคิด

รวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์และสาเหตุที่ทำให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง มีดังนี้ ความหมายของเลขยกกำลัง สัญลักษณ์วิทยาศาสตร์ การดำเนินการของเลขยกกำลัง สมบัติของเลขยกกำลัง การนำเลขยกกำลัง ไปใช้

### งานวิจัยต่างประเทศ

เดวิส (Davis. 1979 : 121-130) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์ข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาข้อผิดพลาดของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องกัน โครงสร้างของสาเหตุข้อบกพร่อง พร้อมทั้งวิธีการแก้ไขผลการวิจัย พบข้อผิดพลาดในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต และแคลคูลัส 7 อย่าง คือข้อผิดพลาดที่เกี่ยวกับการสุ่มกฎเกณฑ์ ลำดับ โครงสร้าง การตีความด้านภาษาการสรุปประโยคแสดงที่เกี่ยวกับกริยา การให้เหตุผล และการใช้กฎที่ผิดลำดับขั้นตอน

ทรูแรน (Truran. 1987 : 58 - 60) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความผิดพลาดและเทคนิคการแก้ไขในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยทำการศึกษากับกลุ่มนักเรียนที่มีอายุระหว่าง 7-15 ปี ที่มีอุปสรรคในการเรียนคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ทำการวิจัยเป็นแบบทดสอบและการสัมภาษณ์ซึ่งมีการบันทึกเสียงไว้ แล้วนำมาสรุปผลการหาสาเหตุของข้อผิดพลาดของนักเรียนแต่ละคน ตามระดับความผิดพลาดที่เกิดขึ้น ซึ่งพิจารณาโดยใช้รูปแบบความผิดพลาด 9 ด้าน ของคาเซย์ คือ รูปแบบของคำถาม การอ่านคำถาม ความเข้าใจคำถาม กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ การเสนอคำตอบความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้ เนื่องมาจากความระมัดระวังและความผิดพลาดซึ่งถูกระบาย ได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ผลการศึกษาพบข้อผิดพลาดตามรูปแบบนี้ แล้วนำเสนอวิธีการแก้ไข คือ ให้ใช้ประโยชน์จากสิ่งที่เป็นนามธรรมมาช่วยทั้งในส่วนบุคคลและในชั้นเรียน ให้นักเรียนใช้สมุดจดคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่พบใหม่พร้อมทั้งความหมายใช้ทักษะการอ่านในการแก้โจทย์ปัญหาตามลำดับขั้นต่อไปนี้ วิเคราะห์ประโยคอ่านซ้ำข้อความที่ไม่เข้าใจ ค้นหาคำถามซึ่งต้องการคำตอบ ค้นหาว่าตนเองกำลังศึกษาโจทย์ถึงขั้นใด อ่านประโยคดัง ๆ ถ้ายังไม่เข้าใจ ปรับระดับและสไลด์การอ่านให้ตรงกับเนื้อหาจนเข้าใจในเนื้อหาของคำถาม แล้วแปลความหมายของสิ่งที่อ่านไปสู่การคำนวณ นอกจากนี้ ครูควรช่วยเหลือนักเรียนแก้ปัญหของบทเรียน โดยการอธิบายในชั้นเรียนก่อนที่จะให้นักเรียนลงมือทำ

อง และ ลิม (Ong and Lim, 1987 : 199 - 205) ได้ทำการวิจัยเรื่องความเข้าใจและข้อผิดพลาดในวิชาพีชคณิต โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อสำรวจผลการสอนเกี่ยวกับความเข้าใจในวิชาพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในสิงคโปร์ กลุ่มตัวอย่าง คือนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่มีอายุระหว่าง 15 – 16 ปี จำนวน 3 กลุ่ม เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 365 คน นักเรียนระดับเตรียมอุดมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 339 คน และนักศึกษาระดับมหาวิทยาลัยจำนวน 267 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบพีชคณิตที่ผู้วิจัยดัดแปลงมาจากของอีวานส์ (Evans) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนจำนวนมากที่อายุระหว่าง 15 -16 ปี ไม่สามารถแก้ปัญหาพีชคณิตต่างๆ ได้ และสาเหตุข้อผิดพลาดส่วนใหญ่ เนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจในการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปรหรือค่าคงที่ นักเรียนใช้การแทนค่าจำนวนในสมการโดยไม่พิจารณากรณีที่ เป็นไปไม่ได้

ฟล็อกเนอร์ (Faulkner, 1992 : 80 - 91) ได้ทำการวิเคราะห์ความผิดพลาดจากนักเรียนพยาบาลที่เข้าฟังวิชา Calculus ซึ่งเป็นวิชาที่ไม่คิดคะแนนในโรงพยาบาลใน Melbourne ประเทศออสเตรเลีย ที่คล้ายกับงานของนิวแมนซึ่งการศึกษาครั้งนี้เป็น 1 ใน 2 – 3 งานของนิวแมนที่เคยรายงานถึงผลการสัมภาษณ์ผู้ใหญ่ และผลที่ได้แสดงให้เห็นว่า ความผิดพลาดของนักเรียนพยาบาลเหล่านี้เป็นเรื่องของการทำความเข้าใจ การเปลี่ยนรูป ซึ่งยืนยันบทสรุปแรกเริ่มที่ว่า “ทักษะกระบวนการไม่ใช่พื้นฐานเกือบทั้งหมดในการดำรงอยู่ในชีวิตประจำวัน”

ครีเมน และ เอลลิตัน (Clements and Ellerton, 1996 : 48-50) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนเกรด 8 อายุ 16 ปี จำนวน 8 คน ในโรงเรียน 5 แห่งของรัฐนิวเซาท์เวลส์ และรัฐวิกตอเรียของออสเตรเลีย โดยให้นักเรียนเขียนตอบคำถามที่ครูถาม ซึ่งครั้งหนึ่งของคำถามเป็นรูปแบบเลือกตอบคำตอบเดียว และอีกครั้งหนึ่งเป็นรูปแบบให้ตอบสั้น และเมื่อนำรูปแบบการสัมภาษณ์ของนิวแมนมาใช้ พบว่า 80% ของความผิดพลาด จัดเป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการอ่าน การทำความเข้าใจ และการเปลี่ยนรูปและมีเพียง 6% ของความผิดพลาดที่เกิดขึ้นเป็นประเภทเกิดจากการใช้ทักษะคิดคำนวณ

บาร์เซลลอส (Barcellos, 2005 : Abstract) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง พีชคณิตของนักเรียนในระดับมหาวิทยาลัย ผู้วิจัยได้ทำการศึกษากลุ่มตัวอย่างที่อยู่ในชั้นเรียนที่เรียนพีชคณิตเบื้องต้น จำนวนครึ่งหนึ่งของนักเรียนที่สอบผ่านเท่านั้น โดยสัมภาษณ์หัวข้อเกี่ยวกับ ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ทำให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด ระหว่างความผิดพลาดในระยะเบี่ยงวิธิการ และความสะเพร่าเล็กน้อยๆตามปกติ พบว่ามีความผิดพลาด 4 ประการ ได้แก่ กรณีที่ 1 คือการไม่เข้าใจในการใช้เครื่องหมายแสดงการเท่ากัน และอีก 3 กรณีเป็นการใช้สมบัติการแจกแจง นักเรียนที่ไม่เข้าใจการใช้เครื่องหมายแสดงการ



เท่ากัน มีสาเหตุมาจากการเขียนข้อความที่สมมูลกันกับข้อความก่อนหน้าหรือมีสาเหตุมาจากการบกพร่องเกี่ยวกับสัญลักษณ์ที่จะใช้เขียนเพื่ออธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาสวนความไม่เข้าใจเกี่ยวกับสมบัติการแจกแจง มีสาเหตุมาจากความไม่เข้าใจเนื้อหาของการดำเนินการที่ถูกต้อง ข้อค้นพบดังกล่าวมีผลมาจากทั้งความเข้าใจผิดพลาดที่พบมาก (การใช้กระบวนการโดยไม่ถูกต้อง) และความเข้าใจผิดพลาดที่พบส่วนน้อย (ไม่สามารถใช้กระบวนการที่ถูกต้อง) สิ่งที่นักเรียนแนะนำคือจำนวนจริงที่ติดกันที่ที่ไม่สามารถถอดรอกได้จะเป็นกรณีพิเศษที่สามารถถอดรอกได้โดยการดำเนินการของจำนวนจริงดังกล่าว

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ สรุปได้ว่าการวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ และผลการวิเคราะห์ หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด จะทำให้ทราบวิธีการคิดของเด็กในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตลอดจนกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ข้อมูลเหล่านี้มีความหมายอย่างมากต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครู ตลอดจนการคิดหาแนวทางในการช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหาเหล่านี้ จากผลการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่ได้นำเสนอมา ผู้วิจัยจึงได้นำหลักการเหล่านั้นมาเป็นแนวทางในการทำวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2