

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยเรื่องวิเคราะห์หมันโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีสมเด็จพิภพพัฒนาวิทยา ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ แบบรูป สาเหตุการเกิด และ แนวทางการแก้ไขหมันโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ดังรายละเอียดต่อไปนี้

การวิเคราะห์แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

การวิเคราะห์แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด มีลำดับขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. นำแบบทดสอบข้อที่นักเรียนทำผิดมาวิเคราะห์หาจำนวนนักเรียนที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ปรากฏผลการวิเคราะห์ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 การวิเคราะห์หาจำนวนนักเรียนที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

ข้อที่	จำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบผิด		จำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบถูก	จำนวนนักเรียนที่ไม่ทำแบบทดสอบ
	มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	ข้อผิดพลาด		
1	7	5	70	5
2	5	2	74	6
3	1	7	72	7
4	14	-	64	9
5	12	-	74	1
6	17	-	66	4
7	3	6	75	3
8	36	-	38	13

จากตารางที่ 6 พบว่าจำนวนข้อที่นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรียงลำดับจากมากไปหาน้อยได้ดังนี้ ข้อ 8 มีจำนวน 36 คน ข้อ 6 มีจำนวน 17 คน และข้อ 4 มีจำนวน 14 คน ข้อ 5 มีจำนวน 12 คน ข้อ 1 มีจำนวน 7 คน ข้อ 2 มีจำนวน 5 คน คน ข้อ 7 มีจำนวน 3 คน และ ข้อ 3 มีจำนวน 1 คน

สำหรับข้อที่เกิดข้อผิดพลาด เรียงลำดับจากมากไปหาน้อยได้ดังนี้ ข้อ 3 มีจำนวน 7 คน ข้อ 7 มีจำนวน 6 คน ข้อ 1 มีจำนวน 5 คน ข้อ 2 มีจำนวน 2 คน และข้อ 4 มีจำนวน 2 คน

2. นำมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากข้อมูลในตารางที่ 6 มาหาแบบรูปและหาสาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไข ได้ดังนี้

2.1 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 8 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูป ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

๘) สมการคือ $x^2 + 2x + 1 = 0$ มีคำตอบ 3 คำตอบคือ $x_1 = -1, x_2 = -1, x_3 = -1$

ถ้า $x = -1$ แทนค่าลงในสมการจะได้

$$(-1)^2 + 2(-1) + 1 = 0$$

$$1 - 2 + 1 = 0$$

$$0 = 0$$

ดังนั้น $x = -1$ เป็นคำตอบของสมการ

คำตอบของสมการคือ $x_1 = -1, x_2 = -1, x_3 = -1$

ภาพที่ 2 พบว่า นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนประโยคสมการ ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ ดังนั้นจึงเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 8 ในแบบรูป: การตีความ ด้านภาษา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 36 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 8 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

- ผู้วิจัย : โจทย์ข้อนี้ต้องการให้หาอะไร?
- นักเรียน : หาอายุสมศรีมีอายุไม่น้อยกว่ากี่ปีครับ
- ผู้วิจัย : อ่านโจทย์แล้วมีวิธีการคิดคำตอบอย่างไร อธิบายให้ฟังซิ?
- นักเรียน : ผมก็ให้ x แทนสมศักดิ์ ให้ y แทนสมศรี โจทย์บอกว่าสมศักดิ์แก่กว่าสมศรีห้าปี ก็จะได้ x ลบ y เท่ากับห้า ผมให้เป็นสมการที่หนึ่ง โจทย์บอกต่อไปว่าอีกสามปีอายุทั้งสองรวมกันไม่น้อยกว่าหกสิบเอ็ดปี ซึ่งก็คือ x บวกสามบวกกับ y บวกสามเป็นสมการที่สองจากนั้นก็แก้สมการ โดยเอาสมการที่หนึ่งบวกสมการที่สองแก้สมการได้อายุสมศรีไม่น้อยกว่าสามสิบเอ็ดปี เพราะที่ผมเข้าใจว่าต้องหาแบบนี้เท่านั้น จึงจะแทนตัวแปรตามที่โจทย์ให้มาได้
- ผู้วิจัย : อะไรทำให้คิดอย่างนี้?
- นักเรียน : เพราะผมคิดว่ามันน่าจะทำคล้ายกับการแก้ระบบสมการครับ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนไม่สามารถแปลความจากโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์ (อสมการ) ได้ถูกต้อง และมีความเข้าใจในมโนทัศน์ของอสมการยังไม่เพียงพอ

ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้คือ ขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาในขั้นทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

แนวทางแก้ไข

ฝึกทักษะ การทำความเข้าใจโจทย์โดยการฝึกอ่านตีความ สอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ให้แก่นักเรียน ช่วยเพิ่มหนทางในการแก้ปัญหา ในการจัดการกับโจทย์ปัญหา ถ้าวิธีการหนึ่งใช้ไม่ได้ผล ก็ยังมีอีกวิธีหนึ่งที่น่าจะทดลองใช้ดู โดย การเขียนแผนผังการทบทวน โจทย์ไปมา การเขียนข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้มาช่วยได้อย่างมากในการคิดแก้โจทย์ปัญหา อย่างน้อยก็ช่วยให้เกิดภาพของโจทย์ที่เป็นรูปธรรม และช่วยให้จำโจทย์ได้ง่ายขึ้น และอภิปรายซักถามเกี่ยวกับยุทธวิธีที่ใช้ พร้อมให้เหตุผลด้วยว่าทำไมจึงใช้ยุทธวิธีเช่นนั้น

และการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพื่อแก้โจทย์ปัญหา เป็นทางหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนมีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาได้ดีขึ้น

สรุปผลจากแบบทดสอบและ การสัมภาษณ์ นักเรียนทั้ง 36 คน พบว่า นักเรียนไม่สามารถแปลความจากโจทย์ให้อยู่ในรูปอสมการได้ถูกต้อง และยังไม่เข้าใจความหมายของอสมการ ทำให้คำตอบที่ได้ไม่สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ

2.2 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 6 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูป ดังนี้

วิเคราะห์แบบรูป

$$\begin{aligned}
 2) \quad & 6x + 5 < 5x + 1 \\
 & 6x + 5 < 5x + 1 - 5 \\
 & 6x < 5x + 1 - 5 \\
 & 6x < 5x - 4 \\
 & 6x - 5x < 5x - 5x - 4 \\
 & x < -4
 \end{aligned}$$

ภาพที่ 3 พบว่า นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการนำสมบัติไปใช้ ดังตัวอย่าง $6x = x$ คำตอบได้ $x = x - 6$ ดังนั้นจึงเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 6 ใน

แบบรูป : ด้านการบิดเบือน ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 17 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 6 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนมีแนวคิดอย่างไรในการหาคำตอบ?

นักเรียน : ผมย้ายบวกห้า ไปฝั่งตรงข้ามโดยเปลี่ยนจากบวกไปเป็นลบก็จะเหลือเพียง $6x$ น้อยกว่าหรือเท่ากับ $5x$ บวกหนึ่งลบห้า หนึ่งลบห้าเหลือสี่ลบออกจาก $5x$ เหลือ x ย้ายหกที่อยู่กับ x ไปลบ x ก็จะได้คำตอบ ครับ

ผู้วิจัย : ทำไมต้องเอา $5x$ ไปบวกกับลบสี่?

- นักเรียน : เพราะผมต้องการให้ค่าที่อยู่ฝั่งขวามือมีค่าน้อยลงครับ
 ผู้วิจัย : แล้ว x ลบ 6 สามารถหาคำตอบได้ไหม?
 นักเรียน : ได้ครับ ได้ $-6x$ ครับ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนไม่เข้าใจกฎและสมบัติของการเท่ากันของการบวก รวมทั้งไม่เข้าใจหลักการแก้สมการและการใช้เครื่องหมาย = หรือ $<$, $>$, \leq , \geq , \neq ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นผลมาจากการสัมภาษณ์นักเรียน เป็นดังนี้ คือ มีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สมบัติของการเท่ากันของการบวก ลบ คูณ หาร แนวทางแก้ไข

1. ทบทวนความรู้พื้นฐานเรื่อง อสมการ โดยการเริ่มจากความสัมพันธ์ของจำนวน โดยมีสัญลักษณ์ " $<$, $>$, \leq , \geq , \neq " บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน คำตอบของอสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรแล้วในอสมการทำให้อสมการเป็นจริงหรือสอดคล้องกับอสมการ
2. สร้างความเข้าใจหลักการแก้สมการ โดยการฝึกทักษะ ในประเด็นสำคัญดังต่อไปนี้
 - 2.1. การลบทั้งสองข้างของอสมการด้วยค่าคงตัวใดๆ ยังสามารถใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันได้
 - 2.2. การหารทั้งสองข้างของอสมการด้วยค่าคงตัวใดๆที่ไม่เท่ากับศูนย์ ยังสามารถใช้สมบัติการคูณของการไม่เท่ากันได้ เช่นยกตัวอย่าง การหารด้วย c คือ การคูณด้วย $\frac{1}{c}$
 - 2.3. ควรแนะนำให้นักเรียนระมัดระวังการคูณทั้งสองข้างของอสมการด้วยจำนวนลบ จำเป็นต้องเปลี่ยนเครื่องหมายจาก $<$ เป็น $>$, จาก $=$ เป็น $=$, จาก $>$ เป็น $<$ จาก $=$ เป็น $=$ จึงจะทำให้สมการเป็นจริง
 - 2.4. ควรแนะนำให้นักเรียนระมัดระวังในการแปลความหมายและการใช้สัญลักษณ์แทนคำว่า ไม่น้อยกว่า ไม่มากกว่า ไม่นเกิน ไม่ถึง เกิน อย่างน้อย อย่างมาก ตั้งแต่ เช่น ไม่น้อยกว่าห้า คือ มากกว่าหรือเท่ากับ 5 ไม่มากกว่า 3 คือ น้อยกว่าหรือเท่ากับสาม ไม่นเกิน 7 คือ น้อยกว่าหรือเท่ากับ 7 ไม่ถึง 10 คือ น้อยกว่า 10 เกิน 1 คือ มากกว่า 1 ตั้งแต่ 4 คือ มากกว่าหรือเท่ากับ 4 อย่างน้อย 6 คือ มากกว่าหรือเท่ากับ 6 อย่างมาก 8 คือ น้อยกว่าหรือเท่ากับ 8

สรุปผลจากแบบทดสอบและ การสัมภาษณ์ นักเรียนทั้ง 17 คน พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจกฎและสมบัติของการไม่เท่ากันของการคูณ การบวก และหลักการแก้สมการ นักเรียนบางคนยังสับสนการแก้สมการและการแก้สมการ และยังไม่เข้าใจหลักการแก้สมการระหว่างการใช้เครื่องหมาย = และเครื่องหมาย $<$, $>$, \leq , \geq , \neq

2.3 ผลการวิเคราะห์ข้อ 4 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูปได้ดังนี้ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

4 $2x - 5 \leq 4$
 นำ -5 มาบวกทั้งซ้ายกับขวา
 $2x - 5 + (-5) \leq 4 + (-5)$
 $2x \leq 4 - 5 + 5 + 5$
 $2x \leq 4$
 $x \leq 4/2$
 $x \leq 2$

ภาพที่ 4 พบว่า มีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการนำสมบัติไปใช้สมบัติ คือ $2x = 4$ คำตอบที่ได้ คือ $x = 2$ ดังนั้นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 4 คือแบบรูป : ด้านการบิดเบือน ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 14 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 4 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

- ผู้วิจัย : นักเรียนมีวิธีคิดอย่างไรในการหาคำตอบ ?
 นักเรียน : หนูนำลบห้ามาบวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ จากนั้นก็ย้ายลบห้าทั้งสองตัวไปฝั่งขวาเพื่อทำให้ฝั่งซ้ายเหลือสอง x ฝั่งขวาก็จะได้สี่บวกลบห้าลบห้าบวกห้าซึ่งบวกลบกันเหลือสี่ ก็จะเหลือก็จะได้สอง x น้อยกว่าหรือเท่ากับสี่จากนั้นก็ย้ายสองไปลบกับสี่ ก็จะได้ x น้อยกว่าหรือเท่ากับสอง

คะเพราะหนูเข้าใจว่าต้องทำยังไงก็ได้ให้ฝั่งซ้ายมือเหลือแค่ x ตัวเดียว
โดยข้ามไปฝั่งตรงข้ามให้หมด

ผู้วิจัย : แล้วทำไมต้องย้ายลบห้ามายู่ด้วยกัน?

นักเรียน : เพราะหนูต้องการให้บวกลบกันแล้วเหลือศูนย์คะ

ผู้วิจัย : ที่เหลือสองเอ็กย้ายลบไปลบออกได้ไหม?

นักเรียน : ลบ ได้คะ ได้คำตอบคือสองคะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียน มีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สมบัติของการ
เท่ากันของการบวก ลบ คูณ หาร

ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบและ
การสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้ คือ มีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สมบัติของการ
เท่ากันของการบวก และ คูณ

แนวทางแก้ไข

1. สอนซ่อมเสริมเกี่ยวกับการแก้สมการ โดยใช้บทเรียนแบบ โปรแกรม
ชุดการเรียนรู้การสอนรายบุคคล และบทเรียนกิจกรรม
2. ทบทวนความรู้พื้นฐานเรื่อง อสมการ โดยการเริ่มจากความสัมพันธ์ของ
จำนวนโดยมีสัญลักษณ์ " $<$ ", " $>$ ", " \leq ", " \geq ", " \neq " บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน คำตอบของ
อสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรแล้วในอสมการทำให้อสมการเป็นจริงหรือสอดคล้องกับ
อสมการ
3. สร้างความเข้าใจหลักการแก้สมการ โดยการฝึกทักษะ ในประเด็นสำคัญ
ดังต่อไปนี้
 - 2.1. การลบทั้งสองข้างของอสมการด้วยค่าคงตัวใดๆ ยังสามารถใช้
สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันได้
 - 2.2 การหารทั้งสองข้างของอสมการด้วยค่าคงตัวใดๆที่ไม่เท่ากับศูนย์ ยัง
สามารถใช้สมบัติการคูณของการไม่เท่ากันได้ เช่นยกตัวอย่าง การหารด้วย c คือ การคูณด้วย
 $\frac{1}{c}$

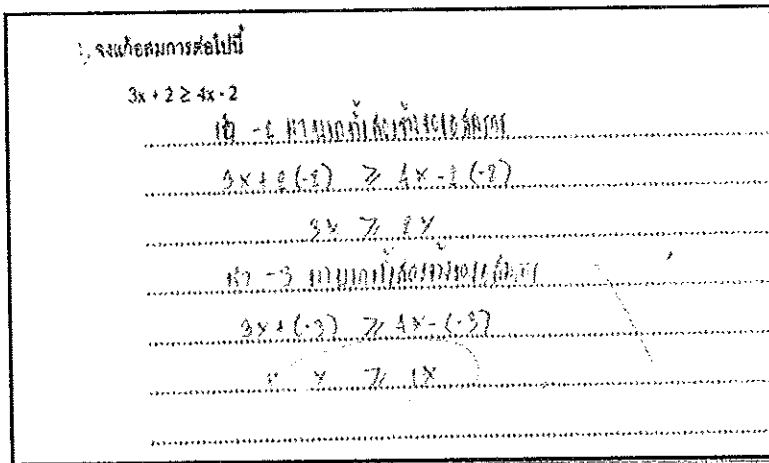
2.3 ควรแนะนำให้นักเรียนระมัดระวังการคูณทั้งสองข้างของอสมการด้วยจำนวนลบ จำเป็นต้องเปลี่ยนเครื่องหมายจาก < เป็น >, จาก = เป็น =, จาก > เป็น < จาก = เป็น = จึงจะทำให้สมการเป็นจริง

2.4 ควรแนะนำให้นักเรียนระมัดระวังในการแปลความหมายและการใช้สัญลักษณ์แทนคำว่า ไม่น้อยกว่า ไม่มากกว่า ไม่เกิน ไม่ถึง เกิน อย่างน้อย อย่างมาก ตั้งแต่ เช่น ไม่น้อยกว่าห้า คือ มากกว่าหรือเท่ากับ 5 ไม่มากกว่า 3 คือ น้อยกว่าหรือเท่ากับสาม ไม่เกิน 7 คือ น้อยกว่าหรือเท่ากับ 7 ไม่ถึง 10 คือ น้อยกว่า 10 เกิน 1 คือ มากกว่า 1 ตั้งแต่ 4 คือ มากกว่าหรือเท่ากับ 4 อย่างน้อย 6 คือ มากกว่าหรือเท่ากับ 6 อย่างมาก 8 คือ น้อยกว่าหรือเท่ากับ 8

สรุปผลจากแบบทดสอบและ การสัมภาษณ์ นักเรียนทั้ง 17 คน พบว่านักเรียน มีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สมบัติของการเท่ากันของการบวก ลบ คูณ หาร

2.4 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 5 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูป ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป



ภาพที่ 5 พบว่า มีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สมบัติของการเท่ากันของการบวก ลบ คูณ หารและการบวกลบพหุนาม คือ จาก $3x + (-3)$ ไม่สามารถที่จะบวกลบกันได้ ดังนั้นจึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 5 คือแบบรูป : ด้านการบิดเบือน ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 12 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 5 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

- ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ทำไมจึงคิดแบบนี้?
- นักเรียน : ผมนำบวกสองย้ายข้ามไปบวกกับที่ x ลบสองก็จะได้สาม x มากกว่าหรือเท่ากับที่ x จากนั้นผมก็นำลบสองมาบวกเข้าทั้งสองข้างก็จะได้สองลบสาม x เหลือ x มากกว่าหรือเท่ากับสอง เพราะผมต้องการทำให้เหลือแค่ x ตัวเดียวอะไรที่อยู่ฝั่งกับ x ต้องย้าย ไปฝั่งตรงข้ามให้หมดเลยครับ
- ผู้วิจัย : แล้วคิดว่าลบสองบวกลบสองมีค่าเท่าไร?
- นักเรียน : ศูนย์ค่ะ
- ผู้วิจัย : แล้วคิดยังไงถึงต้องเอาลบสามบวกเข้าทั้งสองข้าง?
- นักเรียน : เพราะหนูต้องการทำให้ $3x$ เหลือแค่ x เดียวคะ
- ผู้วิจัย : แล้วคิดว่า $3x$ บวกกับลบสาม กับ $4x$ ลบกับลบสาม บวกลบกัน ได้ไหม?
- นักเรียน : ได้ ได้ x ค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สมบัติของการเท่ากันของการบวก ลบ คูณ หาร และการบวกลบพหุนาม

สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นผลมาจากการสัมภาษณ์นักเรียนในการทำแบบทดสอบ เป็นดังนี้ คือ มีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สมบัติของการเท่ากันของการบวก ลบ คูณ หาร และการบวกลบพหุนาม

แนวทางแก้ไข

1. ใช้เอกสารแนะแนวทางเป็นบทเรียนการ์ตูน บทเรียนแบบโปรแกรม ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล
2. ทบทวนความรู้พื้นฐานเรื่อง อสมการ โดยการเรียนรู้จากความสัมพันธ์ของจำนวน โดยมีสัญลักษณ์ " $<$, $>$, \leq , \geq , \neq " บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน คำตอบของอสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรแล้วในอสมการทำให้อสมการเป็นจริงหรือสอดคล้องกับอสมการ โดยใช้เอกสารแนะแนวทางเป็นบทเรียนการ์ตูน บทเรียนแบบโปรแกรม ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล

3. สร้างความเข้าใจหลักการแก้สมการ โดยการฝึกทักษะ ในประเด็นสำคัญ ดังต่อไปนี้

2.1. การลบทั้งสองข้างของสมการด้วยค่าคงตัวใดๆ ยังสามารถใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันได้

2.2 การหารทั้งสองข้างของสมการด้วยค่าคงตัวใดๆที่ไม่เท่ากับศูนย์ ยังสามารถใช้สมบัติการคูณของการไม่เท่ากันได้ เช่นยกตัวอย่าง การหารด้วย c คือ การคูณด้วย $\frac{1}{c}$

2.3 ควรแนะนำให้นักเรียนระมัดระวังการคูณทั้งสองข้างของสมการ ด้วยจำนวนลบ จำเป็นต้องเปลี่ยนเครื่องหมายจาก $<$ เป็น $>$, จาก $=$ เป็น $=$, จาก $>$ เป็น $<$ จาก $=$ เป็น $=$ จึงจะทำให้สมการเป็นจริง

2.4 ควรแนะนำให้นักเรียนระมัดระวังในการแปลความหมายและการใช้สัญลักษณ์แทนคำว่า ไม่น้อยกว่า ไม่มากกว่า ไม่เกิน ไม่ถึง เกิน อย่างน้อย อย่างมาก ตั้งแต่ เช่น ไม่น้อยกว่าห้า คือ มากกว่าหรือเท่ากับ 5 ไม่มากกว่า 3 คือ น้อยกว่าหรือเท่ากับสาม ไม่เกิน 7 คือ น้อยกว่าหรือเท่ากับ 7 ไม่ถึง 10 คือ น้อยกว่า 10 เกิน 1 คือ มากกว่า 1 ตั้งแต่ 4 คือ มากกว่าหรือเท่ากับ 4 อย่างน้อย 6 คือ มากกว่าหรือเท่ากับ 6 อย่างมาก 8 คือ น้อยกว่าหรือเท่ากับ 8

สรุปผลจากแบบทดสอบและ การสัมภาษณ์ นักเรียนทั้ง 12 คน พบว่า มีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสมบัติของการเท่ากันของการบวก ลบ คูณ หาร และการบวกลบพหุนาม

2.5 ผลการวิเคราะห์ข้อ 1 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูป ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

จงเขียนประโยคที่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนแต่ละประโยคต่อไปนี้ (ให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง)

1.) ผลบวกของสามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 6 น้อยกว่า 20

$$x + 6 < 20$$

ภาพที่ 6 พบว่า นักเรียนแปลความจากโจทย์ของคำว่าผลบวกของสามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่ง คำตอบที่ได้คือ x^3 ดังนั้น โทษณ์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 1 คือ แบบรูป : การตีความด้านภาษา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 7 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 1 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : อ่านโจทย์แล้วคิดยังไงจึงได้คำตอบ?

นักเรียน : ก็โจทย์ให้มาว่า x แทนจำนวนจำนวนหนึ่งสามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งก็คือ x ยกกำลังสามแล้วก็นำไปบวกกับหกน้อยกว่า 20 ตามโจทย์ ตามความเข้าใจของผมนะครับ เพราะผมเข้าใจมาว่าเมื่อไรก็ตามที่เห็นคำว่าเท่าผมก็จะคิดว่าเป็นการยกกำลัง เช่นสองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งก็คือเอยกยกกำลังสองครับ

ผู้วิจัย : คิดว่าสามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งคืออะไร?

นักเรียน : เอ็กซ์กำลังสามครับ

ผู้วิจัย : ทำไมถึงคิดแบบนั้น?

นักเรียน : มันก็คือ x คูณกันอยู่สามตั้งไงครับ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนไม่สามารถแปลความจากโจทย์ให้อยู่ในรูปแบบอสมการได้ถูกต้อง ยังไม่เข้าใจความหมายของอสมการ ทำให้คำตอบไม่ครอบคลุมคำถาม

สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้ คือ ขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาในขั้นทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

แนวทางแก้ไข

ฝึกทำความเข้าใจโจทย์โดยการฝึกอ่านตีความ สอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหาล่าง ๆ ให้แก่นักเรียน ช่วยเพิ่มหนทางในการแก้ปัญห ในการจัดการกับโจทย์ปัญหา ถ้าวิธีการหนึ่งใช้ไม่ได้ผล ก็ยังมีอีกวิธีหนึ่งที่น่าจะทดลองใช้ดู โดย การเขียนแผนผัง การทบทวน โจทย์ไปมา การเขียนข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้มาช่วยได้อย่างมากในการคิดแก้โจทย์ปัญหา อย่างน้อยก็ช่วยให้เกิดภาพของโจทย์ที่เป็นรูปธรรม ช่วยในเรื่องของการคิดต่อ และช่วยให้จำโจทย์ได้ง่ายขึ้น และอภิปรายซักถามเกี่ยวกับยุทธวิธีที่ใช้ พร้อมให้เหตุผลด้วยว่าทำไมจึงใช้ยุทธวิธีเช่นนั้น และการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพื่อแก้โจทย์ปัญหา เป็นทางหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนมีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาได้ดีขึ้นและเน้นทักษะการแก้โจทย์ปัญหาควบคู่ไปกับทักษะการคิดคำนวณ ให้โอกาสนักเรียนได้ฝึกฝนมากขึ้น และตรวจแบบฝึกหัดด้วยตัวเอง โดยให้บทเรียนสำเร็จรูป เพื่อจะช่วยให้ นักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกัน ได้ฝึกตามศักยภาพที่แตกต่างกัน

สรุปผลจากแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์ นักเรียนทั้ง 7 คน พบว่า ขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาในขั้นทำความเข้าใจ โจทย์ปัญหา ทำให้ไม่สามารถแปลความจาก โจทย์ให้อยู่ในรูปอสมการได้ถูกต้อง ยังไม่เข้าใจความหมายของอสมการ ทำให้คำตอบไม่ครอบคลุมคำถาม

1.6 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 2 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูป ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

2.) ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 7 ไม่น้อยกว่า 25

$$x + 7 \geq 25$$

ภาพที่ 7 พบว่า นักเรียนแปลความหมายของคำว่า ไม่น้อยกว่า ให้อยู่ในรูปของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ถูกต้อง ดังนั้นโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 2 คือแบบรูป : การตีความด้านภาษา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 5 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 2 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

- ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ?
- นักเรียน : ผลบวกจำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับเจ็ดนี้ง่าย ๆ ผมเข้าใจ แต่ไม่น้อยกว่านี้ ผมไม่รู้ผมก็เลยคิดว่ามัน ไม่น้อยกว่าก็ต้องมากกว่าครับ
- ผู้วิจัย : ทำไมถึงคิดแบบนี้?
- นักเรียน : เพราะที่ผมเคยเรียนมา มี มากกว่า น้อยกว่า มากกว่าหรือเท่ากับ น้อยกว่า หรือเท่ากับ และ ไม่เท่ากับ แต่ถ้าว่าไม่น้อยกว่านี้ผมไม่เข้าใจครับ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนเข้าใจผิดในการตีความด้านภาษาและขาดมโนทัศน์เกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นผลมาจากการสัมภาษณ์นักเรียนในการทำแบบทดสอบ เป็นดังนี้

1. มีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนในมโนทัศน์เรื่อง อสมการ
2. ขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาในขั้นทำความเข้าใจ โจทย์ปัญหา.

แนวทางแก้ไข

1. สอนซ่อมเสริมเกี่ยวกับการแก้สมการ โดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมชุดการเรียนรู้ การสอนรายบุคคล และบทเรียนกิจกรรม โดยทบทวนความรู้พื้นฐานเรื่อง อสมการ โดยการ

เริ่มจากความสัมพันธ์ของจำนวน โดยมีสัญลักษณ์ " $<$, $>$, \leq , \geq , \neq " บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน คำตอบของอสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรแล้วในอสมการทำให้อสมการเป็นจริงหรือสอดคล้องกับอสมการ

2. ใช้ชุดฝึกทักษะ โดยฝึกการทำความเข้าใจโจทย์โดยการฝึกอ่านตีความ สอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหิต่าง ๆ ให้แก่นักเรียน ช่วยเพิ่มหนทางในการแก้ปัญหิต่าง ๆ ในการจัดการกับโจทย์ปัญหา ถ้าวิธีการหนึ่งใช้ไม่ได้ผล ก็ยังมีอีกวิธีหนึ่งที่น่าจะทดลองใช้ดู โดยการเขียนแผนผัง การทบทวนโจทย์ไปมา การเขียนข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้มาช่วยได้อย่างมาก ในการคิดแก้โจทย์ปัญหา อย่างน้อยก็ช่วยให้เกิดภาพของโจทย์ที่เป็นรูปธรรม ช่วยในเรื่องของการคิดต่อ และช่วยให้จำโจทย์ได้ง่ายขึ้น และอภิปรายซักถามเกี่ยวกับยุทธวิธีที่ใช้ พร้อมให้เหตุผลด้วยว่าทำไมจึงใช้ยุทธวิธีเช่นนั้น และการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพื่อแก้โจทย์ปัญหา เป็นทางหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนมีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาได้ดีขึ้น และเน้นทักษะการแก้โจทย์ปัญหาควบคู่ไปกับทักษะการคิดคำนวณ ให้โอกาสนักเรียนได้ฝึกฝนมากขึ้น และตรวจแบบฝึกหัดด้วยตัวเอง

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์ นักเรียนทั้ง 5 คน พบว่า มีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนในมโนทัศน์เรื่อง อสมการ และ ขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาในขั้นทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ทำให้นักเรียนไม่สามารถตีความจากประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

2.7 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 7 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูปได้ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

7.) จันดีทำงานพิเศษได้เงินเพิ่มจากเดิม 500 บาท แต่อย่างน้อยกว่าสัมจุกซึ่งมีรายได้ทั้งสิ้น 12,000 บาท เดิมจันดีมีรายได้น้อยกว่ากี่บาท

วิธีทำ
ให้คิดจันดี

$$\begin{array}{r} \text{.....} \times \text{ บาท} \\ \text{.....} \\ \times 500 = 12,000 \\ \times = 11,500 \\ \text{.....} \\ \text{.....} \end{array}$$

ภาพที่ 8 พบว่า นักเรียนแปลความหมายของคำว่า น้อยกว่า ให้อยู่ในรูปของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ถูกต้อง ดังนั้น โน้ตศัพท์ที่กลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 7 คือแบบรูป : การตีความด้านภาษา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 3 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 7 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ?

นักเรียน : ผมเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ x แทนเงินที่จันดีมีไม่น้อยกว่าก็คือต้องไม่เท่ากับที่จะได้ x บวกห้าร้อยต้องไม่เท่ากับหนึ่งหมื่นสองพันห้าบวกห้าร้อยไปลบออกจากหมื่นสองพัน แล้วก็ตอบหนึ่งหมื่นเก้าพันห้าร้อย เพราะผมคิดว่าถ้ามันน้อยกว่า ก็แสดงว่ามันต้องไม่เท่ากับ

ผู้วิจัย : ทำไมจึงคิดแบบนี้?

นักเรียน : เพราะหนูคิดว่าถ้ามันน้อยกว่า ก็แสดงว่ามันต้องไม่เท่ากับ

ผู้วิจัย : ทำไมคิดว่าน้อยกว่ามันคือ ไม่เท่ากับ?

นักเรียน : เพราะหนูเคยเรียนว่ามันจะเชื่อมด้วยเครื่องหมายเท่ากับแต่โจทย์บอกว่าไม่น้อยกว่าหนูก็เลยคิดว่ามันต้องเชื่อมด้วยเครื่องหมายไม่เท่ากับค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนเข้าใจผิดในการตีความด้านภาษา และมีความเชื่อหรือแนวความคิดที่ผิดเกี่ยวกับคำว่าไม่น้อยกว่า

ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้

1. มีความคลาดเคลื่อนในมโนทัศน์เรื่องอสมการ
2. ขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาในขั้นทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

แนวทางแก้ไข

1. สอนซ่อมเสริมเกี่ยวกับการแก้สมการ โดยใช้เอกสารแนะแนวทางเป็นบทเรียนการคูณ บทเรียนแบบโปรแกรม ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล โดย ทบทวนความรู้พื้นฐานเรื่อง อสมการ โดยการเริ่มจากความสัมพันธ์ของจำนวน โดยมีสัญลักษณ์ " $<$ ", " $>$ ", " \leq ", " \geq ", " \neq " บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน คำตอบของอสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรแล้วในอสมการทำให้อสมการเป็นจริงหรือสอดคล้องกับอสมการ

2. ทำแบบฝึกทักษะในเรื่องการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยา คือ การเข้าใจปัญหา การเข้าใจปัญหา ต้องทำความเข้าใจว่า สิ่งใดที่เราต้องการค้นหา สิ่งใดคือข้อมูล สิ่งใดคือเงื่อนไข และเงื่อนไขนั้นจะเป็นตัวนำไปสู่สิ่งที่เรากำลังค้นหาหรือไม่ จากนั้นเป็นการวาดแผนผัง เพื่อแสดงให้เห็นถึงจุดที่สำคัญได้ และแยกเงื่อนไขออกเป็นส่วนๆ และควรเน้นทักษะการแก้โจทย์ปัญหาควบคู่ไปกับทักษะการคิดคำนวณ ให้โอกาสนักเรียนได้ฝึกฝนมากขึ้น และตรวจแบบฝึกหัดด้วยตัวเอง

สรุปผลจากแบบทดสอบและ การสัมภาษณ์ นักเรียนทั้ง 3 คน พบว่า มีความคลาดเคลื่อนในมโนทัศน์เรื่องอสมการ ขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาในขั้นทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาทำให้นักเรียนไม่สามารถตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ได้

2.8 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 3 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 แบบรูป ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

<p>3.) เศษเจ็ดส่วนสิบห้าของของจำนวนจำนวนหนึ่งไม่เท่ากับ 105</p> <p>$\frac{7}{15} \times (+) 105$</p>

ภาพที่ 9 พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจคำว่า ไม่เท่ากับ ดังนั้น โน้ตสนัที่คลาดเคลื่อนของแบบทดสอบข้อที่ 3 คือแบบรูป : การตีความด้านภาษา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 1 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 3 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ?

นักเรียน : ผมแทนค่าตามสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ เศษเจ็ดส่วนสิบห้าผม ได้เศษเจ็ดส่วนสิบห้า x ผมไม่รู้ว่าไม่เท่ากับร้อยห้าเป็นยังไงผมเลยคิดว่ามันน่าจะบวกกันครับ เพราะถ้ามันไม่เท่ากับมันก็ต้องจับมาบวกกันครับ

ผู้วิจัย : แล้วจากคำตอบที่เราทำได้นี้สามารถหาค่าของคำตอบต่อได้ไหม?

นักเรียน : ได้ครับ ได้ 112 ส่วน 15 ครับ

พบว่านักเรียนเข้าใจผิดในการตีความด้านภาษา และยังมีความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์เกี่ยวกับอสมการ ทำให้นักเรียนจินตนาการในการหาคำตอบนั้นผิดไป

สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้

1. มีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนในมโนทัศน์เรื่อง อสมการ
2. ขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาในขั้นทำความเข้าใจ โจทย์ปัญหา

แนวทางแก้ไข

1. สอนซ่อมเสริมเกี่ยวกับการแก้สมการ โดยใช้เอกสารแนะแนวทางเป็น บทเรียนการ์ตูน บทเรียนแบบโปรแกรม ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล
2. ทบทวนความรู้พื้นฐานเรื่อง อสมการ โดยการเริ่มจากความสัมพันธ์ของ จำนวน โดยมีสัญลักษณ์ " $<$, $>$, \leq , \geq , \neq " บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน คำตอบของ อสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรแล้วในอสมการทำให้อสมการเป็นจริงหรือสอดคล้องกับ อสมการ โดยฝึกการทำความเข้าใจโจทย์โดยการฝึกอ่านตีความ สอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ต่าง ๆ ให้แก่นักเรียน ช่วยเพิ่มหนทางในการแก้ปัญหา ในการจัดการกับโจทย์ปัญหา ถ้า วิธีทางหนึ่งใช้ไม่ได้ผล ก็ยังมีอีกวิธีหนึ่งที่น่าจะทดลองใช้ดู โดย การเขียนแผนผัง การทบทวน โจทย์ไปมา การเขียนข้อมูลต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้มาช่วยได้อย่างมากในการคิดแก้โจทย์ ปัญหา อย่างน้อยก็ช่วยให้เกิดภาพของโจทย์ที่เป็นรูปธรรม ช่วยในเรื่องของการคิดต่อ และ ช่วยให้จำโจทย์ได้ง่ายขึ้น และอภิปรายซักถามเกี่ยวกับยุทธวิธีที่ใช้ พร้อมให้เหตุผลด้วยว่า ทำไมจึงใช้ยุทธวิธีเช่นนั้น และการทำงานรวมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพื่อแก้โจทย์ปัญหา เป็นทาง หนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนมีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา ได้ดีขึ้นและควรเน้นทักษะการแก้โจทย์ ปัญหาควบคู่ไปกับทักษะการคิดคำนวณ ให้โอกาสนักเรียน ได้ฝึกฝนมากขึ้น และตรวจ แบบฝึกหัดด้วยตัวเอง

สรุปผลจากแบบทดสอบและ การสัมภาษณ์ นักเรียนทั้ง 3 คน พบว่า นักเรียน ไม่สามารถตีความจากประ โยคภาษามาเป็นประ โยคคณิตศาสตร์ได้

3. นำข้อผิดพลาดจากข้อมูลในตารางที่ 7 มาหาแบบรูป สรุปได้ดังนี้

3.1 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 3 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการ แก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบแบบรูปของข้อผิดพลาด 1 แบบ รูป ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

3.) เศษเจ็ดส่วนสิบห้าของของจำนวนจำนวนหนึ่งไม่เท่ากับ 105

$$\frac{7}{15}x = 105$$

ภาพที่ 10 พบว่า นักเรียนขาดความรอบคอบเกี่ยวกับการเขียนจำนวนคือ จาก $\frac{7}{15}$ เขียนเป็น $\frac{7}{5}$ ดังนั้นข้อผิดพลาดของแบบทดสอบข้อที่ 3 คือแบบรูป : ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัย ได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 7 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 3 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ?

นักเรียน : ผมอ่านและแทนค่าตามสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ เศษเจ็ดส่วนสิบห้า (หยุดคิดสักพัก) ทำไมผมได้เศษเจ็ดส่วนห้า x

ผู้วิจัย : ทำไมจึงได้คำตอบแบบนี้ ?

นักเรียน : แสดงว่าผมต้องลืมแน่ๆเลยครับ เพราะผมคงรีบจนลืมอ่านโจทย์ให้ดีๆว่าเป็นห้าหรือสิบห้า

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนรู้และเข้าใจแต่ทำงานเร่งรีบจนขาดความรอบคอบหลงลืมและไม่ตรวจทานความสมบูรณ์ของคำตอบ

ศึกษาสาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด จากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้ คือ ขาดความรอบคอบ

แนวทางแก้ไข

จัดเวลาสำหรับทบทวนสิ่งที่เรียนมา หรืออ่านล่วงหน้าสิ่งที่จะเรียนต่อไป และถ้าปฏิบัติตามที่กำหนดได้ควรให้รางวัลตัวเอง เช่น ได้ขนม ได้เล่น ได้ฟังเพลง ดูทีวี ได้เล่นกีฬา

เป็นต้น ถ้าทำไม่ได้ตามกำหนดควรหาเวลาชดเชย หรือทบทวนความรู้กับเพื่อน แบ่งปันความรู้ อธิบายให้กันและกัน

สรุปผลจากแบบทดสอบและ การสัมภาษณ์ นักเรียนทั้ง 7 คน พบว่า ขาดความรอบคอบในการเขียนสัญลักษณ์ และการสรุปคำตอบ

3.2 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 7 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบข้อผิดพลาด 2 แบบรูปได้ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

แบบรูปที่ 1

ให้นักเรียนแก้ไขข้อผิดพลาดสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

7.) จำนวนงานพิเศษได้เงินเพิ่มจากเดิม 500 บาท แต่อย่างน้อยกว่าสัมจุกซึ่งมีรายได้ทั้งสิ้น 12,000 บาท เดิมจันตีมีรายได้น้อยกว่ากี่บาท

วิธีทำ

$x + 500 < 12,000$

$x < 12,000 - 500$

$(x < 11,500)$

ภาพที่ 11 พบว่า นักเรียนขาดเทคนิคการคิดคำนวณในเรื่องของการบวกลบจำนวนเต็ม โดยลบ 12,000 – 500 ได้ 19,500 ดังนั้นข้อผิดพลาดของแบบทดสอบข้อที่ 7 คือแบบรูป : ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 4 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 7 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่งการสัมภาษณ์

- ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ?
- นักเรียน : ผมเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ x บวกห้าร้อยน้อยกว่าหรือเท่ากับหนึ่งหมื่นสองพันจากนั้นก็ย้ายห้าร้อยไปลบออก. แล้วก็ตอบหนึ่งหมื่นเก้าพันห้าร้อย
- ผู้วิจัย : หนึ่งหมื่นสองพันลบห้าร้อยได้เท่าไร ?
- นักเรียน : ผมลบเลขผิดแน่ๆเลยครับ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนเข้าใจกระบวนการหาคำตอบแต่ขาดความระมัดระวัง ไม่รอบคอบและตรวจสอบคำตอบให้ดีกว่าก่อน

ศึกษาสาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด จากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้ คือ ขาดความรอบคอบในการบวกลบจำนวน

แนวทางแก้ไข

1. จัดกิจกรรมโดยใช้รูปธรรมมาอธิบายนามธรรม ให้นักเรียนเรียนด้วยความสนุกสนาน เพลิดเพลิน อาจจะใช้เพลง กลอน เกม ปริศนา บทเรียนการ์ตูน เอกสารแนวแนวทาง บทเรียนแบบโปรแกรม ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล และในชั้นเรียน
2. จัดเวลาสำหรับบททวนสิ่งที่เรียนมา หรืออ่านล่วงหน้าสิ่งที่จะเรียนต่อไป และถ้าปฏิบัติตามที่กำหนดได้ควรให้รางวัลตัวเอง เช่น ได้ขนม ได้เล่น ได้ฟังเพลง ดูทีวี ได้เล่นกีฬา เป็นต้น ถ้าทำไม่ได้ตามกำหนดควรหาเวลาชดเชย

สรุปผลจากแบบทดสอบและ การสัมภาษณ์ นักเรียนทั้ง 4 คน พบว่านักเรียนขาดความรอบคอบความระมัดระวังในการคำนวณ นักเรียนไม่ชอบคิด โดยเฉพาะเรื่องที่ยุ่งยาก ซับซ้อน

วิเคราะห์แบบรูป
แบบรูปที่ 2

ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

7.) จันดีทำงานพิเศษได้เงินเพิ่มจากเดิม 500 บาท แต่ชั่งน้อยกว่าส้มจุกซึ่งมี
รายได้ทั้งสิ้น 12,000 บาท เดิมจันดีมีรายได้น้อยกว่ากี่บาท

วิธีทำ

$$x + 500 < 12,000$$

$$x < 12,000 - 500$$

$$x < 11,500$$

ตอบ (เงินจันดีมีรายได้น้อยกว่า 500 บาท)

ภาพที่ 12 พบว่า นักเรียนขาดการตรวจสอบคำตอบ คำตอบได้ 11,500 แต่เขียนตอบ
ตอบ 500 ดังนั้นจึงเกิดข้อผิดพลาดของแบบทดสอบข้อที่ 7 คือแบบรูป : ขาดการตรวจสอบ
ในระหว่างการแก้ปัญหา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัย ได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 2 คน ที่ทำ
แบบทดสอบข้อที่ 7 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่งการสัมภาษณ์

- ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ?
- นักเรียน : อ่านโจทย์ภาษาแล้วเปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ x
บวกห้าร้อยน้อยกว่าหนึ่งหมื่นสองพัน จากนั้นก็ย้ายห้าร้อยไปลบออก
จากหนึ่งหมื่นสองพันเหลือหนึ่งหมื่นหนึ่งพันห้าร้อย (มองคำตอบของ
ตัวเอง)
- ผู้วิจัย : อ่านโจทย์ใหม่อีกรอบซิดูว่า โจทย์ต้องการให้หาอะไร?
- นักเรียน : หนูทำผิด ที่จริงหนูต้องตอบหนึ่งหมื่นหนึ่งพันห้าร้อย แต่หนูนึกว่าต้อง
เอาหนึ่งหมื่นสองพันมาลบออกจากหนึ่งหมื่นหนึ่งพันห้าร้อยอีกค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนขาดความรอบคอบ ไม่ตรวจสอบคำตอบให้ดีกว่า
โจทย์ต้องการให้หาอะไร

สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด เป็นผลมาจากการสัมภาษณ์นักเรียนในการทำแบบทดสอบ คือ ขาดการตรวจสอบคำตอบ

แนวทางแก้ไข

1. ใช้เอกสารแนะแนวทางเป็นบทเรียนการ์ตูน บทเรียนแบบโปรแกรม ชุดการเรียนรู้การสอนรายบุคคล
2. จัดเวลาสำหรับทบทวนสิ่งที่เรียนมา หรืออ่านล่วงหน้าสิ่งที่จะเรียนต่อไป และถ้าปฏิบัติตามที่กำหนดได้ควรให้รางวัลตัวเอง เช่น ได้ขนม ได้เล่น ได้ฟังเพลง คู่มือ ได้เล่นกีฬา เป็นต้น ถ้าทำไม่ได้ตามกำหนดควรหาเวลาชดเชย

สรุปผลจากแบบทดสอบและ การสัมภาษณ์ นักเรียนทั้ง 2 คน พบว่านักเรียนขาดความรอบคอบในการสรุปคำตอบ นักเรียนทำงานไม่เป็นระบบ ไม่มีแบบแผน รีบเร่งจนขาดความรอบคอบ

3.3 ผลการวิเคราะห์ข้อ 1 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบข้อผิดพลาด 1 แบบรูปได้ดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

<p>จงเขียนประโยคที่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนแต่ละประโยคต่อไปนี้ (ให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง)</p> <p>1.) ผลบวกของสามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 6 น้อยกว่า 20</p> <p>..... $(3 + 6) < 20$</p>

ภาพที่ 13 พบว่า นักเรียนขาดความรอบคอบโดยการลืมเขียนให้เป็น $3x$ ดังนั้นข้อผิดพลาดของแบบทดสอบข้อที่ 1 คือแบบรูป : ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 5 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 1 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ?

- นักเรียน : อ่านโจทย์แล้วก็แทนค่าตามค่าสามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งก็คือสาม
x บวกหกน้อยกว่าสี่สิบ
- ผู้วิจัย : คุณคำตอบที่เราเขียนนั้นถูกไหม?
- นักเรียน : เจียบสักพัก (ดูคำตอบที่ตัวเองทำแล้วรีบบอกว่า..อ้อ..หนูลืมนะค่ะ!) หนู
ตั้งใจจะเขียนสาม x บวกหกน้อยกว่าสี่สิบค่ะ หนูลืมใส่ตัว x ค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนเข้าใจและสามารถเปลี่ยนประโยคสัญลักษณ์ทาง
คณิตศาสตร์ได้แต่ขาดความระมัดระวังในการหาคำตอบ และเร่งรีบจนลืมไปว่าคำตอบที่เขียน
นั้น ไม่สมบูรณ์

สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบและการ
สัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้ คือ ขาดความรอบคอบในการเขียนคำตอบ

แนวทางแก้ไข

1. จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีการยืดหยุ่นให้นักเรียนได้มีโอกาสเลือกทำ
กิจกรรมได้ตามความพอใจ ตามความถนัดของตน และให้อิสระในการทำงานแก่นักเรียน สิ่ง
สำคัญประการหนึ่ง คือ การปลูกฝังเจตคติที่ดีแก่นักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ ถ้าเกิดมีขึ้น
จะช่วยให้ นักเรียนพอใจในการเรียนวิชานี้ เห็นประโยชน์และคุณค่าย่อมจะสนใจมากขึ้น

2. ฝึกให้นักเรียนรู้จักตรวจเช็คคำตอบด้วยตัวเอง

สรุปผลจากแบบทดสอบและ การสัมภาษณ์ นักเรียนทั้ง 5 คน พบว่านักเรียน
ทำงานไม่เป็นระบบ ไม่มีแบบแผน รีบเร่ง ขาดความรอบคอบ

3.4 ผลการวิเคราะห์ข้อ 2 สามารถสรุป แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการ
แก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด พบข้อผิดพลาด 1 แบบรูปดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

2.) ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 7 ไม่น้อยกว่า 25

$$x + 7 \geq 25$$

ภาพที่ 14 พบว่า นักเรียนขาดความรอบคอบในการเขียนตัวเลข คือ เขียนเลข 7 เป็นเลข 2 ดังนั้นจึงเกิดข้อผิดพลาดของแบบทดสอบข้อที่ 2 คือแบบรูป : ขาดการตรวจสอบ ในระหว่างการแก้ปัญหา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 5 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 2 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ ?

นักเรียน : ผมก็แทนค่าตามที่โจทย์กำหนดให้ก็ได้ x บวกเจ็ด ผมก็พิจารณาว่าถ้าไม่น้อยกว่าก็ต้องมากกว่าและต้องเท่ากับสี่สิบห้าด้วยครับ

ผู้วิจัย : แล้วคำตอบที่ได้คืออะไร ?

นักเรียน : ..ผมไม่ได้ใส่ตัวเลขสี่สิบห้าหรือครับ..ที่จริงมันต้องเป็น x บวกเจ็ดมากกว่าหรือเท่ากับสี่สิบห้าครับ ผมลืมเขียนผมคงจะรีบทำและก่อนส่ง

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนรู้และเข้าใจแต่ขาดความรอบคอบความระมัดระวังหลงลืมและไม่ตรวจทานความสมบูรณ์ของคำตอบ

ศึกษาสาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

จากการวิเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียน สรุปได้เป็นดังนี้ คือ ขาดความรอบคอบในการเขียนคำตอบ

แนวทางแก้ไข

1.การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรสนุกสนานบันเทิงไปพร้อมกับการเรียนรู้ด้วย จึงจะสร้างบรรยากาศที่น่าติดตามให้แก่ นักเรียนและใช้ของจริง อุปกรณ์ ซึ่งเป็นรูปธรรม นำไปสู่นามธรรม จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ

2. จัดเวลาสำหรับทบทวนสิ่งที่เรียนมา หรืออ่านล่วงหน้าสิ่งที่จะเรียนต่อไป และถ้าปฏิบัติตามที่กำหนดได้ควรให้รางวัลตัวเอง เช่น ได้ขนม ได้เล่น ได้ฟังเพลง ดูทีวี ได้เล่นกีฬา เป็นต้น ถ้าทำไม่ได้ตามกำหนดควรหาเวลาชดเชย ศึกษาด้วยตนเองจากตำราหลาย ๆ เล่ม

ต้องทำความเข้าใจจุดสาระสำคัญต่าง ๆ ลงในโน้ตย่อ จุดที่ไม่เข้าใจไว้ค้นคว้าต่อไป ถ้าต้องการเชี่ยวชาญคณิตศาสตร์ ต้องหมั่นหาโจทย์แปลกใหม่มาทำมาก ๆ เช่น โจทย์แข่งขัน

สรุปผลจากแบบทดสอบและ การสัมภาษณ์ นักเรียนทั้ง 5 คน พบว่านักเรียนขาดความรอบคอบในการเขียนสัญลักษณ์ ในการสรุปคำตอบ นักเรียนทำงานไม่เป็นระบบ ไม่มีแบบแผน รีบเร่งจนขาดความรอบคอบ

สรุปผลการวิเคราะห์เรื่องการวิเคราะห์หิม โน้ตค้นที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้ดังนี้

1. แบบรูป

แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 แบบรูป คือ การตีความด้านภาษา และด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

แบบรูปของข้อผิดพลาด 2 แบบรูป คือ ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา และ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

2. สาเหตุ

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ มีความคลาดเคลื่อนใหม่ โน้ตค้นเรื่องอสมการ มีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สมบัติของการเท่ากันของการบวก ลบ คูณหาร และ ขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาในขั้นทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด ได้แก่ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ขาดความรอบคอบในการตรวจสอบคำตอบ

3. แนวทางแก้ไข

แนวทางการแก้ไข มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ ใช้เอกสารแนะนำแนวทางเป็น บทเรียนการ์ตูน บทเรียนแบบโปรแกรม การใช้ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล เพื่อสร้างความเข้าใจและหลักการแก้อสมการ และการใช้ชุดฝึกทักษะ โดยฝึกการทำโจทย์โดยการฝึกอ่านตีความ

แนวทางการแก้ไขข้อผิดพลาด ได้แก่ สร้างความตระหนัก ฝึกฝนและทบทวนด้วยตนเองสม่ำเสมอ ฝึกการทำงานให้เป็นระบบ มีระเบียบวินัย รอบคอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง