

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามลำดับหัวข้อ ต่อไปนี้

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
3. ข้อผิดพลาด
4. การวิเคราะห์ห้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด
5. แบบทดสอบ
6. การสัมภาษณ์
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 7.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3)

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้กล่าวถึง รายละเอียดของหลักสูตรตามหัวข้อต่อไปนี้ (กรมวิชาการ. 2544 : 1 -- 6)

ความสำคัญ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนามนุษย์

ให้มีความสมบูรณ์ทั้งทางร่างกายและจิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็น นามธรรม มีโครงสร้างซึ่งประกอบด้วยคำ นิยาม บทนิยาม สัจพจน์ ที่เป็นข้อตกลงเบื้องต้น จากนั้นจึงใช้การให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลสร้างทฤษฎีบทต่าง ๆ ขึ้นและนำไปใช้ อย่างเป็นระบบ คณิตศาสตร์เป็นความถูกต้อง เทียงตรง คงเส้นคงวา มีระเบียบแบบแผน เป็นเหตุเป็นผล และมีความสมบูรณ์ในตัวเอง คณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษา เกี่ยวกับแบบรูปและความสัมพันธ์ เพื่อให้ข้อสรุป และนำไปใช้ประโยชน์ คณิตศาสตร์เป็น ภาษาสากล ที่ทุกคนเข้าใจตรงกันในการสื่อสาร สื่อความหมาย และถ่ายทอดความรู้ระหว่าง ศาสตร์ต่าง ๆ

วิสัยทัศน์การเรียนรู้

การศึกษาคณิตศาสตร์สำหรับการศึกษาระดับพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เป็น การศึกษาเพื่อปวงชนที่เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและ ตลอดชีวิตตามศักยภาพ ทั้งนี้เพื่อให้เยาวชนเป็นผู้มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่ เพียงพอ สามารถนำความรู้ ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไปพัฒนาคุณภาพ ชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐาน สำหรับการศึกษาคือ ดังนั้น จึงเป็นความรับผิดชอบของสถานศึกษาที่ต้องจัดสาระการเรียนรู้ที่ เหมาะสมแก่ผู้เรียนแต่ละคน ทั้งนี้เพื่อให้บรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้

คุณภาพของผู้เรียนตามหลักสูตร

เมื่อผู้เรียนจบการศึกษาระดับพื้นฐาน 12 ปีแล้ว ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจใน เนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์พัฒนาคุณภาพชีวิต ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็น พื้นฐานในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้นการที่ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีคุณภาพ นั้น จะต้องมีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ ควบคู่ไปกับ คุณธรรม จริยธรรมและค่านิยม ดังนี้ มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานเกี่ยวกับ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูล และความน่าจะเป็น พร้อมทั้งสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ได้ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา ด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อ

ความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การเชื่อมโยง ความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ การมีความสามารถในการทำงานอย่างมีระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่า และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

สาระการเรียนรู้

สาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้นี้เป็นสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ประกอบด้วยเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการจัดการเรียนรู้

สาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ประกอบด้วย

- สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ
- สาระที่ 2 การวัด
- สาระที่ 3 เรขาคณิต
- สาระที่ 4 พีชคณิต
- สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น
- สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น

มาตรฐานการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน มีดังนี้

สาระที่ 1 : จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค : 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวน
ในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค : 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์
ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการ
แก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค : 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค : 1.4 เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

สาระที่ 2 : การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 : เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 : วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้

มาตรฐาน ค 2.3 : แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

สาระที่ 3 : เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 : อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2 : การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้การนึกภาพ และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric mode)

สาระที่ 4 : พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 : อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่าง ๆ ได้

มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหาได้

สาระที่ 5 : การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 : เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

มาตรฐาน ค 5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้ อย่าง สมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 : ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6 : ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.2 : มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐาน ค 6.3 : มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 6.4 : มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

มาตรฐาน ค 6.5 : มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

คำอธิบายรายวิชา คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เพื่อให้มีความรู้ ความเข้าใจ มีทักษะกระบวนการคิดคำนวณ ฝึกแก้ปัญหา และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการทำงานอย่างมีระบบ ระเบียบ รอบคอบ มีความรับผิดชอบ และเชื่อมั่นในตนเอง เห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์จากเรื่องต่อไปนี้

อสมการ คำตอบและกราฟแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแก้ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ความน่าจะเป็น การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ การหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ การนำไปใช้

สถิติ การกำหนดประเด็น การเขียนข้อความ รวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การหาค่ากลางของข้อมูล การกำหนดวิธีการศึกษาและเก็บรวบรวมข้อมูล การอ่าน การแปล ความหมายและการวิเคราะห์ข้อมูล การใช้ข้อมูลสารสนเทศ

ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กิจกรรมพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์การใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่กำหนดให้โดยจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่ใกล้ตัวให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าโดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน เพื่อพัฒนาทักษะ/กระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิดทักษะกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

ตารางที่ 1 โครงสร้างเวลาเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้

ชื่อวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 33102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 3 หน่วยกิต
 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
1. อสมการ	อสมการ	12
	1) อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	3
	2) การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	5
	3) การแก้โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	4
2. ความน่าจะเป็น	ความน่าจะเป็น	14
	1) ความน่าจะเป็น	2
	2) การทดลองสุ่มและเหตุการณ์	9
	3) ความน่าจะเป็นกับการตัดสินใจ	3
3. สถิติ	สถิติ	20
	1) การเก็บรวบรวมข้อมูล	3
	2) การนำเสนอข้อมูล	3
	3) การเก็บรวบรวมข้อมูล	2
	4) ค่ากลางของข้อมูล	12
4. ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์	ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์	14
	1) กิจกรรมพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์	10
	2) ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับตรีโกณมิติ	4

จากการศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปได้ว่า การจัดการศึกษาตามหลักสูตรนี้มุ่งเน้นเพื่อเป็นทักษะพื้นฐานและเครื่องมือในการเรียนรู้สาระต่าง ๆ ตลอดจนพัฒนาการความรู้ความสามารถของตนเอง มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่กำหนดไว้นี้ เป็นมาตรฐานที่จำเป็นสำหรับทุกคน สำหรับสาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สถานศึกษาสามารถปรับให้สอดคล้องกับความสามารถและความสนใจของผู้เรียนในแต่ละชั้น ได้จากการพิจารณาในสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนตรงกับคำว่า Misconceptions ในภาษาอังกฤษ และมีคำอื่นที่มีความหมายใกล้เคียงกัน เช่น Alternative conception, Erroneous idea, Alternative framework (Cho และคณะ. 1985 : 707 ; Fisher. 1985 : 53) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นความเชื่อและความเข้าใจที่ได้มาจากแนวความคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ โดยทั่วไปมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดขึ้นก่อนหรือระหว่างการเรียนรู้ โดยที่นักเรียนมักจะไม่ว่าตนเองมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างไร

ความหมาย

มีผู้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้หลายทัศนะดังนี้

ไพเกต (Piaget 1929 : 185) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นวิธีการแก้ปัญหาด้วยความไม่รู้ หรือความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ ซึ่งดูเหมือนจะถูกต้องแต่ไม่ถูกต้อง และไม่สอดคล้องกับหลักฐานทางวิทยาศาสตร์หรือการยอมรับทางสังคมนั้นๆ

ฮอลลูน และ โยเทส (Halloun และ Hestence .1985 : 63) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นความรู้ที่ได้มาจากประสบการณ์ของบุคคล ซึ่งอาจจะได้มาโดยไม่สมบูรณ์เกี่ยวกับทฤษฎีทางวิทยาศาสตร์

แซม- ยุม จิน ((Sum – Um – Jaans : 1990 : 76) ได้แสดงทัศนะเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่า การที่บุคคลมีประสบการณ์เกี่ยวกับธรรมชาติ ที่ตั้งใจกระทำตามความรู้สึกร่างของตนเองซึ่งอาจจะทำให้การตีความหมายผิดไปจากที่เป็นจริงจากการมองของกลุ่มนักวิทยาศาสตร์

โฮซ (Hoz .1984 : 154) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่าเป็น โครงสร้างของความคิดที่ไม่ถูกต้อง

ดริวส์ (Drews. 2005 : 11-17) กล่าวว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหมายถึง ความเชื่อและความเข้าใจที่ได้มาจากแนวความคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้องความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจึงเป็นแนวคิดและความรู้ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับ โดยทั่วไป มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดขึ้นก่อนหรือระหว่างการเรียนรู้ โดยที่นักเรียนมักจะ ไม่รู้ว่าตนเองมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างไร และครูเองก็ไม่มีเวลาพอที่จะวินิจฉัยนักเรียน เป็นรายบุคคลได้ทุกๆเนื้อหา หรือทุกๆทักษะ

แอส ลอก (Ashlock. R.B. 2010 : 121) ได้ให้ความหมายว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็น การเข้าใจผิดอาจจะเป็นความคิดพลาดของกฎ หรือตามลักษณะทั่วไปหรือผลของการ ศึกษาที่สอดคล้องทางเรียกของความคิดทางคณิตศาสตร์ เด็กยังมีบางสิ่งที่ยังไม่ได้เข้าใจอย่าง ชัดเจน เกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ค็อก เบริน และลิตเติล (Cockburn ; & Littler. 2010 : 6 – 10) กล่าวว่ามโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนอาจเกิดจากการใช้สูตร กฎ ผิด สรุปลงหรือน้อยกว่าความเป็นจริง การแปล ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผิดหรือเข้าใจสิ่งที่นักเรียนไม่ชัดเจน

ปูลูยนิช กูลเพอร์ (2552 : 19) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความรู้ความ เข้าใจในการเรียนรู้ของผู้เรียนที่ไม่ถูกต้อง ผิดพลาดจากความจริง จึงส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถ ศึกษาในระดับสูงได้ถูกต้อง

จากการศึกษาความหมายข้างต้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความ เชื่อ แนวคิด หรือ ความรู้ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป อันเป็นผลมาจากการ ได้รับความรู้ที่ไม่ถูกต้อง หรือ ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ หรือเกิดจากการแปลความ สัญลักษณ์ สูตร กฎ ทฤษฎี ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป ซึ่ง มโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนอาจเกิดขึ้นก่อนหรือระหว่างการเรียนรู้

ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ฟิชเชอร์ (Fisher. 1985 : 63) ได้กล่าวถึง ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ไว้ดังนี้

1. เป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไปจากความมโนทัศน์ที่ยอมรับว่าถูกต้องในศาสตร์

นั้นๆ

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจะขยายกว้างออกไปจากที่ง่ายไปสู่ที่ยากขึ้น และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจำนวนไม่น้อยที่ยากต่อการเปลี่ยนแปลง แก้ไข หรือแก้ไข ได้น้อยมากเมื่อใช้วิธีการสอนแบบดั้งเดิม

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนบางเรื่องก็เกี่ยวข้องกับความเชื่ออื่นๆ ซึ่งเกี่ยวข้องกันอย่างมีระบบ และทำให้นักเรียนมีแนวโน้มจะนำไปใช้ในชีวิตของเขาด้วย

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนบางเรื่องเป็นสิ่งที่ถ่ายทอดกันมาแต่อดีต จากผู้นำทาง นำความรู้ในศาสตร์นั้นๆ แล้วถ่ายทอดมาสู่ผู้เรียน

สำหรับลักษณะของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้นจะเป็นประโยชน์ในการจัดกระบวนการเรียนการสอนหรือกิจกรรมการเรียนรู้ต่างๆที่จะส่งเสริมหรือช่วยฝึกทักษะ โดยเน้นในด้านของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนให้เกิดเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้องได้

ประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ไพน์ส; และ เวสต์ (Pines ; & West. 1983 : 47-51) ได้แบ่งประเภทมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนออกเป็น 3 ประเภทตามสถานการณ์การเรียนรู้ที่แตกต่างกัน ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอันเกิดจากสถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน (Misconception Derived From Conflicts Learning Situation) แบ่งเป็น 3 ระยะ คือ ระยะของการรับรู้ (Awareness Phase) ระยะของการไม่สมดุล (Disequilibrium Phase) และ ระยะจัดระบบใหม่ (Reformulation Phase) ซึ่งในระยะการรับรู้นั้น ครูต้องจัดเตรียมกิจกรรมต่างๆอันเป็นการชักนำสิ่งที่มีอยู่ในตัวนักเรียนให้ปรากฏออกมา ครูต้องทุ่มเทเวลาให้กับช่วงนี้ เนื่องจากนักเรียนจะเสาะหา ทำความรู้จักกับความรู้ใหม่ๆภายในขอบเขตของตนเอง และเมื่อไม่พบสิ่งที่พอสำหรับเขาอาจก่อให้เกิดแนวความคิดที่ผิดพลาดขึ้นได้ ครูต้องหาแนวทางแก้ไขความคิดที่ผิดพลาดนี้

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอันเกิดจากสถานการณ์ที่สอดคล้องกัน (Misconception Derived From Congruent Learning Situation) เช่น การขยายความหมายของคำแบบหยั่งรู้ (Intuitive Meaning) สู่ความหมายใหม่ หรือการละทิ้งบางแง่มุมของความหมายของการหยั่งรู้เพื่อคงไว้ซึ่งแง่มุมใหม่ๆที่ตนพอใจ ก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความหมายของคำอันกลายเป็นปรากฏการณ์ธรรมชาติของเด็ก เช่น มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับกระบวนการสังเคราะห์แสงและอาหารของพืช ซึ่งนักเรียนจะนำความหมายของคำว่าอาหาร โดยทั่วไป เชื่อมโยงกับความหมายของคำว่าแหล่งอาหารของพืช ทำให้เกิดความสับสนและเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่า อาหารของพืชมาจากการที่พืชดูดอาหารจากดิน

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอันเกิดจากสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยสัญลักษณ์ (Misconception Derived From a Symbolic Knowledge Situation) ความรู้จากสัญลักษณ์ต่างๆ นี้เห็นชัดในวิชาเคมี เช่น ความรู้เกี่ยวกับการทำปฏิกิริยาของเบนซีนและอนุพันธ์ต่างๆ ของเบนซีน ปฏิกิริยาโบริมชันหรือสารประกอบอโรเมติกเหล่านี้ เป็นต้น นักเรียนไม่สามารถมองเห็นภาพจริงของปฏิกิริยาและสารประกอบเหล่านี้ ไม่สามารถนำความรู้จากสัญลักษณ์ให้มาสัมพันธ์กับความรู้อันเป็นจริง (Real World Knowledge) ได้

พรพิมล ชังฉิม (2546 : 18) ได้สรุปว่า ประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบ่งตามสถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน สถานการณ์ที่สอดคล้องกัน และสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์ไม่สามารถมองเห็นภาพจริงได้

บุญยงษ์ กุลเพชร (2552 : 20) ได้จำแนกมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 3 ประเภท คือ

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดจากสถานการณ์ที่เกิดการขัดแย้งกัน
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดจากสถานการณ์ที่สอดคล้อง คล้ายคลึงกัน
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดจากสถานการณ์การเรียนรู้ที่ใช้สัญลักษณ์ หรือ สถานการณ์ที่เป็นนามธรรม

จากการศึกษาประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน สรุปได้ว่า “มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบ่งได้ 3 ประเภท ได้แก่ ประเภทที่เกิดจากสถานการณ์ที่เกิดการขัดแย้งกัน ประเภทที่เกิดจากสถานการณ์ที่สอดคล้อง คล้ายคลึงกัน และประเภทที่เกิดจากสถานการณ์การเรียนรู้ที่ใช้สัญลักษณ์ หรือ สถานการณ์ที่เป็นนามธรรม

สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ตามแนวคิดของ ซิมสัน และ มาเดค , ฟิสเซอร์ , ฮอลลูน และ เฮสตีล . ไพนส์; และ เวสท์ (Simson and Marek.1988 ; Fisher.1985 ; Halloun and Hestenes.1985 ; Pines and west, 1983 ;) สรุปสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

1. เกิดจากคำอธิบายของผู้ใหญ่ที่ขาดความเข้าใจในมโนทัศน์นั้นอย่างดีพอ
2. เกิดจากการเรียนรู้จากการอธิบายที่เป็นนามธรรม ทำให้ต้องใช้จินตนาการจนอาจเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้
3. เกิดจากการแปลความหมายเกี่ยวกับประสบการณ์ในธรรมชาติ ตามความเชื่อของนักปราชญ์ในอดีต

4. เกิดจากประสบการณ์ที่ขัดแย้งกันไม่ว่าจะเป็นประสบการณ์ในโรงเรียนที่ขัดแย้งกันระหว่างครูผู้สอนหรือประสบการณ์ในโรงเรียนกับประสบการณ์ในชีวิตจริง

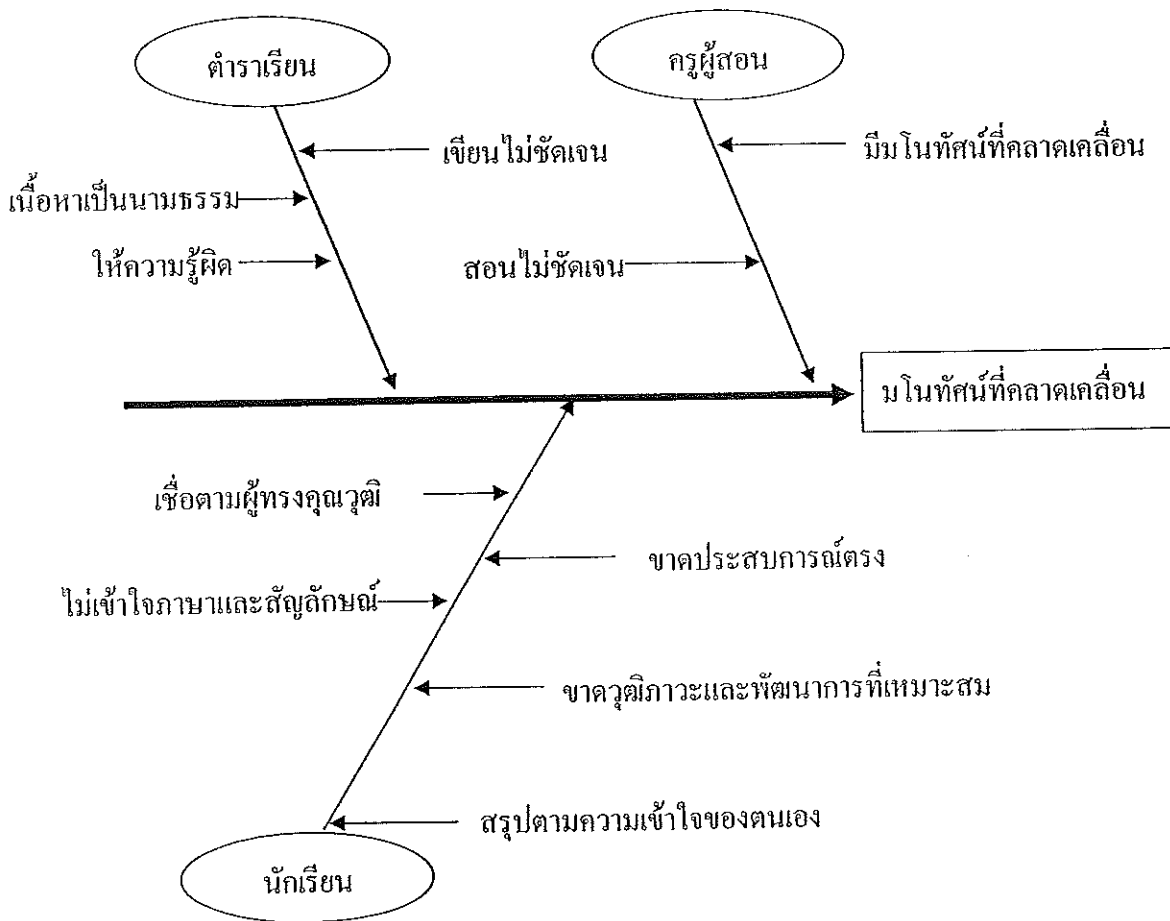
5. เกิดจากสถานการณ์ที่สอดคล้องกัน เช่น การขยายคำไปสู่ความหมายใหม่ที่ต้องเรียนรู้ หรือการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เคยใช้ ได้ผลในบางสถานการณ์มาเป็นข้อสรุปในวิธีการแก้ปัญหาของตนตามสถานการณ์ทั่วไป

6. เกิดจากสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์ เช่น สัญลักษณ์ทางเคมีก็ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนง่าย

ส่วนทักษะของ (สุวิมล เจียวแก้ว . 2547 : 16) ได้สรุปสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ 4 ประการ คือ

- 1. คำารเรียน
- 2. พัฒนาการด้านสติปัญญา
- 3. ภาษา
- 4. ครูผู้สอน

จากแนวความคิดข้างต้นที่กล่าวถึงสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนสามารถสังเคราะห์และแสดงได้ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 แสดงการสังเคราะห์สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สรุปสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน อาจเกิดจากความเชื่อตาม ผู้ทรงคุณวุฒิในอดีตเนื้อหาที่ค่อนข้างเป็นนามธรรมทำให้เกิดจินตนาการที่ผิด คำาเรียนที่เขียนไม่ชัดเจนหรือให้ความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ปัญหาเรื่องภาษาและสัญลักษณ์ วุฒิภาวะและ พัฒนาการทางปัญญาของผู้เรียน ตลอดจนตัวผู้สอนเอง

ข้อผิดพลาด

ข้อผิดพลาด ตรงกับคำในภาษาอังกฤษว่า Error และมีคำอื่นที่มีความหมายใกล้เคียง กัน เช่น Error code ,Error correcting code , Error message , Error rate ข้อผิดพลาด เป็นสิ่งที่ อาจเกิดจากการขาดความเอาใจใส่ ขาดความรอบคอบ ขาดความตระหนัก ขาดความสามารถใน การตรวจสอบ ขาดการไตร่ตรองในการให้เหตุผล ขาดประสบการณ์และความรู้ในเรื่องที่เรียน หรืออาจเกิดจากการความสับสน ไม่แน่ใจและเข้าใจผิดจากประสบการณ์ที่ผู้สอนจัดให้ สาเหตุ เหล่านี้ นักเรียนมองเห็นทางแก้ไข จึงไม่เป็นอุปสรรคต่อการเรียน

นักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงสาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาดดังนี้

มาลิน่า และ คิวเมน (Marinas and Clements. 1990 : 15) ได้กล่าวว่าข้อผิดพลาด เป็น สาเหตุของปัญหาหรืออุปสรรคที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จ

ดริว (Drews. 2005 : 14-21) กล่าวว่า ข้อผิดพลาดอาจเกิดจากหลายสาเหตุ เช่น การ ขาดความระมัดระวัง ขาดความรอบคอบ ขาดการเอาใจใส่ ขาดความตระหนัก ขาด ความสามารถในการตรวจสอบ การแปลความผิด การขาดประสบการณ์หรือความรู้ที่เกี่ยวข้อง ในเรื่องที่เรียน หรือข้อผิดพลาดอาจเป็นผลที่เกิดจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

เอชล็อก (Ashlock. 2010 : 18) กล่าวว่า ข้อผิดพลาดเกิดจากการขาดความใส่ใจ พลาด ที่จะจดจำประเด็นสำคัญ หรือการให้เหตุผลที่ขาดการไตร่ตรอง การได้รับข้อมูลมากเกินไปจน ไม่สามารถจัดระบบความจำได้ สาเหตุเหล่านี้เป็นสิ่งที่นักเรียนมองเห็นทางแก้ไข จึงไม่เป็น อุปสรรคต่อการเรียนรู้

<https://www.ncetm.org.uk/mathemapedia/Misconceptions>. (Retrieved July 20 , 2010)

กล่าวถึงข้อผิดพลาดว่าเกิดจากการที่ครูให้ประสบการณ์การเรียนรู้ที่ไม่เหมาะสมกับวัยและวุฒิ ภาวะ ตลอดจนพัฒนาการทางปัญญาของผู้เรียนทำให้เกิดการสับสนและสงสัยและเข้าใจผิด หรือข้อผิดพลาดอาจเกิดจากการใช้สื่ออุปกรณ์ในบริบทที่ไม่เหมาะสมทำให้นักเรียนเกิดความ สับสน ไม่แน่ใจ และเข้าใจผิด

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ข้อผิดพลาด เป็นสิ่งที่อาจเกิดจากการขาดความเอาใจใส่ ขาดความรอบคอบ ขาดความตระหนัก ขาดความสามารถในการตรวจสอบ ขาดการไตร่ตรอง ในการให้เหตุผล ขาดประสบการณ์และความรู้ในเรื่องอสมการ หรืออาจเกิดจากการความ ลับสน ไม่แน่ใจและเข้าใจผิดจากประสบการณ์ที่ผู้สอนจัดให้ สาเหตุเหล่านี้มักเรียนมองเห็น ทางแก้ไข จึงไม่เป็นอุปสรรคต่อการเรียน

ลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์

ก่อนการหาแนวทางในการแก้ไขข้อผิดพลาดของผู้เรียน ผู้สอนควรจะทราบก่อนว่า ผู้เรียนมีข้อผิดพลาดในลักษณะใด ซึ่ง ได้มีผู้กล่าวถึงลักษณะของข้อผิดพลาดทางการเรียน คณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ทรูแรน (Truran. 1987 : 92) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์ข้อผิดพลาดและเทคนิค การสอนเพื่อแก้ไขความผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์นั้น” สรุปรูปแบบข้อผิดพลาด ทางการเรียนโดยขยายทฤษฎีของนิวแมน (Newman. 1983 ; อ้างอิงจาก Truran. 1987 : 92) ใน การหาสาเหตุที่ผิดและแบ่งระดับความผิดพลาดที่นักเรียนทำไว้ 8 ด้าน คือ

1. รูปแบบของคำถาม
2. การอ่านคำถาม
3. ความเข้าใจในคำตอบ
4. กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้
5. ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้
6. การเสนอคำตอบ
7. ความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้เนื่องจากขาดความ

ระมัดระวัง

8. ความผิดพลาดซึ่งครูจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

โมฟโซวิทซ์- ฮาดาร์, ซาฟสลอฟสกี และ อินบาร์ (Movshovitz – Hadar, Zaslavsky & Inbar. 1987 : 3 - 14) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์รูปแบบข้อผิดพลาดทางการ เรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา” โดยได้ศึกษาตามแนวคิดของ Radiz ซึ่งวิเคราะห์ ข้อผิดพลาดของนักเรียนในวิชาพีชคณิตและจัดกลุ่มข้อผิดพลาดได้ 6 ด้านดังนี้

1. การใช้ข้อมูลผิด
2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา

3. การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์
4. การบิดเบือนทฤษฎีและนิยาม
5. ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา
6. ความผิดพลาดในเทคนิคการทำ

แบลนโค และคนอื่นๆ (Blando; et al. 1989 : 301 – 308) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์และหารูปแบบความผิดพลาดทางเลขคณิต” ได้สรุปข้อผิดพลาดทางการเรียนเลขคณิตไว้ 4 ด้าน คือ

1. ความผิดพลาดในการมีลำดับความสำคัญมากกว่าหรือการมีลำดับขั้นตอน เช่น บวกก่อนคูณบวกก่อนหาร ลบก่อนหาร ละเลยความสำคัญของวงเล็บ เป็นต้น
2. ความผิดพลาดอื่นๆ เช่นการปฏิเสธที่จะแก้ปัญหา
3. ความผิดพลาดอื่นๆเช่นการปฏิบัติที่จะแก้ปัญหา
4. ความผิดพลาดที่ไม่มีรูปแบบแน่นอนเนื่องจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ เช่น ขาดความระมัดระวังในการบวก (บวกผิด) เป็นต้น

สุริยา รัตนพลที (2545 : 15) ได้สรุปลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า อาจเกิดมาจากครูและนักเรียน ลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์จากครูเนื่องมาจาก การใช้ภาษา การใช้คำถาม การให้ข้อมูลผิดพลาด เช่นการอธิบายหรือการให้นิยามโดยการตัดข้อความบางตอนออกเพื่อให้สั้นและกะทัดรัดจนทำให้ความหมายผิดไปจากเดิม เป็นต้น ส่วนลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดจากตัวนักเรียนเนื่องมาจากการขาดประสบการณ์ การรับรู้ข้อมูลที่ผิดพลาด ความจำคลาดเคลื่อน และมีการหาเหตุผลที่ผิดพลาด (ซึ่งอาจเนื่องมาจากลักษณะส่วนตัวของผู้เรียน เช่น มีความลำเอียงหรือมีความคิดเห็นแอนเอียงไปด้านใดด้านหนึ่ง หรือเพราะความไม่รอบคอบ หรือมีข้อมูลน้อยเกินไป) จึงทำให้สรุปข้อมูลที่ได้มาอย่างไม่ถูกต้อง

บุญยงกุล กุลเพชร (2552 : 22) กล่าวว่าลักษณะของข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ มีสาเหตุมาจากหลายด้านกล่าวคือ อาจเกิดจากตัวผู้เรียนเองคือ อ่านคำถามไม่เข้าใจ เข้าใจคำถามผิดจากที่ครูถาม ไม่เข้าใจสัญลักษณ์ หรือการใช้คำถามในรูปแบบ เช่นไม่เข้าใจกฎนิยาม สูตร เป็นต้น หรือบางครั้งครูผู้สอนเองทำให้ผู้เรียนเกิดข้อผิดพลาดทางการเรียน

จากการศึกษา สรุปได้ว่าลักษณะข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์เกิดจากหลายสาเหตุ เช่น อาจเกิดจาก ตัวผู้สอน ผู้เรียน หรือ หนังสือตำราเรียน การใช้คำถาม การอธิบาย การใช้

ภาษาของครูและเทคนิควิธี รวมทั้งการนำเสนอสื่อของครูก็อาจเป็นสาเหตุหนึ่ง หรือ การขาดความระมัดระวัง ขาดความรอบคอบ ขาดความตระหนัก เข้าใจคลาดเคลื่อน ขาดประสบการณ์ อ่านคำถามไม่เข้าใจของนักเรียน หรือ การนำเสนอเนื้อหาในหนังสือ เอกสาร ตำราที่ใช้ภาษากวน ข้อมูลผิดพลาด การขาดการตรวจสอบเนื้อหา ก็สามารถเป็นสาเหตุของข้อผิดพลาดได้เช่นเดียวกัน

ประเภทของความผิดพลาด

พรพิมล ยังฉิม (2546 : 18) ได้สรุปว่า ประเภทของความผิดพลาดที่ผิดพลาด แบ่งตามสถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน สถานการณ์ที่สอดคล้องกัน และสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์ไม่สามารถมองเห็นภาพจริงได้ และไม่มีกรวัดใดที่มีความถูกต้องสมบูรณ์แบบไม่ว่าอย่างไรก็ตามการวัดจะต้องมีความผิดพลาดอยู่เสมอ ความผิดพลาดแบ่งออกได้เป็น 3 แบบหลักๆ คือ

1. ความผิดพลาดบุคคล (Human Error)
2. ความผิดพลาดระบบ (Systematic Error)
3. ความผิดพลาดไม่แน่นอน (Random Error)

ความผิดพลาดบุคคล (Human Error)

สาเหตุ : ส่วนใหญ่มาจากบุคคลผู้ทำการวัดเอง เช่น การอ่านค่าผิด, การปรับแก้หรือใช้เครื่องมือผิดหรือการคำนวณผิด

การป้องกัน : แก้ไขหรือทำให้ลดลง ได้โดยการศึกษาเครื่องมือวัดให้เข้าใจ และใช้อย่างถูกต้อง

ความผิดพลาดระบบ (Systematic Error) แบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ

Instrument Error : เป็นข้อบกพร่องของเครื่องมือวัด

Environment Error : เกิดจากสภาพแวดล้อมที่ทำการวัด

ความผิดพลาดในเครื่องมือ (Instrument Error)

สาเหตุ : ความผิดพลาดจากชิ้นส่วนทางกายภาพ เช่น ทางกลไกสึกหรอ หรือผิด, ความผิดปกติของสปริง หรือคุณสมบัติของวัสดุประกอบ

การป้องกัน : เลือกเครื่องมือวัด ที่เหมาะสมกับการวัด, ใส่ค่า Factor หรือ Weight เพื่อชดเชยค่าที่เบี่ยงเบนไป และปรับเทียบมาตรฐาน (Calibrate)

ความผิดพลาดจากสิ่งแวดล้อม (Environment Error)

สาเหตุ : จากเงื่อนไขภายนอก เช่น การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ, ความชื้น, ความกดอากาศ, สนามแม่เหล็ก หรือสนามไฟฟ้า

การป้องกัน : วัดในห้องที่มีการปรับอุณหภูมิ, ผนึกเครื่องมือวัดอย่างแน่นหนา เพื่อป้องกันความชื้น และห่อหุ้มด้วยวัสดุที่ป้องกันสนามแม่เหล็ก

ความผิดพลาดไม่แน่นอน (Random Error)

สาเหตุ : ไม่สามารถบอกสาเหตุที่แน่นอนได้ การวัดสิ่งเดียวกันหลายครั้ง ได้ค่าแตกต่างกันไป แม้เครื่องมือวัดจะถูกปรับแต่งอย่างดี และใช้งานภายใต้สิ่งแวดล้อมที่เหมาะสมก็ตาม

การป้องกัน : เพิ่มจำนวนครั้งในการวัดแล้วหาค่าเฉลี่ยทางสถิติ เพื่อให้ได้ค่าประมาณที่จัดว่าเป็นค่าที่ดีที่สุด

รูปแบบข้อผิดพลาด มี 3 แบบคือ

1. Syntax Error คือ ข้อผิดพลาดจากการใช้ไวยากรณ์ภาษาที่ผิด หรือ อาจเกิดจากการสะกดคำผิด
2. Run-time Error คือ ข้อผิดพลาดในระหว่างการปฏิบัติงาน(Execution) มักเกิดจากความรู้เท่าไม่ถึงการณ์
3. Logical Error คือ ข้อผิดพลาดที่หาและแก้ได้ยากที่สุด ต้องทำการไล่โปรแกรมทีละคำสั่งเพื่อหาข้อผิดพลาดนั้น

รูปแบบข้อผิดพลาด มี 3 แบบคือ

1. Syntax Error คือ ข้อผิดพลาดจากการใช้ไวยากรณ์ภาษาที่ผิด หรือ อาจเกิดจากการสะกดคำผิด
2. Run-time Error คือ ข้อผิดพลาดในระหว่างการปฏิบัติงาน(Execution) มักเกิดจากความรู้เท่าไม่ถึงการณ์
3. Logical Error คือ ข้อผิดพลาดที่หาและแก้ได้ยากที่สุด ต้องทำการไล่โปรแกรมทีละคำสั่งเพื่อหาข้อผิดพลาดนั้น

วิธีการตรวจสอบข้อผิดพลาด มีดังนี้

1. การตรวจสอบด้วยตนเอง (Self Checking) เขียนโปรแกรมลงกระดาษแล้วไล่เช็คตรวจสอบการทำงานทีละขั้นด้วยตนเอง ว่าจะมีการทำงานที่ถูกต้องตามความต้องการหรือไม่
2. ตรวจสอบด้วยการแปลโปรแกรม (Translating) การแปลเป็นภาษาเครื่อง ตรวจสอบข้อผิดพลาดของโปรแกรม

การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (Analysis of misconceptions and errors) หมายถึง เป็นการแยกแยะระหว่างมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเพื่อพิจารณาออกเป็นส่วนย่อยที่มีความสัมพันธ์กัน เพื่อทำความเข้าใจแต่ละส่วนให้แจ่มแจ้ง รวมทั้งการสืบค้นความสัมพันธ์ของส่วนต่าง ๆ เพื่อดูว่าส่วนประกอบปลีกย่อยนั้นสามารถเข้ากันได้หรือไม่ สัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันอย่างไร ซึ่งจะช่วยให้เกิดความเข้าใจต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใดอย่างแท้จริง

โมวโซวิทซ์ และคณะ (Movshovitz and others. 1987 : 4-17) กล่าวว่า การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด มีทั้งหมด 5 ด้าน และมีการรวมด้านย่อยๆ เพื่อให้การวิเคราะห์ข้อมูลมีความชัดเจน เหมาะสมกับเนื้อหา ระดับชั้นของนักเรียน และบริบทของชั้นเรียน ดังนี้

1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
 - 1.1 ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา
 - 1.2 ทำผิดพลาดโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ
 - 1.3 คัดลอกโจทย์ผิด
2. ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
3. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
 - 3.1 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ
 - 3.2 จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด
4. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้
 - 4.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ
 - 4.2 ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก
5. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

เวน์ (Wayne. <https://www.ncetm.org.uk/mathemapedia/Misconceptions>. 2010 : 20)กล่าวว่าในยุคโลกาภิวัตน์ มีการกล่าวอ้างถึงความจริงเชิงตรรกะ เรายึดที่ตรงการใช้คำ

ฟุ่มเฟือย เรามีความเข้าใจผิดเกี่ยวกับตรรกะเกี่ยวกับโลกมาก ที่เรามุ่งหวังที่จะแสดงความเหนือกว่าโดยธรรมชาติของเรา ความเข้าใจผิดตรรกะมาก ดังสืบตัวอย่างที่ส่วนใหญ่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ดังนี้

1. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับการใส่ผิดค่า ผิดที่ ผิดตำแหน่ง เด็กไม่รู้ว่าแต่ละจำนวนควรอยู่ตำแหน่งไหน

2. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเศษส่วนคือเมื่อ 1 หารด้วย $\frac{1}{2}$ คำตอบคือ $\frac{1}{2}$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ผิดผิด คำตอบที่ถูกคือ 2 และ 1 หารด้วย 2 คำตอบคือ $\frac{1}{2}$ เพราะจำนวนเต็มหารด้วยจำนวนเต็มจะได้เศษส่วนเสมอ แต่เมื่อคูณหาร $\frac{1}{2}$ ตัวหารเป็น $\frac{1}{2}$ มีค่าเท่ากับ 1 และ $\frac{1}{2}$ หารด้วย $\frac{1}{4}$ มีค่าเท่ากับ 2 หรือการประยุกต์ใช้วิธีอื่น โดยการหาร 1 ด้วย $\frac{1}{2}$ หมายถึงการตัดจำนวนหลัก (1 ในกรณีนี้) ออกเป็น 2 ส่วน ครึ่งหนึ่งซึ่งเป็น 2 ส่วนของทั้งหมด

3. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความน่าจะเป็นของการแบ่งส่วนของวงกลมเมื่อหมุนจากจุดศูนย์กลางที่แบ่งออกเป็นสามส่วน ครึ่งหนึ่งของวงกลมเป็นสีแดงอีกครึ่งหนึ่งแบ่งออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กันคือสีน้ำเงินและ สีเขียว ในการหมุนหนึ่งครั้งความน่าจะเป็นที่จะได้สีน้ำเงินเป็นเท่าไร คนส่วนมากจะตอบทันทีว่า $\frac{1}{3}$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ผิด เรากล่าวว่าครึ่งวงกลมเป็นสีแดงอีกครั้งหนึ่งแบ่งออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน ที่ทำให้แต่ละส่วนเหล่านั้นซึ่ง $\frac{1}{4}$ ของวงกลมทั้งหมด ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะได้สีน้ำเงิน เป็น $\frac{1}{4}$

4. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความน่าจะเป็น ของการหยิบไพ่ ในการสุ่มไพ่ใน 1 สำหรับให้หาความน่าจะเป็นของเอซหรือหัวใจเป็นอย่างไร สาเหตุที่คิดผิด คือ มี 4 เอซ และ 13 หัวใจ ส่วนใหญ่จะนำ 4 และ 13 รวมกันผลลัพธ์เป็น 17 ดังนั้นความน่าจะเป็นในการหยิบไพ่ 52 ใบเท่ากับ $\frac{17}{52}$ จึงผิดเพราะ คุณนับเต็มของหัวใจสองครั้ง คำตอบที่ถูกคือ $\frac{16}{52}$

5. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์ แนวคิดของทฤษฎีพีทาโกรัสที่มีชื่อเสียง คนส่วนใหญ่คิดว่าพีทาโกรัส คือ $a^2 + b^2 = c^2$ ความเข้าใจผิดนี้จะสามารถเป็นจริงหากเส้นแขนงของสามเหลี่ยมมุมฉากจะแทนด้วย B และ C ตามลำดับและคิดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก แต่ถ้าตัวอักษรเหล่านั้นจะหัน ไปรอบ ๆ เพื่อที่หนึ่งส่วนของเส้นแขนงจะแสดงเป็น C แล้วสูตรจะไม่เป็นจริง โดยใส่เพียงผลรวมของกำลังสองของความยาวของขาจะเท่ากับกำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

6. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับค่าใกล้เคียงของค่า p เมื่อใดก็ตามที่มีคนถามค่าของ p จะเข้าใจทันทีว่า p มีค่าเป็น 3.14, ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ผิด ค่าของ p จะถูกกำหนดโดยการเปรียบเทียบขอบเขตที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง ดังนั้น เท่ากับ $\frac{C}{d}$ การวัดที่แม่นยำยิ่งขึ้นถ่ายเป็นที่ถูกต้องมากขึ้น

7. ความเข้าใจผิดเกี่ยวกับเรื่องรูปเรขาคณิต

8. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันเช่น

$$\frac{1}{3} \text{ ของบวก } \frac{1}{3} \text{ เด็กจะตอบ } \frac{1}{5} \text{ ผิด}$$

9. ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรื่องจำนวนจินตภาพ เช่น รากที่สองของ -1 เด็กจะตอบ -1 ซึ่งเป็นคำตอบที่ผิด เพราะคำตอบของรากที่สองของ -1 เป็นจำนวนจินตภาพ

10. ความเข้าใจผิดวิธีการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเลขอนุกรม เช่น การหาผลบวกตั้งแต่ 1 ถึง 100 Carl Friedrich Gauss เขาหาผลรวมมาจนถึงจำนวน 5,050 ซึ่งเป็นผลรวมของลำดับหรือผลรวม = จำนวนครั้ง (ครั้งแรก + ล่าสุด) หารด้วย 2 หรือ $S = N(F + L) / 2$ ทำให้ครูต้องนำแปลกใจในการความเป็นอัจฉริยะของเขา

ตัวอย่างที่ 1 การวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดในการหาตัวไม่ทราบ

ค่าในประโยคสัญลักษณ์ $2 + \square = 5$ ของ ค.ญ. ภาวิณี

จากการตรวจแบบฝึกหัดของ ค.ญ. ภาวิณี พบว่า เป็นดังนี้

$$2 + \boxed{7} = 5$$

การวิเคราะห์หาแบบรูปของความคลาดเคลื่อน พบว่า ค.ญ. ภาวิณี บวก 2 กับ 5 ได้

ผลลัพธ์ 7 นั่นคือเธอใช้เครื่องหมายผิด

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

นักเรียนขาดความตระหนักว่า โจทย์ข้อนี้จะต้องใช้การลบด้วย นักเรียนไม่เข้าใจว่าการลบเป็นส่วนกลับของการบวก อย่างไรก็ตามคำถามชนิดนี้ยากสำหรับเด็กเพราะว่า เด็กจำเป็นต้องเรียนรู้ในการแก้สมการทางพีชคณิตที่มีลักษณะ $32 + x = 57$ ซึ่งสำหรับเด็กที่เรียนคณิตศาสตร์ในชั้นต้นๆถือว่าเป็น โจทย์ที่ท้าทาย

แนวทางแก้ไข

1. ควรเริ่มต้นสอนด้วย การใช้เครื่องหมาย $+$, $-$, $=$ ในประโยคสัญลักษณ์และฝึกหัดคิดในใจและให้นักเรียนคุ้นเคยกับการใช้เครื่องหมาย, \square , \triangle ที่แทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า

2. ทำความเข้าใจว่าการลบเป็นส่วนกลับของการบวกและการบวกเป็นส่วนกลับของ

การลบ

3. ให้เด็กคุ้นเคยกับการหารที่เป็นส่วนกลับของการคูณ

4. ให้นักเรียนทำความเข้าใจการคูณและหารซึ่งมีความสัมพันธ์กันเช่นเดียวกับการบวก

และลบ

ตัวอย่างที่ 2 การวิเคราะห์หิมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดในการบวกเลขไม่เต็มร้อย ของเด็กชายสมปอง เป็นดังนี้

1. 2 6	2. 6 0	3. 7 4
+ 3	+ 2 4	+ 5
-----	-----	-----
1 1	8 4	1

การวิเคราะห์หาแบบรูปของความคลาดเคลื่อน

สมปองจะเกิดความเข้าใจผิดในการบวกเลขแต่เฉพาะเมื่อจำนวนตั้งมี 2 หลักแต่เลขจำนวนที่นำมาบวกเป็นเลข 1 หลักเท่านั้น ซึ่งเมื่อเลขที่นำมาบวกมี 2 หลักเหมือนกันเขาจะตอบโจทย์ได้อย่างถูกต้อง จะเห็นได้ว่าสมปองไม่สามารถนำความรู้เรื่องค่าของตำแหน่งมาใช้ได้ในโจทย์ และดูเหมือนว่าเขาจะบวกเลขในที่ละหน่วยอีกด้วย (คือเมื่อจำนวนบวกทั้งสองจำนวนมี 2 หลักเท่ากันสมปองจะบวกเลขตามแถวของแต่ละหลัก แต่ถ้าจำนวนบวกแรกมี 2 หลัก แต่อีกจำนวนมี 1 หลัก สมปองจะบวกเลขไปที่ละตัวตามแนวโค้งนั่นเอง) ซึ่งถ้าสมปองมีวิธีคิดแบบนี้จะทำให้เขาไม่สามารถบวกและลบเลขได้

ทำไมจึงเกิดความคลาดเคลื่อน

การสัมภาษณ์สมปองจะทำให้ได้ข้อมูลที่สำคัญ เช่นเราจะทราบว่ สมปองมีวิธีการคิดอย่างไร, เขาสามารถจำแนกหลักหน่วยกับหลักสิบได้หรือไม่, สมปองจะอธิบายได้ไหมว่าทำไมหลักหน่วยต้องบวกกับหลักหน่วย และหลักสิบต้องบวกกับหลักสิบ ก็จะทำให้เราทราบสาเหตุแท้จริงที่ทำให้สมปองเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือเกิดข้อผิดพลาดเพื่อที่จะได้หาแนวทางในการแก้ปัญหา

แนวทางแก้ไข

1. การเล่นเกมหยิบตัวเลข ซึ่งเกมนี้จะเน้นให้นักเรียนได้เข้าใจในเรื่องของค่าของตำแหน่งของตัวเลขที่อยู่ในหลักที่ต่างกัน โดยการใช้การ์ดตัวเลข 0-9 จากนั้นให้ผู้เล่นวาดตารางตามรูปด้านล่าง

2. ผู้เล่น 1 คน หยิบการ์ดตัวเลขขึ้นมา 1 ใบจากนั้นอ่านเลขให้ทุกคนฟัง ผู้เล่นแต่ละคนเขียนตัวเลขที่ได้ยินลงไปในช่วงว่างช่องใดช่องหนึ่ง ทำเช่นนี้จนช่องที่วาดไว้ใส่ตัวเลขจนเต็ม จากนั้นให้ผู้เล่นทุกคนโชว์ตัวเลขที่ตนเองเขียนไว้ คนที่เลขมีค่ามากที่สุดถือเป็นผู้ชนะ หลังจากนั้นให้แสดงจำนวนเลขที่ต้องบวก โดยให้นักเรียนใช้อุปกรณ์ช่วยในการกำหนดเซตของตัวเลข เช่น Ten Box หรือแท่งไม้มีคละ 10 กับไม้แท่งเดี่ยวหลายๆแท่งก็ได้ แล้วให้สมบ่งนับเลขในหลักหน่วยก่อนจากนั้นก็บันทึกไว้ แล้วมานับเลขในหลักสิบแล้วก็บันทึกไว้เช่นกัน

3. ชิดเส้นแบ่งกันระหว่างหลักหน่วยกับหลักสิบดังรูป วิธีการนี้จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจและจดจำกระบวนการคิดได้อย่างเป็นอัตโนมัติว่า การบวกเลขจะเริ่มจากการบวกหลักหน่วยเข้าด้วยกัน จากนั้นก็มาบวกหลักสิบตามแถวนั่นเอง

การวิเคราะห์ห้โน้ตทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด คือ การแยกแยะสิ่งที่จะพิจารณาออกเป็นส่วนย่อยที่มีความสัมพันธ์กัน เพื่อทำความเข้าใจแต่ละส่วนให้แจ่มแจ้ง รวมทั้งการสืบค้นความสัมพันธ์ของส่วนต่างๆ เพื่อดูว่าส่วนประกอบปลีกย่อยนั้นสามารถเข้ากันได้หรือไม่ สัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันอย่างไร ซึ่งจะช่วยให้เกิดความเข้าใจต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใดอย่างแท้จริง

แนวคิดเกี่ยวกับอสมการ

สุนทร ชนะกอก (2549 : 161-165) ได้ให้ข้อเสนอแนะในการสอน อสมการ สรุปได้ดังนี้ อสมการ คือประโยคสัญลักษณ์ที่แสดงความสัมพันธ์ของจำนวน โดยมีสัญลักษณ์ " $<$, $>$, $=$, \neq หรือ $?$ " บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน เรียกว่า อสมการ ประโยคอสมการอาจจะมีหรือไม่มีตัวแปรก็ได้ เช่น

1. $16 + 17 > 32$ (มีค่าความจริงเป็นจริง)
2. $12 \times 4 < 48$ (มีค่าความจริงเป็นเท็จ)
3. $3x + 2 ? 23$ (ยังบอกค่าความจริงไม่ได้จนกว่าจะทราบค่าของตัวแปร x)

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

รูปทั่วไปของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สามารถเขียนได้ในรูปต่อไปนี้ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$

1. $ax + b < c$
2. $ax + b = c$
3. $ax + b > c$
4. $ax + b = c$
5. $ax + b ? c$

ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์

ประโยคภาษา คือ ประโยคที่เขียนด้วยภาษาหนังสือ เช่น สองในสามของจำนวนจำนวนหนึ่ง มากกว่า สี่สิบ

ประโยคสัญลักษณ์ คือ ประโยคที่เขียนแทนประโยคภาษาโดยใช้สัญลักษณ์และเครื่องหมายต่างๆ แทนสัญลักษณ์ที่ใช้จะเป็นสัญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์ของจำนวนในทางคณิตศาสตร์ เช่น $=, >, <, \neq$

ตัวอย่าง

1. ประโยคภาษา : สองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งมีค่ามากกว่า 10 ประโยคสัญลักษณ์ : $2x > 10$ (จำนวน) (ความสัมพันธ์) (จำนวน)
2. ประโยคภาษา : ครึ่งหนึ่งของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับแปดมีค่าไม่น้อยกว่า 14
3. ประโยคสัญลักษณ์ : $21(x - 8) > 10$ (จำนวน) (ความสัมพันธ์) (จำนวน)

ตัวอย่างที่ 1 จงเปลี่ยนประโยคสัญลักษณ์ “ $3x + 9 = 45$ ” เป็นประโยคภาษา
วิธีทำ จากประโยคสัญลักษณ์ที่กำหนดให้เปลี่ยนเป็นประโยคภาษาได้ดังนี้
จาก $3x + 9 = 45$ เปลี่ยนเป็น สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับเก้าแล้วมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับสี่สิบห้า หรือ ผลบวกของสามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งกับเก้ามีค่าไม่น้อยกว่าสี่สิบห้า หรือ สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับเก้าแล้วมีค่าไม่น้อยกว่าสี่สิบห้า หรือ ผลบวกของสามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งกับเก้ามีค่ามากกว่าหรือเท่ากับสี่สิบห้า

ตัวอย่างที่ 2 จงเปลี่ยนประโยคภาษาต่อไปนี้ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์

1. ผลบวกของห้ากับสองน้อยกว่าสิบเอ็ด
2. สองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งมีค่าไม่เกินสิบ
3. ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสามมากกว่าสิบห้า

4. จำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่าห้าอย่างน้อยสอง
5. สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับเจ็ดมีค่าไม่เท่ากับยี่สิบ

วิธีทำ

1. $5 + 2 < 11$
2. $2x = 10$
3. $x + 3 > 15$
4. $x - 5 = 2$
5. $3x + 7 ? 2$

การสมมูลกันของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

อสมการ A สมมูลกับ อสมการ B ก็ต่อเมื่อ คำตอบทุกคำตอบของอสมการ A เป็นคำตอบของอสมการ B และคำตอบทุกคำตอบของอสมการ B เป็นคำตอบของอสมการ A

การสร้างอสมการจากโจทย์ปัญหา

การสร้างอสมการจากประโยคภาษาหรือ โจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ นักเรียนจะต้องเปลี่ยน โจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ที่เป็นอสมการ

ตัวอย่างที่ 1 จงเปลี่ยนประโยคภาษาที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นอสมการ “ พิชชามีเงินอยู่จำนวนหนึ่ง ส่วนแพนเค้กมีเงินเป็นสองเท่าของพิชชา ถ้านำเงินของทั้งสองคนนี้มารวมกันจะมีค่าไม่น้อยกว่า 250 บาท ”

วิธีทำ ให้พิชชามีเงิน เท่ากับ x บาท แพนเค้กมีเงินเป็นสองเท่าของพิชชา ดังนั้นแพนเค้กมีเงิน เท่ากับ $2x$ บาท พิชชากับแพนเค้กมีเงินรวมกัน ไม่น้อยกว่า 250 บาท

จะได้อสมการ $x + 2x = 250$

ตัวอย่างที่ 2 จงเปลี่ยนโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นอสมการ “ เศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งน้อยกว่า 74 อยู่ไม่ต่ำกว่าสิบเอ็ด จงหาจำนวนจำนวนนั้น ”

วิธีทำ ให้จำนวนจำนวนนั้น คือ x เศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนนั้น คือ $\frac{3}{4}x$ ไม่ต่ำกว่า ตรงกับสัญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์ คือ \geq เศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนนั้นน้อยกว่า 74 อยู่ไม่ต่ำกว่าสิบเอ็ด

$$\text{จะได้สมการ } 74 - \frac{3}{4}x = 11$$

ตัวอย่างที่ 3 จงเปลี่ยนโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นสมการ “แมทธิวอ่านหนังสือ 3 วัน ได้ไม่ถึง 50 หน้า โดยในแต่ละวันเขาจะอ่านหนังสือน้อยกว่าวันที่แล้วมาวันละ 1 หน้า วันแรกเขาอ่านหนังสือได้กี่หน้า ”

วิธีทำ ให้วันแรกแมทธิว อ่านหนังสือได้ x หน้า วันที่สองอ่านหนังสือได้ $x - 1$ หน้า วันที่สามอ่านหนังสือได้ $(x - 1) - 1$ หน้า แมทธิวอ่านหนังสือสามวัน ได้ไม่ถึง 50 หน้า เขียนสมการได้เป็น $x + (x - 1) + (x - 2) < 50$

แนวทางการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ในการสอน โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนควรมีความรู้ความเข้าใจในองค์ประกอบของกระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาด้วย ซึ่งประกอบด้วยสิ่งสำคัญหลายอย่างดังต่อไปนี้

1. การมองเห็นภาพ (Visualizing) ผู้ที่จะแก้ปัญหาคงต้องมองทะลุและกว้างไกลมองเห็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหา
2. การจินตนาการ (Imagining) ในการคิดแก้ปัญหาจะต้องรู้จักจินตนาการว่าควรเป็นอย่างไร เพื่อเป็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหา
3. การจัดท่าอย่างมีทักษะ (Manipulating) เมื่อมองเห็นแนวทางแล้วก็ลงมือทำอย่างมีระบบ มีขั้นตอน ทำด้วยความชำนาญ
4. การวิเคราะห์ (Analyzing) รู้จักวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่กระทำนั้น
5. การสรุป (Abstracting) ลงมือกระทำจนมองเห็นรูปแบบแล้วก็สามารถสรุปได้
6. การโยงความคิด (Associating ideas) ความสามารถในการสัมพันธ์ความคิดและมองเห็นแนวทางได้

นักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านได้ใช้ความพยายามอย่างเต็มที่ที่จะหาคำตอบว่า “ทำอะไร เราจึงจะสอนให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์” ผลของความพยายามนี้ ทำให้เราได้ทราบวิธีการที่จะช่วยนักเรียนได้บ้าง แม้ว่าจะยังไม่เป็นที่น่าพอใจนักก็ตาม ซูเดม (Suydam, 1995 : 47) ได้รวบรวมผลงานวิจัยของนักการศึกษาและผู้สนใจแล้วสรุปไว้ในหนังสือ Teaching and Learning : A Problem Solving - focus ของสมาคมครูผู้สอนคณิตศาสตร์ของอเมริกา (NCTM)

การสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีสาระบางประการที่น่าสนใจ ดังนี้

1. การสอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ ให้แก่นักเรียน ช่วยเพิ่มหนทางในการแก้โจทย์ ในการจัดการกับโจทย์ปัญหา ถ้าวิธีการหนึ่งใช้ไม่ได้ผล ก็ยังมีอีกวิธีหนึ่งที่น่าจะทดลองใช้ดู

2. การวางระบบการสอนแก้โจทย์ปัญหา ช่วยเพิ่มความสามารถของนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหา อีกทั้งการสอนยุทธวิธีเฉพาะเรื่อง เป็นสิ่งที่จะช่วยนักเรียนได้ดี

3. การเขียนแผนผัง การทบทวนโจทย์ไปมา การเขียนข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้มาช่วยได้อย่างมากในการคิดแก้โจทย์ปัญหา อย่างน้อยก็ช่วยให้เกิดภาพของโจทย์ที่เป็นรูปธรรม ช่วยในเรื่องของการคิดต่อ และช่วยให้จำโจทย์ได้ง่ายขึ้น

4. การอภิปรายซักถามเกี่ยวกับยุทธวิธีที่ใช้ พร้อมให้เหตุผลด้วยว่าทำไมจึงใช้ยุทธวิธีเช่นนั้น การรู้ไม่เพียงแต่ว่า “ทำอะไร” แต่รู้ด้วยว่า “ทำไมจึงต้องทำเช่นนั้น” ช่วยเสริมในการถ่ายโยงวิธีการไปยังปัญหาอื่น ๆ ได้ด้วย

5. สิ่งสำคัญในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ การแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่า เราตีความจากโจทย์ปัญหาออกมาเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ ได้อย่างไร สิ่งนี้เป็นเรื่องที่สำคัญมากในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

6. การทำงานรวมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพื่อแก้โจทย์ปัญหา เป็นทางหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนมีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาได้ดีขึ้น

7. เทคนิคและยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้น สามารถสอนหรือเรียนรู้ได้นอกเหนือจากประสบการณ์การแก้ปัญหานั้น นักเรียนควรได้รับการเสนอแนะเทคนิควิธีที่มีประสิทธิภาพ และหลากหลายในการแก้ปัญหานั้นด้วย

8. ไม่มีเทคนิควิธีการแก้ปัญหาคิดที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหานั้นได้ทุกรูปแบบการแก้ปัญหานั้นอาจใช้ เทคนิควิธีการแก้ปัญหานั้นหลาย ๆ วิธีก็ได้

9. การสอนให้นักเรียนรู้จักเทคนิควิธีการแก้ปัญหานั้นหลาย ๆ วิธี จะเป็นการเตรียมนักเรียนให้พร้อม ที่จะเลือกเทคนิควิธีที่เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์ในการแก้ปัญหานั้นที่เขาเผชิญ

10. ควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนมีโอกาสในการแก้ปัญหานั้น ในหลายรูปแบบ และเป็นปัญหาที่นักเรียนต้องใช้ความพยายามในการแก้ปัญหารวมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนใช้เทคนิควิธีต่าง ๆ หลาย ๆ วิธี เพื่อให้ตระหนักว่าการแก้ปัญหานั้นไม่จำเป็นจะต้องมีวิธีการแก้ปัญหานั้นเพียงวิธีเดียว

11. ปัญหาที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน จากการวิจัยพบว่า
ความสามารถในการแก้ปัญหาสัมพันธ์กับระดับพัฒนาการของผู้เรียน

แนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา

แนวทางในการแก้โจทย์ปัญหานี้จะเป็นเครื่องมือที่จะนำพาให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา แนวทางในการแก้ปัญหา อาจหมายถึง กระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา หรืออาจหมายถึงวิธีการเฉพาะที่เหมาะสมกับสภาพของปัญหา ซึ่งใช้ช่วยในการหาคำตอบ โดยแต่ละแนวทางมีรายละเอียดดังนี้

1. แนวทางการแก้โจทย์ปัญหาที่หมายถึงกระบวนการ

กระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาที่นิยมกันอย่างแพร่หลาย คือ กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา ซึ่งมีลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ

1.1 การเข้าใจปัญหา ต้องทำความเข้าใจว่า สิ่งใดที่เราต้องการค้นหา สิ่งใดคือข้อมูล สิ่งใดคือเงื่อนไข และเงื่อนไขนั้นจะเป็นตัวนำไปสู่สิ่งที่เรากำลังค้นหาหรือไม่ จากนั้นเป็นการวางแผนผัง เพื่อแสดงให้เห็นถึงจุดที่สำคัญได้ และแยกเงื่อนไขออกเป็นตอน ๆ

1.2 การคิดวางแผนในการแก้ปัญหา เป็นการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ต้องการค้นหา แต่ถ้าหากไม่สามารถหาพบได้ในทันทีทันใดนั้น ต้องรู้จักพิจารณาปัญหาข้างเคียงประกอบการวางแผน ในการคิดวางแผนนี้ต้องพิจารณาว่า เคยเห็นปัญหานั้นมาก่อนหรือไม่ ทราบข้อมูลที่เกี่ยวข้อง หรือทฤษฎีที่จะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาหรือไม่ ถ้าไม่สามารถแก้ปัญหานั้นทั้งหมดได้ ก็พยายามแก้ปัญหามางส่วนก่อน และพิจารณาว่าปัญหานั้นเป็นปัญหาทั่วไป หรือเป็นปัญหาที่เฉพาะเจาะจง

1.3 การดำเนินการตามแผนในการลงมือแก้ปัญหานั้น ต้องมีการทบทวนขั้นตอนแต่ละขั้นตอน ดูว่าเป็นขั้นตอนที่ถูกต้องหรือไม่ สามารถทดสอบได้หรือไม่ว่าถูกต้อง

1.4 การตรวจสอบการดำเนินการ เป็นการทบทวนผลลัพธ์จากการดำเนินการแก้ปัญหา และพิจารณาว่าจะสามารถใช้วิธีการนี้กับการแก้ปัญหานั้น ๆ ได้หรือไม่

2. แนวทางการแก้โจทย์ปัญหานั้นวิธีการเฉพาะ

แนวทางการแก้โจทย์ปัญหานั้นวิธีการเฉพาะ ที่เป็นเครื่องมือในการแก้โจทย์ปัญหา ได้แก่ ยุทธวิธีต่าง ๆ เช่น ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and check) ใช้ตัวแปร (Use a variable) ค้นหาแบบรูป (Look for a pattern) วาดภาพ (Draw a diagram) สร้างรายการ (Make a list) ทำย้อนกลับ (Work backward) สร้างตาราง (Construct a table)

ทำปัญหาให้ง่ายกว่า (Solve a simpler or similar problem) เป็นต้น

การนำเสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียน สิ่งที่จะต้องตระหนักอยู่เสมอ คือ

- 2.1 ยุทธวิธีทั้งหลาย สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีอยู่อย่างหลากหลาย
- 2.2 ยุทธวิธีสามารถประยุกต์ใช้ในแนวทางต่างกัน สำหรับปัญหาที่ต่างกัน
- 2.3 การแก้ปัญหาสามารถแก้ได้หลากหลายวิธี ไม่จำเป็นต้องใช้ยุทธวิธี

ที่เฉพาะเจาะจง

- 2.4 นักเรียนไม่บรรลุผลในระดับเดียวกันทั้งหมดในการใช้แต่ละยุทธวิธี
- 2.5 กระบวนการเลือกใช้ยุทธวิธีมีความสำคัญพอๆกับความถูกต้องของการ

แก้ปัญหา เมื่อแก้ปัญหาได้คำตอบไม่ถูกต้องนักเรียนควรมีโอกาสเลือกและลองใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น ๆ

- 2.6 นักเรียนทุกคนต้องมีโอกาสที่จะเรียน และมีโอกาสใช้ยุทธวิธีในการ

แก้ปัญหา

ในการแก้ปัญหานั้น ถ้ารู้จักเลือกใช้ยุทธวิธีให้เหมาะสมกับปัญหานั้นว่ามีความสำคัญมากนอกจากจะส่งผลให้สามารถแก้ปัญหาได้แล้ว ยังทำให้แก้ปัญหาได้ง่ายและรวดเร็วอีกด้วย

แบบทดสอบ

แบบทดสอบ (Test) เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลชนิดหนึ่งที่ใช้สำหรับวัดความรู้ทางด้านพุทธินิสัย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบที่วัดสมรรถนะด้านต่างๆที่นักเรียน ได้รับการเรียนรู้มาแล้วว่ามีอยู่เท่าใด แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งได้ 2 ชนิด คือ แบบที่ครูสร้าง และแบบมาตรฐานแบบทดสอบที่ดีต้องมีความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความยุติธรรม ความลึกของคำถาม ความยืดหยุ่น ความจำเป็นปรนัย มีประสิทธิภาพ มีอำนาจจำแนก มีความยาก

มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้หลายท่าน ดังนี้

บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์ (2545 : 72) ให้ความหมาย แบบทดสอบ ว่า เป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้ในการเปรียบเทียบพฤติกรรมของบุคคลตั้งแต่ สองคนขึ้นไป ณ เวลาหนึ่ง หรือของบุคคลคนเดียวหรือหลายคนในเวลาต่างกัน

ไพศาล วรคำ (2552 : 227) ได้ให้ความหมายไว้ว่า แบบทดสอบ (Test) หมายถึง ชุดของข้อคำถามที่ใช้วัดค่าของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง โดยมีคำตอบที่ถูกต้องแน่นอน และมีกฎเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนอย่างสมเหตุสมผลและแน่นอน

บราวน์ (Brown . 1998 : 90) ให้ความหมายแบบทดสอบว่าเป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้สำหรับวัดตัวอย่างพฤติกรรม ตามความหมายแบบทดสอบจะมีลักษณะที่สำคัญ 3 ประการ

1. แบบทดสอบเป็นวิธีเชิงระบบ (Systematic Procedure) หมายความว่า แบบทดสอบนั้นจะต้องมีกฎเกณฑ์แน่นอนเกี่ยวกับ โครงการบริหารจัดการและให้คะแนน
2. แบบทดสอบเป็นการวัดพฤติกรรม (Behaviors) ซึ่งจะวัดเฉพาะพฤติกรรมที่วัดได้เท่านั้น โดยผู้ตอบสนองตอบต่อข้อคำถามที่กำหนดให้ มิใช่เป็นการวัดโดยตรง
3. แบบทดสอบเป็นเพียงส่วนหนึ่งของพฤติกรรมที่ต้องการวัดทั้งหมด (Sample of all possible items) ตามความเป็นจริง ไม่มีแบบทดสอบชุดใดที่จะมีข้อคำถามวัดพฤติกรรมที่ต้องการได้ทั้งหมด ฉะนั้นจึงต้องตกลงว่าข้อคำถามในแบบทดสอบเป็นตัวแทนของข้อคำถามทั้งหมดที่ใช้วัดพฤติกรรมนั้นและถ้าผู้ตอบสนองต่อข้อคำถามใดคำถามหนึ่งถูกต้องให้คะแนนเท่ากัน

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนประเภทที่ครูสร้างมีหลายรูปแบบ แต่ที่นิยมใช้มี 6 แบบ คือ แบบกาถูกผิด แบบเติมคำ แบบตอบสั้นๆ แบบจับคู่ แบบเลือกตอบ และแบบอัตนัยหรือความเรียง

ความหมายของแบบทดสอบอัตนัย

แบบทดสอบอัตนัยคือเป็นแบบวัดมีลักษณะผู้ตอบต้องเขียนบรรยายตอบผู้ตอบมีสิทธิจะเขียนตอบอย่างเสรีอาจจะมีคำตอบถูกหลายๆทาง คำตอบของข้อสอบข้อเดียวกันอาจจะมี ความแตกต่างทั้งในด้านคุณภาพและความถูกต้องแบบทดสอบอัตนัยแบ่งได้หลายประเภท

สมนึก กัททัยชนี (2549 : 62-75) กล่าวไว้ว่า แบบทดสอบ (Test) เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลชนิดหนึ่งที่ใช้สำหรับวัดความรู้ทางด้านพุทธินิสัย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบที่วัดสมรรถนะด้านต่างๆที่นักเรียน ได้รับการเรียนรู้มาแล้วว่ามีอยู่เท่าใด แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งได้ 2 ชนิด คือ แบบที่ครูสร้าง และแบบมาตรฐานแบบทดสอบที่ดี ต้องมี ความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความยุติธรรม ความลึกของคำถาม ความข้ยู่ ความจำเพาะเจาะจง ความเป็นปรนัย มีประสิทธิภาพ มีอำนาจจำแนก มีความยาก

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนประเภทที่ครูสร้างมีหลายรูปแบบ แต่ที่นิยมใช้มี 6 แบบ คือ แบบกาถูกผิด แบบเติมคำ แบบตอบสั้นๆ แบบจับคู่ แบบเลือกตอบ และแบบอัตนัยหรือความเรียง

แบบสอบแบบอัตนัยหรือความเรียง (Subjective or Essay Test)

ลักษณะทั่วไป เป็นข้อสอบที่มีเฉพาะคำถาม แล้วทำให้นักเรียนเขียนตอบอย่างเสรี เขียนบรรยายตามความรู้ และข้อคิดเห็นของแต่ละคน

หลักในการสร้าง

1. เขียนคำชี้แจงเกี่ยวกับวิธีการตอบให้ชัดเจน ระบุจำนวนข้อคำถาม เวลาที่ใช้สอบ และคะแนนเต็มของแต่ละข้อ
2. เนื่องจากข้อสอบแบบนี้มีเฉพาะคำถาม และแต่ละข้อ มักจะให้คะแนนมากดังนั้น ควรเขียนคำถามให้ชัดเจนเพื่อไม่ให้ไขว้เขวในการตอบ
3. ไม่ควรตั้งคำถามเฉพาะประเภทความรู้ความจำหรือถามปัญหาที่มีคำตอบในหนังสือ ซึ่งเป็นการให้ตอบแบบจำกัด (Restricted Response) แต่พยายามถามประเภทสูงกว่าความรู้ความจำ คือ ถามให้ใช้ความคิด ซึ่งเป็นการให้ตอบแบบขยาย (Unrestricted Response) มักขึ้นต้นด้วยคำว่าจงอธิบาย จงอภิปราย จงบรรยาย จงเปรียบเทียบ จงวิเคราะห์ ให้ประมาณค่า ให้บอกความสัมพันธ์ วิเคราะห์ เป็นต้น
4. กำหนดเวลาให้ตอบนานพอสมควร เพราะผู้ตอบต้องใช้เวลารวบรวมความคิด จัดระบบความคิด และเขียนคำตอบด้วยถ้อยคำของตัวเอง หากกำหนดเวลาน้อย ไม่สามารถใช้พลังความคิดได้เต็มความสามารถ
 1. เลือกถามเฉพาะจุดที่สำคัญของเรื่อง เพราะไม่สามารถถามได้ทุกๆ เนื้อหาที่เรียน
 2. ไม่ควรให้มีการเลือกตอบเพียงบางข้อ เช่น 7 ข้อ ให้เลือกทำ 6 ข้อ หรือ 4 ข้อ ให้เลือกทำ 3 ข้อ เหตุผลมีดังนี้
 - 2.1 ไม่สามารถวัดเรื่องที่สำคัญได้ทุกเรื่อง
 - 2.2 คำถามแต่ละข้อมีความยากง่ายไม่เท่ากัน จะมีปัญหาในการจัดตำแหน่งผู้เข้าสอบว่าใครจะเก่งกว่ากัน โดยเฉพาะการประเมินผลแบบอิงกลุ่ม
 3. การตรวจให้คะแนน ควรปฏิบัติดังนี้
 - 3.1 เขียนแนวคำตอบไว้ก่อน และระบุคะแนนว่า ประเด็นใดตอนใดควรได้กี่คะแนน

3.2 ควรตรวจเฉพาะข้อเดียวจนครบทุกคน แล้วตรวจข้อต่อไป

3.3 ไม่ควรดูข้อผู้สอบ เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดอคติในการให้คะแนน

ข้อดีของข้อสอบแบบอัตนัยหรือบรรยาย

1. สามารถวัดพฤติกรรมต่างๆ ได้ทุกด้าน โดยเฉพาะพฤติกรรมด้านการสังเคราะห์
2. ผู้ตอบได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็น หรือเจตนาของตน
3. โอกาสในการตอบโดยไม่มีความรู้ในเรื่องนั้นแล้วได้คะแนนน้อยมาก
4. วัดความสามารถในการเขียนและส่งเสริมการใช้ภาษาได้เป็นอย่างดี

ข้อจำกัดของข้อสอบแบบอัตนัยหรือบรรยาย

1. ออกคำถามวัดได้น้อยข้อ เนื่องจากแต่ละข้อจะต้องใช้เวลาตอบนานจึงวัดได้ไม่ครอบคลุมหลักสูตร หรือเนื้อหาสาระที่สำคัญๆ
2. การตรวจให้คะแนนมักจะมี ความคลาดเคลื่อนมาควบคุมให้เกิดความยุติธรรมได้ยาก
3. ไม่เหมาะที่จะใช้สอบกับนักเรียนจำนวนมากๆ เพราะใช้เวลาในการตรวจลายมือของผู้ตอบและประสิทธิภาพในการเขียนบรรยายอาจจะมีผลต่อคะแนน

ชาญชัย ชมดิษฐ์ (2548 : 34-38) กล่าวว่าแบบทดสอบแบบอัตนัยเป็นแบบทดสอบที่ให้ผู้ตอบได้แสดงความคิดเห็น เหมาะสำหรับการวัดความรู้ขั้นสูงกว่าความจำและความเข้าใจ ข้อสอบแบบอัตนัยแบ่งเป็น 2 แบบ คือ แบบไม่จำกัดตอบ (Extended response) และแบบจำกัดตอบ (Restricted response) ซึ่งขึ้นอยู่กับการให้อิสระแก่นักเรียนในการตอบ จากการศึกษาพบว่าแต่ละระดับประถมศึกษาเขียนตอบแบบกำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ดี ส่วนนักเรียนในระดับสูงเขียนตอบแบบไม่กำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ดี

1. แบบไม่จำกัดตอบ (Extended response) ข้อสอบแบบอัตนัยแบบไม่จำกัดคำตอบนี้ให้อิสระแก่นักเรียนอย่างเต็มที่ ในการอภิปรายแสดงความคิดเห็นและรวบรวมข้อมูลเท็จจริงต่างๆ มาใช้ในการสอน โดยทั่วไปข้อสอบแบบนี้จะให้นักเรียนแสดงความสามารถ ซึ่งจำเป็นต้องอาศัยการสังเคราะห์และการประเมินผล ข้อสอบนี้นับว่ามีคุณค่าอย่างยิ่งในการวัดขบวนการทางสมองที่สูงขึ้น ตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ระลึกถึงความรู้ที่เรียนไป เช่น จงอธิบายทฤษฎีกำเนิดชนชาติไทยมา 1 ทฤษฎี จงอธิบายเกี่ยวกับการสอนแบบบรรยายกับการสอนแบบสืบสวน โดยให้บอกถึงหลักสำคัญที่ใช้ในการสอนแต่ละวิธี และข้อดี-ข้อเสียของการสอนทั้งสองแบบ

ขั้นที่ 2 ประเมินค่าความรู้ที่ทำได้ เช่นจงเปรียบเทียบข้อดี-ข้อเสียของการประเมินผลแบบอิงเกณฑ์และแบบอิงกลุ่มมาอย่างละเอียดเพราะเหตุใดเคคิสันจึงได้รับการยกย่องเป็นอย่างมากจนทดลองเรื่องอากาศมีไอน้ำ

ขั้นที่ 3 รวบรวมความรู้และความคิดให้เป็นระบบ เช่นจงกล่าวถึงความคล้ายคลึงกันในการที่สหรัฐอเมริกาเข้าไปมีส่วนพัวพันกับความขัดแย้งในประเทศเกาหลี และเวียดนามมา 3 ประการ

ขั้นที่ 4 แสดงความคิดเห็นออกมาอย่างมีเหตุผล เช่นจงเปรียบเทียบและอธิบายเหตุผลการปกครองระบอบประชาธิปไตยของอังกฤษกับสหรัฐอเมริกา

ข้อเสียของข้อสอบประเภทนี้คือมีความเชื่อมั่นก่อนข้างต่ำ แต่มีข้อดีคือ นักเรียนมีโอกาสแสดงความคิดเห็นได้อย่างเสรี

2. แบบจำกัดตอบ (Restricted response) ข้อสอบแบบนี้มักจะกำหนดขอบเขตแบบฟอร์มและ เนื้อที่เฉพาะให้นักเรียนไม่มีอิสระเสรีในการตอบมากนัก แบบทดสอบนี้ให้ตอบสั้นกว่าแบบแรก คำตอบอยู่ภายในขอบเขตที่กำหนดไว้ในวงจำกัด โดยทั่วไปแล้วจะกำหนดขอบข่ายและความยาวในการตอบไว้ด้วยตัวอย่างเช่น ลักษณะภูมิอากาศการปกครองอาชีพของพลเมือง จงอธิบายสาเหตุของการเกิดสงครามโลกครั้งที่ 2 มา 3 ประการ จงยกตัวอย่างการกระทำที่แสดงถึงความรักชาติมา 5 ข้อ ส่วนดีของข้อสอบแบบนี้คือ ง่ายในการตรวจ มีความยุติธรรมและมีความเชื่อมั่นสูงกว่าข้อสอบประเภทไม่จำกัดคำตอบอีกด้วย

การวางแผนการสร้างแบบทดสอบอัตนัย

สมบุรณ์ ดันยะ(2545 : 24-29) กล่าวว่า จุดอ่อนของแบบทดสอบอัตนัยก็คือ การสร้างโดยขาดการวางแผนที่ดี การวางแผนการสร้างแบบทดสอบอัตนัยก็มีความสำคัญ เช่นเดียวกับ การวางแผนสร้างแบบทดสอบปรนัยถึงแม้ว่าจะมีวิธีการสร้างและธรรมชาติต่างกันก็ตาม สิ่งที่ผู้ออกข้อสอบจะต้องคำนึงถึงในการออกข้อสอบแบบอัตนัย มีดังนี้

1. จุดมุ่งหมายของกลุ่มสาระนั้น ๆ เหมาะสมกับแบบทดสอบอัตนัยหรือไม่
2. ผู้เข้าสอบมีพื้นฐานทั้งในด้านความเรียง และเนื้อหาวิชาเพียงพอที่จะเขียนตอบแบบอัตนัยหรือไม่ เช่น เด็กเล็กๆ ไม่ควรใช้ข้อสอบอัตนัยทดสอบอย่างเด็ดขาด
3. ข้อสอบนั้นเปิดโอกาสให้ผู้ตอบมีอิสระในการตอบ เปิดโอกาสให้แสดงความคิดเห็นหลายแง่หลายมุมหรือไม่ หรือจำกัดวงคำตอบให้ตอบแค่แคบๆ เพียงด้านเดียว เช่น ถามแต่ความจำในเนื้อหาที่ครูสอนไป ก็ไม่ควรใช้ข้อสอบอัตนัย

4. กำหนดเวลาที่ใช้ในการสอบมากเพียงพอหรือไม่ เพราะการสอบแบบอัตนัยนั้น ต้องใช้เวลาในการเขียนตอบนานมากกว่าแบบทดสอบปรนัย

หลักในการสร้างแบบทดสอบอัตนัย

1. การสร้างข้อสอบควรคำนึงถึงลำดับความสำคัญของจุดมุ่งหมายที่วางไว้ตามที่ปรากฏในตารางการวิเคราะห์หลักสูตร จุดมุ่งหมายหรือพฤติกรรมใดมีน้ำหนักความสำคัญมาก ก็ออกข้อสอบเพื่อวัดพฤติกรรมนั้นมากให้ ได้สัดส่วนตามตารางวิเคราะห์หลักสูตรเพราะแบบทดสอบแบบนี้ถามได้น้อยข้อ เนื่องจากต้องเสียเวลาตอบนาน

2. พิจารณาให้รอบคอบว่าจะสร้างแบบข้อสอบให้กลุ่มเนื้อหาอะไรบ้าง เช่น จะสอบเฉพาะเนื้อหาที่สรุปบรรยายอย่างเดียว หรือจะครอบคลุมไปถึงส่วนที่นักเรียนร่วมอภิปราย ทำรายงานหรืออ่านนอกเวลาด้วยและควรแจ้งให้ผู้สอนทราบล่วงหน้า เพื่อจะได้เตรียมตัวศึกษาค้นคว้าอย่างลึกซึ้ง

3. ไม่ควรให้มีการเลือกตอบเป็นบางข้อ เพราะอาจมีการได้เปรียบเสียเปรียบกัน อันเนื่องมาจากข้อสอบมีความยากง่ายไม่เท่ากัน คะแนนที่ได้จึงนำมาเปรียบเทียบกัน ไม่ได้เพราะตั้งอยู่บนพื้นฐานของการวัดที่ไม่เท่ากันเขียนคำสั่งให้ชัดเจนว่าข้อสอบนั้นๆ ต้องการให้ผู้สอบทำอย่างไรมีเกณฑ์ในการพิจารณาให้คะแนนอย่างไร ควรให้นักเรียนอ่านคำสั่งให้เข้าใจอย่างถ่องแท้เสียก่อนที่จะลงมือปฏิบัติ ควรบอกให้ชัดเจนด้วยว่ามีการแบ่งส่วนคะแนนอย่างไร เพื่อผู้สอบจะได้วางแผนการตอบได้เหมาะสม

4. ถ้ามพบปัญหาที่แสดงว่านักเรียนมีความรู้จริง ๆ สามารถตอบปัญหาได้โดยพยายามนำกฎเกณฑ์ หรือความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ๆ ไม่ควรเป็นคำถามที่นักเรียนเคยพบหรือเคยทำมาก่อน เพราะจะกลายเป็นการวัดความจำไป

5. พยายามใช้คำถามหลาย ๆ แบบ มิใช่มีแต่คำถามประเภท ใคร อะไร ที่ไหน เมื่อไร เท่านั้น เพราะคำถามประเภทนี้มีลักษณะไปทางวัดความจำมากกว่าวัดสมรรถภาพอื่น คำถามที่ใช้วัดสมรรถภาพที่สูงขึ้นควรจะเป็นคำถามประเภท ทำไม อย่างไร หรือให้บรรยาย อธิบาย เปรียบเทียบ หาความสัมพันธ์ ความขัดแย้ง ติความ วิเคราะห์เหตุผล วิจรณ์ และประเมินผล เป็นต้นเขียนคำถามให้ชัดเจนว่าต้องการให้ตอบอย่างไร พยายามเขียนตอบให้เฉพาะเจาะจงลงไป คำถามประเภทให้แสดงความคิดเห็น เป็นคำถามที่กว้างไป

6. ใช้คำถามที่สามารถบอกได้ว่าคำตอบใดดีกว่าคำตอบใด คำถามนั้น ๆ เมื่อนักเรียนตอบแล้ว คนที่มีความรู้ทั้งหลายควรเห็นพ้องกันว่าเป็นคำตอบที่ดี คำตอบใดเป็นคำตอบที่ไม่ดี

7. เมื่อเขียนคำถามแล้วควรเขียนคำตอบที่ต้องการไว้ด้วยเลยเพื่อเป็นการตรวจสอบดูว่าคำถามนั้นชัดเจนดีแล้วหรือยัง คำถามนั้นเมื่ออ่านแล้วจะต้องตอบตามที่คิดไว้หรือไม่ หากยังไม่ตรงจะได้แก้ไขก่อนนำไปใช้ได้

8. ถ้าเป็นคำถามที่เกี่ยวกับประเด็นขัดแย้งที่ยังหาข้อยุติไม่ได้ ข้อสอบนั้นควรมุ่งให้หาหลักฐานมายืนยัน หรือมาสนับสนุนมากกว่าที่จะทดสอบอย่างอื่น เช่น ข้อความที่ยังหาข้อยุติไม่ได้ควรหลีกเลี่ยง การถามว่าถูกหรือผิด ใช่หรือไม่ใช่ แต่ควรจะทดสอบการหาสาเหตุมาสนับสนุนประเด็นนั้น ๆ

9. พยายามสร้างข้อคำถามหลาย ๆ ข้อ ให้พอเหมาะกับเวลาที่สอบ และควรกำหนดความยาวของข้อสอบ และความซับซ้อนของข้อสอบให้พอเหมาะกับความสามารถของผู้สอบ

10. พยายามให้ข้อสอบมีจำนวนมากข้อ เพื่อจะได้ออกให้ครอบคลุมเนื้อหา ซึ่งเกี่ยวข้องกับค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบด้วย เราอาจเพิ่มข้อสอบให้มากขึ้นโดยกำหนดให้ตอบสั้น ๆ

11. ถ้าข้อสอบมีหลายข้อ ควรจะเรียงลำดับจากง่าย ไปหายาก เพื่อช่วยให้อ่านตอบง่ายขึ้น

การตรวจให้คะแนนคำถามอัตนัย

เยาวดี วิบูลย์ศรี (2545 : 132-138) การสร้างข้อสอบแบบอัตนัยวัดความสามารถของนักเรียนมิได้จบสิ้นลงเพียงนำข้อสอบไปทดสอบนักเรียนเท่านั้น แต่还应นำเอากระดาษคำตอบมาตรวจให้คะแนนตามวิธีการตรวจที่มีระบบ เพื่อให้คะแนนที่ได้มีความเที่ยงตรงและเชื่อถือได้หลังจากเราพอใจกับคำถามหรือข้อสอบซึ่งสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการสอนและแบบทดสอบที่สร้างอย่างดีแล้ว งานขั้นถัดไป คือการตรวจให้คะแนนกระดาษคำตอบของนักเรียน ปัญหาในขั้นนี้คือ จะตรวจกระดาษคำตอบของนักเรียนด้วยวิธีการอย่างไร

1. จึงจะกำจัดความลำเอียงลงไปให้น้อยที่สุด
2. สนใจแต่เฉพาะคำตอบที่สำคัญและเกี่ยวข้องกับคำถามเท่านั้น
3. ระวังอิทธิพลอันเกิดจากความคิดเห็นส่วนตัวเข้าไปมีส่วนเกี่ยวข้องกับการให้

คะแนน

4. นำวิธีการที่เป็นมาตรฐานให้การตรวจเป็นไปอย่างเสมอต้นเสมอปลายแก่นักเรียนทุกคนสำหรับการตรวจที่จะทำให้เกิดความยุติธรรมเป็นไปอย่างคงเส้นคงวานี้ นับว่าเป็นปัญหาที่สำคัญของการตรวจข้อสอบแบบนี้ ถ้าหากการตรวจขาดความคงเส้นคงวา เราก็ไม่สามารถนำคะแนนมาเปรียบเทียบกันได้ มีวิธีการตรวจข้อสอบแบบอัตนัยที่นิยมใช้กันมากที่สุดในปัจจุบัน

คือ การตรวจแบบวิธีเทียบเกณฑ์ (Analytical Method หรือ Point Method) การตรวจข้อสอบ
 อัตนัย โดยวิธีเทียบเกณฑ์นั้น ครูต้องกำหนดแนวการตอบไว้ก่อนโดยแยกแนวคำตอบออกเป็น
 ตอนย่อย ๆ ตามความสำคัญ ฉะนั้น ในการตรวจให้คะแนนโดยวิธีนี้ ผู้ตรวจจะต้องกำหนด
 รายละเอียดของคำตอบไว้ก่อนที่จะทำการตรวจในการตรวจให้คะแนนผู้ตรวจจะนำเอา
 กระจายมาเทียบกับเกณฑ์ หรือแนวคำตอบที่ได้กำหนดแนวคำตอบนั้น ครูผู้ออกข้อสอบควร
 จะทำไว้พร้อม ๆ กับการเขียนข้อคำถามเลย ไม่ควรจะมากำหนดแนวการตอบเมื่อจะเริ่มตรวจ
 การให้คะแนนแบบนี้เหมาะสำหรับข้อสอบแบบกำหนดขอบเขตของการตอบ มากกว่าแบบไม่
 กำหนดขอบเขตของการตอบ

ข้อดีของการตรวจข้อสอบโดยวิธีเทียบเกณฑ์

1. คะแนนที่ได้จากการตรวจมีความเชื่อถือ ได้มากขึ้น
2. การกำหนดรายละเอียดในการตอบเพื่อทำแนวคำตอบนั้น ช่วยทำให้ผู้ออกข้อสอบ
 มองเห็นข้อบกพร่องของคำถามที่เขียนขึ้น เช่น ใช้คำพูดกำกวม คำถามยากเกินไปหรือเวลาที่
 กำหนดให้น้อยเกินไป
3. การกำหนดแนวคำตอบทำให้ง่ายแก่การอธิบายให้นักเรียนฟังได้ ว่าทำไมนักเรียนจึง
 ได้คะแนนเท่านั้น

ข้อจำกัดของการตรวจข้อสอบอัตนัยโดยวิธีเทียบเกณฑ์

1. ทำให้ครูต้องทำงานหนักขึ้นและเสียเวลามากขึ้นการที่ผู้ตรวจพยายามมองหาคำตอบ
 ที่สอดคล้องกับเกณฑ์ อาจทำให้เกิดการมองข้ามหรือไม่ได้อ่านข้อความสำคัญไปบ้าง
2. การตรวจ โดยวิธีจัดอันดับคุณภาพการตรวจข้อสอบอัตนัย โดยวิธีจัดอันดับคุณภาพ
 นั้น ผู้ตรวจจะอ่านกระจายคำตอบของ ผู้เข้าสอบทุกคนเสียก่อนทีละข้อ แล้วจึงนำคำตอบนั้น
 มาจัดเป็นกลุ่ม ๆ ตามความสามารถ เช่น กลุ่มดีมาก ดี ปานกลาง พอใช้ หรือใช้ไม่ได้ แล้วจึง
 ตรวจสอบคุณภาพของคำตอบในแต่ละกลุ่มอีกที เช่น ในกลุ่มตอบดีมากนั้น ต้องพิจารณากันอีกที
 ว่า ใครตอบดีกว่ากัน ให้เรียงอันดับของกระจายคำตอบให้ติดต่อกันไป แล้วจึงให้คะแนน ใคร
 อยู่อันดับแรกก็ได้คะแนนสูงสุดลดน้อยลงไปตามลำดับ การตรวจแบบนี้จะทำให้คะแนนมี
 ความเชื่อมั่นมากยิ่งขึ้น

ข้อเสนอแนะในการตรวจแบบทดสอบอัตนัย

1. ให้ตรวจคำตอบทีละข้อ นั่นคือ ถ้าจะตรวจคำตอบข้อ 1 ก็ให้ตรวจข้อ 1 ของ
 นักเรียน ทุกคนจนจบ แล้วจึงเริ่มตรวจข้อ 2 ครูไม่ควรตรวจข้อสอบให้เสร็จเป็นคน ๆ
2. ให้มีความคงเส้นคงวาในการตรวจ เกณฑ์ในการให้คะแนนจะเหมือนกัน สำหรับ

ทุก ๆ คำตอบ ครูบางคนอาจจะให้คะแนนค่อนข้างน้อย สำหรับคำตอบแผ่นแรก ๆ แต่จะให้คะแนนมากขึ้นสำหรับคำตอบแผ่นหลัง ๆ ทั้ง ๆ ที่คำตอบเหล่านั้นเป็นแนวเดียวกัน

3. เวลาตรวจไม่ควรดูชื่อนักเรียน เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดอคติในเวลาตรวจ

4. ถ้าสามารถให้มีผู้ตรวจ 2 คน ในแต่ละคำตอบแล้วหาค่าเฉลี่ยของคะแนนนำมาเป็นคะแนนที่คำตอบนั้น ๆ ควรจะได้จริง ๆ จะทำให้คะแนนมีความเชื่อมั่นมากขึ้น

5. ควรหิบบกระดาษคำตอบมาตรวจแบบสุ่มไม่ควรดูชื่อผู้ตอบในการตรวจ

กระดาษคำตอบ

6. ในเวลาตรวจนั้นครูไม่ควรนำเอาเรื่อง “ลายมือ” ของผู้ตอบมาเป็นส่วนในการให้คะแนน

7. พยายามตรวจข้อใดข้อหนึ่งให้เสร็จรวดเร็ว ไม่ควรหยุดพักจนกว่าจะตรวจข้อนั้นเสร็จแล้ว

8. พยายามเขียนข้อเสนอแนะและแก้ไขความผิดในกระดาษคำตอบ เพื่อให้ผู้ตอบรู้ว่าตนบกพร่องตรงไหน

ประโยชน์ของแบบทดสอบอัตนัย

1. ข้อสอบอัตนัยเป็นข้อสอบที่สร้างง่ายกว่าข้อสอบแบบเลือกตอบ และใช้เวลาเตรียมข้อสอบน้อยกว่าข้อสอบปรนัย

2. ข้อสอบอัตนัยสามารถใช้วัดเจตคติ คุณค่าและความคิดเห็น รวมทั้งความสามารถด้านการสังเคราะห์ ได้เป็นอย่างดี

3. ข้อสอบอัตนัยสามารถช่วยสร้างประสบการณ์ในการเรียนที่ดี เพราะการเขียนตอบข้อสอบอัตนัยนั้น นักเรียนได้มีโอกาสฝึกฝนการเรียบเรียงความคิด และแสดงความคิดนั้นออกมาอย่างมีเหตุผล

4. ข้อสอบอัตนัยสามารถช่วยส่งเสริมการเขียนและการใช้ภาษาไทยเป็นอย่างดี

แบบทดสอบอัตนัย หมายถึง แบบคำถาม

เกณฑ์การให้คะแนน(Scoring Rubrics)

รูบริกเป็นเครื่องมือให้คะแนนชนิดหนึ่งใช้ในการประเมินการปฏิบัติงานหรือผลงานของนักเรียน รูบริกประกอบด้วย 2 ส่วน คือ เกณฑ์ที่ใช้ประเมินการปฏิบัติหรือผลผลิตของนักเรียน และระดับคุณภาพหรือระดับคะแนน เกณฑ์จะบอกผู้สอนหรือผู้ประเมินว่าการปฏิบัติงานหรือผลงานนั้นๆจะต้องพิจารณาสิ่งใดบ้าง ระดับคุณภาพหรือระดับคะแนนจะบอกว่า

การปฏิบัติหรือผลงานที่สมควรจะได้รับคุณภาพหรือระดับคะแนนนั้นๆ ของเกณฑ์ของเกณฑ์ แต่แต่ละตัวมีลักษณะอย่างไร รูบริกจึงเป็นเหมือนการกำหนดลักษณะเฉพาะ (Specification) ของ การปฏิบัติหรือผลงานนั้นๆ ในเชิงคุณภาพหรือเชิงปริมาณ หรือทั้งสองประการรวมกัน ทั้งนี้ ขึ้นอยู่กับเป้าหมายของการประเมิน (กึ่งกาญจน์ สิริสุนทร. 2550 : 2) การใช้รูบริกมีประโยชน์ สำหรับครูและนักเรียนหลายประการ ดังนี้

1. รูบริกเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพมากทั้งในการเรียนและการสอนการประเมิน ช่วยปรับปรุงพัฒนาการปฏิบัติหรือการแสดงออกของนักเรียน ในขณะที่เด็วก็ช่วยควบคุม การปฏิบัตินั้นๆ ด้วย โดยครูต้องกำหนดความต้องการหรือความคาดหวังในผลงานของนักเรียน อย่างชัดเจน และแสดงให้เห็นนักเรียนทราบว่าทำให้ถึงความคาดหวังนั้นได้อย่างไร ซึ่งมัก ปรากฏในผลงานและการเรียนรู้ของนักเรียนพัฒนาขึ้นอย่างเห็นชัดเจน
2. รูบริกช่วยให้นักเรียนตัดสินใจตัดสินคุณภาพผลงานของตนเองและของคนอื่นๆ อย่างมีเหตุผล เมื่อรูบริกเป็นแนวทางการประเมินนักเรียนจะสามารถชี้แนะและแก้ปัญหา เกี่ยวกับผลงานของตนเองและผู้อื่น ได้ตรงจุด
3. รูบริกช่วยลดเวลาครูในการประเมินงานของนักเรียนผลงานที่ผ่านการประเมินโดย เจ้าของผลงานเองและโดยกลุ่มซึ่งยึดเกณฑ์หรือรูบริกเป็นหลักนั้น ทำให้ข้อบกพร่องมีน้อยมาก เมื่อมาถึงมือครู หากมีสิ่งใดต้องปรับปรุงบอกต่อกัน ครูก็เพียงแต่วงประเด็นนั้นในรูบริก นอกจากนี้รูบริกยังช่วยให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียนมากขึ้น เกี่ยวกับจุดเด่นและสิ่งที่ต้อง ปรับปรุง
4. รูบริกมีความยืดหยุ่น คือ มีระดับคุณภาพตั้งแต่ดีเยี่ยมจนถึงต้องปรับปรุง ทำให้ครู นำไปใช้กับนักเรียนที่ความสามารถได้ คือ นำไปใช้กับนักเรียนที่เรียนเก่งจนถึง นักเรียนที่เรียนอ่อน โดยใช้เกณฑ์สะท้อนผลงานของเขา
5. รูบริกใช้ง่ายและอธิบายได้ง่าย นักเรียนจะรู้ชัดเจนว่าเขาเรียนรู้อะไรบ้าง ใน ปลายปีเขาก็จะประเมินได้อย่างถูกต้อง ผู้ปกครองก็เกิดความกระตือรือร้น และรู้ชัดเจนว่า ลูกหลานจะต้องทำอะไรเพื่อให้ประสบความสำเร็จ

รูบริกแบบภาพรวม

Nitko (2001 : 159) กล่าวว่า รูบริกแบบภาพรวมจะเหมาะสมกับการปฏิบัติที่ต้องการ ให้นักเรียนสร้างสรรค์การตอบสนอง และไม่มีคำตอบที่ถูกต้องชัดเจน จุดเน้นของการรายงาน คะแนนที่ใช้รูบริกแบบภาพรวมคือ คุณภาพ โดยรวม ความคล่องแคล่ว หรือความเข้าใจเกี่ยวกับ

เนื้อหาสาระเฉพาะและทักษะซึ่งเป็นการประเมินระดับมิติเดียว (Mertler. 2001 : 145) การใช้
 รูบริกแบบภาพรวมทำให้กระบวนการให้คะแนนเร็วกว่าการใช้รูบริกแบบแยกส่วน (Nitko.
 2001 : 159) ดังนั้น ครูจึงต้องอ่านพิจารณาและตรวจสอบการปฏิบัติของนักเรียนโดยตลอด
 เพื่อให้รู้สึกรับรู้ถึงภาพรวมว่านักเรียนทำอะไรได้และยังใช้เป็นการประเมินสรุปได้ด้วย แต่
 นักเรียนจะได้รับทราบผลสะท้อนกลับน้อยมาก ดังตัวอย่างรูบริกแบบภาพรวม ต่อไปนี้

คะแนน	รายละเอียด
5	แสดงความเข้าใจปัญหาอย่างสมบูรณ์ คำตอบประกอบด้วย ทุกประเด็นที่ต้องการ
4	แสดงความเข้าใจปัญหาบางส่วน คำตอบประกอบด้วย ประเด็น ส่วนใหญ่ที่ต้องการ
3	แสดงความเข้าใจปัญหาบางส่วน คำตอบประกอบด้วยประเด็น ส่วนใหญ่ที่ต้องการ
2	แสดงความเข้าใจปัญหาเพียงเล็กน้อย ประเด็นส่วนใหญ่ที่ ต้องการไม่ปรากฏ
1	แสดงความไม่เข้าใจปัญหา
0	ไม่ตอบ / ไม่ทำงาน

รูบริกแบบแยกส่วน

นิยมใช้เมื่อต้องการเน้นชนิดหรือลักษณะเฉพาะของการตอบสนอง (Nitko. 2001 :
 159) นั่นคือ ใช้สำหรับการปฏิบัติงานที่ยอมรับการตอบสนอง 1 หรือ 2 ลักษณะ และความคิด
 สร้างสรรค์ไม่ได้เป็นประเด็นสำคัญเกี่ยวกับการตอบสนองของนักเรียนนอกจากนี้ ผลลัพธ์
 ขั้นต้นจะมีคะแนนหลายตัว ตามด้วยคะแนนรวมซึ่งใช้เป็นตัวแทนการประเมินหลายมิติ
 (Mertler.2001 : 145) การใช้รูบริกแบบแยกส่วนทำให้กระบวนการให้คะแนนช้า เนื่องจากเป็น
 การประเมินหลายทักษะหรือหลายคุณลักษณะเป็นรายบุคคล ทำให้ครูต้องใช้เวลาตรวจผลงาน
 หลายครั้ง การสร้างและการใช้รูบริกแบบแยกส่วนจึงใช้เวลานาน ซึ่งมีกฎที่ว่าผลงานของ
 แต่ละคนต้องพิจารณาแยกแต่ละด้านในแต่ละครั้งตามเกณฑ์การให้คะแนน(Metler. 2001 :
 145) ดังนั้นการใช้รูบริกแบบแยกส่วนจึงได้ผลค่อนข้างสมบูรณ์ ผลสะท้อนกลับของการปฏิบัติ
 ของตนตามเกณฑ์การให้คะแนน ซึ่งถ้าใช้รูบริกแบบภาพรวมจะไม่ปรากฏรายละเอียดนี้

(Nitko, 2001 : 195) ครูที่ใช้รูบริกแบบแยกส่วนจึงสามารถที่จะสร้างเส้นภาพ(Profile) จุดเด่น – จุดด้อยของนักเรียนแต่ละคนได้ ดั้งเดิมแบบรูบริกแบบแยกส่วน ต่อ ไปนี้

จากตัวอย่างรูบริกทั้ง 2 แบบ จะเห็นว่า ระดับการปฏิบัติที่หลากหลายของนักเรียนสามารถบรรยายได้ทั้งในด้านปริมาณหรือคุณภาพ บางครั้งครูอาจต้องการใช้ด้านปริมาณและคุณภาพหารูบริกมี 4 ระดับ ทางด้านปริมาณก็มักใช้ 1 ถึง 4 ทางด้านคุณภาพก็มักใช้คำที่ยืดหยุ่น ได้มาก คำที่ใช้กันทั่วไปก็คือ เชี่ยวชาญ ชำนาญ ขึ้นฝึกหัด นั่นคือ ใช้คำอธิบายที่เหมาะสมกับงาน

ข้อยุ่งยากประการหนึ่งในการให้คะแนนงานของนักเรียนโดยใช้รูบริก คือ การเปลี่ยนเป็นเกรด ไม่ควรคิดถึงรูบริก โดยนำไปเทียบกับคะแนนร้อยละ(Trice, 2000 : 134) เช่น ถ้ารูบริกมี 6 ระดับ ระดับ 3 ไม่ควรถือว่าเท่ากับ 50% กระบวนการเปลี่ยนแปลงคะแนนรูบริกเป็นเกรดนั้นเป็นกระบวนการทางตรรกะมากกว่ากระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Trice, 2000 : 134) แนะนำว่า ระบบการใช้คะแนนรูบริกมักพิจารณาจากค่าเฉลี่ย คือ คะแนนอยู่ที่ค่าเฉลี่ยหรือสูงกว่าค่าเฉลี่ย (ซึ่งที่ค่าเฉลี่ยจะแปลงเป็นเกรด C) มากกว่ากล่าวถึงคะแนนที่ต่ำกว่าค่าเฉลี่ย ตัวอย่างเช่น ถ้ารูบริกประกอบด้วย 9 ลำดับขั้น การปรับเกรดและลำดับขั้น การปรับเกรดและลำดับขั้นจะเป็น ดังนี้

เมื่อเปลี่ยนคะแนนรูบริกกลับไปเป็นเกรด (โดยเฉพาะในระดับมัธยมศึกษา) หรือ เปลี่ยนคะแนนรูบริกเป็นการบรรยายภาพผลสะท้อนกลับ (ในระดับประถมศึกษา) แล้ว ต้องจำไว้ว่าแนวทางที่จะทำให้สำเร็จนั้น ไม่ได้มีเพียงทางเดียว ครูจะต้องหาหรือจัดทำระบบของตนเองที่จะเปลี่ยนรูบริกเป็นเกรดได้อย่างเหมาะสมลงตัว ตลอดจนระบบการรายงานผลการปฏิบัติของตนเองขั้นตอนการออกแบบรูบริกมี 7 ประการ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ตรวจสอบจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องใช้ในการทำงาน เป็นการจับคู่แนวทางการให้คะแนนกับจุดประสงค์และการชี้แนะตามความเป็นจริง

ขั้นที่ 2 อธิบายคุณลักษณะที่ต้องการสังเกตเป็นพิเศษซึ่งครูต้องการเห็น(และที่ไม่ต้องการเห็น) นักเรียนแสดงออกในผลผลิตกิจกรรมหรือการปฏิบัติ นั่นคืออธิบายคุณลักษณะทักษะหรือพฤติกรรมที่ครูต้องการเห็น รวมทั้งข้อผิดพลาดต่างๆ ไปที่ไม่ต้องการเกิด

ขั้นที่ 3 หาวิธีการต่างๆที่จะอธิบายลักษณะการปฏิบัติที่สูงกว่าระดับค่าเฉลี่ย และต่ำกว่าระดับค่าเฉลี่ยสำหรับแต่ละคุณลักษณะที่สังเกตจากขั้นที่ 2

ขั้นที่ 4 สำหรับรูปrikแบบภาพรวม เขียนคำบรรยายลักษณะงานที่ดีและงานที่ไม่ดี โดยรวมทุกเกณฑ์เข้าด้วยกันเป็นข้อความเดียว สำหรับรูปrikแบบแยกส่วน เขียนคำบรรยายลักษณะงานที่ดีและงาน ไม่ดี โดยแยกต่างหากแต่ละเกณฑ์

ขั้นที่ 5 สำหรับแบบภาพรวม เขียนรายละเอียดการปฏิบัติที่อยู่ระหว่างกลางของระดับสูงกว่าค่าเฉลี่ย ระดับค่าเฉลี่ยและระดับต่ำกว่าค่าเฉลี่ย เพื่อให้รูปrikสมบูรณ์สำหรับรูปrikแบบแยกส่วน เขียนรายละเอียดสำหรับการปฏิบัติที่อยู่ระหว่างกลางของทุกเกณฑ์

ขั้นที่ 6 รวบรวมตัวอย่างผลงานของนักเรียน ซึ่งเป็นตัวแทนของแต่ละระดับ ซึ่งจะช่วยการให้คะแนนของครูในอนาคต

ขั้นที่ 7 ทบทวนรูปrikที่ทำแล้ว (ถ้าจำเป็น)

การสัมภาษณ์

การสัมภาษณ์ (Interview) คือ การสนทนาหรือการพูดโต้ตอบกันอย่างมีจุดมุ่งหมาย เพื่อค้นหาความรู้ ความจริง ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ล่วงหน้าการสัมภาษณ์เป็นวิธีการที่สำคัญวิธีหนึ่งในการรวบรวมข้อมูล เพราะการสัมภาษณ์นอกจากจะทำให้ผู้สัมภาษณ์ ได้ข้อมูลที่ต้องการแล้ว ยังช่วยให้ทราบข้อเท็จจริงเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์ในด้านบุคลิกภาพอีกด้วย และที่สำคัญทำให้ทราบความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนอย่างแท้จริง โน้ตคนที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดทางการเรียนจะได้ผลดี และได้ข้อมูลใกล้เคียงกับความเป็นจริงนั้นต้องมีเครื่องมือในการรวบรวมข้อมูลที่น่าเชื่อถือ ซึ่งนอกเหนือจากแบบสอบถามการเรียนแล้ว การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือที่สำคัญอีกประเภทหนึ่ง เพราะการสัมภาษณ์นอกจากจะทำให้ผู้สัมภาษณ์ ได้ข้อมูลที่ต้องการแล้ว ยังช่วยให้ทราบข้อเท็จจริงเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์ในด้านบุคลิกภาพอีกด้วย และที่สำคัญทำให้ทราบความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนอย่างแท้จริง ดังที่นักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสัมภาษณ์ไว้ดังนี้

นิภา เมธาวีชัย (2536 : 32) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับวัดความคิดเห็นของบุคคล โดยการสนทนา ซักถาม ได้ตอบ ระหว่างบุคคล ลักษณะตัวต่อตัว การสัมภาษณ์ดีกว่าการสังเกต เพราะผู้สัมภาษณ์สามารถใช้ตา หู และปาก ในขณะที่สัมภาษณ์ได้ ผู้สัมภาษณ์ควรสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองกับผู้ถูกสัมภาษณ์ โดยสร้างความเชื่อถือ รักษาอารมณ์ให้มั่นคง แสดงความสนใจขณะสัมภาษณ์ และบันทึกผลการสัมภาษณ์อย่างตรงไปตรงมา

วัตนา พัชราวานิช (2531 : 115-118) กล่าวว่า การสัมภาษณ์นั้นเป็นการค้นหาข้อเท็จจริงและทำให้ทราบความต้องการของเด็ก เป็นการช่วยให้เกิดความสนิทสนมและคุ้นเคยกันมากขึ้น ทำให้ผู้มาขอรับคำปรึกษา กล้าพูดและกล้าบอกความเป็นจริง โดยไม่มีการปิดบังอำพรางและยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจตนเอง สามารถปรับตัวให้อยู่ในสภาพแวดล้อมได้

คณะศึกษาศาสตร์ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2535 : 127) ได้กล่าวเกี่ยวกับการสัมภาษณ์ไว้ว่า การสัมภาษณ์ เป็นวิธีการที่ครูถามนักเรียนให้ตอบเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนทบทวนวิธีแก้ปัญหา ขณะที่ครูฟัง ครูซักถาม เพื่อค้นหาสิ่งที่นักเรียนเข้าใจผิด หรือกระบวนการที่เข้าใจไม่ถูกต้อง ซึ่ง Ginsburg เชื่อว่าการสัมภาษณ์เป็นกระบวนการที่สำคัญที่สุดในการทดสอบคณิตศาสตร์ให้ได้มาตรฐาน เพราะจะทำให้ครูรู้ถึงความรู้ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียน

รวีวรรณ ชินะตระกูล (2547 : 119-120) ได้กล่าวถึงประเภทของการสัมภาษณ์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Structured form) การสัมภาษณ์วิธีนี้ เป็นการสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดข้อความไว้อย่างแน่นอนว่าจะสัมภาษณ์อะไรบ้าง วิธีการสัมภาษณ์ตามแบบฟอร์มของข้อคำถามที่กำหนดไว้ ซึ่งผู้ถูกสัมภาษณ์จะตอบข้อคำถามเหมือนกันทุกข้อคำถามที่จะสัมภาษณ์จะต้องสร้างและจัดเตรียมข้อคำถามเป็นอย่างดี ก่อนที่จะทำการสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ควรทำความเข้าใจกับคำถามทุกข้อให้ตรงกันเสียก่อน เพื่อที่จะได้ข้อมูลที่มีความเชื่อถือได้ยิ่งขึ้น

2. การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured form) แบ่งออกเป็น 3 ประเภท

2.1 การสัมภาษณ์แบบไม่จำกัดคำตอบ (Non-directive interview) การสัมภาษณ์วิธีนี้เป็นแบบไม่ต้องเตรียมคำถาม เป็นการพูดคุยกันอย่างธรรมดา ไม่มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอนว่าจะเริ่มต้นสิ่งใดก่อน จนกระทั่งจะจบลงด้วยสิ่งใด ผู้สัมภาษณ์จะต้องตั้งคำถามตามสถานการณ์ระหว่างการสนทนา ผู้สัมภาษณ์จะต้องพยายามให้ผู้ให้ข้อมูล (Informant) สามารถพรรณนาความรู้สึกนึกคิดของตนเองเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ ออกมาเอง ผู้สัมภาษณ์จะรับฟังและตอบได้ด้วยความเข้าใจในความรู้สึกนึกคิดที่ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงออกมา ผู้ถูกสัมภาษณ์จะมีความรู้สึกว่ามีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องต่าง ๆ ในการสัมภาษณ์แบบนี้เป็นการสัมภาษณ์ที่ยืดหยุ่นมาก ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการคิดแปลงแก้ไขให้เป็นไปตามวัตถุประสงค์ของการสัมภาษณ์ การที่จะได้ข้อมูลจริงเพียงไร ขึ้นอยู่กับผู้สัมภาษณ์โดยตรง ซึ่งจะต้องใช้เทคนิคในการสัมภาษณ์ โดยมากการสัมภาษณ์ประเภทนี้มักจะเป็นการสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพทางอารมณ์

ค่านิยมทางการดำเนินงาน การดำเนินชีวิตและอุดมการณ์ ดังนั้นการสัมภาษณ์วิธีนี้จึงจำเป็นและนิยมใช้กันมากในหมู่นักจิตวิทยา นักสังคมสงเคราะห์และแพทย์ ผู้สัมภาษณ์จำเป็นต้องสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองมากที่สุด เพื่อให้ผู้ตอบอยู่ในอารมณ์ที่สบายอกสบายใจ

2.2 การสัมภาษณ์แบบมีจุดสนใจโดยเฉพาะ (Focuses interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์มีจุดมุ่งหมายหรือมีความสนใจในบางเรื่องอยู่แล้ว จึงพยายามตะล่อมให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ให้แสดงออกอย่างมีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องนั้น ๆ

2.3 การสัมภาษณ์แบบหยั่งลึก (In-depth interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ต้องการล้วงเอาความจริงใจจากผู้ถูกสัมภาษณ์ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ เป็นการซักถามเพื่อต้องการทราบถึงเหตุผลต่าง ๆ ที่ก่อให้เกิดข้อเท็จจริง ไม่ใช่เป็นการถามเกี่ยวกับคำถาม “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” แต่เป็นคำถามที่ถามว่าเพราะเหตุใดหรือทำไม ฯลฯ การสัมภาษณ์แบบนี้ ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำความคุ้นเคยและมีความมั่นใจแล้วว่าบรรยากาศที่จะทำให้การสัมภาษณ์เหมาะสม

ลักษณะของการสัมภาษณ์

ลักษณะของการสัมภาษณ์แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1. การสัมภาษณ์รายบุคคล หรือการสัมภาษณ์แบบเผชิญหน้ากัน (Face-to-face) ระหว่างผู้สัมภาษณ์กับผู้ให้ข้อมูลเพื่อรวบรวมข้อมูลที่ต้องการคำตอบที่เจาะลึกในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง การสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลมีข้อดีคือ ผู้สัมภาษณ์ สามารถซักถามเป็นการส่วนตัว คำถามที่ใช้ขึ้นอยู่กับผู้สัมภาษณ์ ผู้ให้ข้อมูลสามารถตอบได้อย่างอิสระ อาจมีการปรับปรุงหรือเปลี่ยนแปลงคำถามให้เหมาะสมกับผู้ให้ข้อมูลแต่ละคน เนื่องจากผู้ให้ข้อมูลแต่ละคนอาจมีวัฒนธรรมที่ต่างกัน จึงจำเป็นต้องมีการสร้างบรรยากาศให้เป็นกันเอง เพื่อที่จะให้ได้ข้อมูลตามที่ต้องการ นอกจากนี้การสัมภาษณ์แบบนี้ สามารถบันทึกเทปหรือสังเกตการแสดงออกต่อการตอบสนองคำถามด้วยท่าทาง น้ำเสียง และสภาพแวดล้อม ได้อีกด้วยการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล เป็นการลงทุนค่อนข้างสูงและใช้เวลานาน บางครั้งคำถามที่ถามอาจทำให้ผู้ตอบไม่ค่อยอยากตอบ เช่น ถามเกี่ยวกับรายได้ หรือคำถามที่ก่อให้เกิดความรู้สึกที่ขัดแย้งต่อบุคลิกภาพของผู้ให้สัมภาษณ์ นอกจากนี้คำตอบที่ได้ อาจมีความลำเอียง

2. การสัมภาษณ์เป็นกลุ่ม (Group interview) เป็นการสัมภาษณ์แบบหนึ่งที่มีผู้สัมภาษณ์ทำการสัมภาษณ์กับผู้ร่วมสนทนาหรือเป็นกลุ่ม เพื่อสนทนาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน โดยผู้สัมภาษณ์ เป็นผู้กำหนดหัวข้อร่วมสนทนาจะไม่มีความรู้สึกว่าถูกซักถามปัญหา แต่คิด

ว่าเป็นการเสวนาในเรื่องที่ผู้สัมภาษณ์สนใจอยากรู้เรื่องต่าง ๆ การสัมภาษณ์เป็นกลุ่ม ช่วยให้ประหยัดเวลา ลงทุนน้อย เหมาะสำหรับการระดมความคิดเพื่อเป็นแนวทางในการหาข้อสรุป แต่อาจทำให้บางคนมีความรู้สึกอึดอัดในการตอบ หรือมีความรู้สึกไม่อยากตอบ เนื่องจากผู้ให้ข้อมูลบางคนไม่สามารถเปิดเผยข้อมูลได้อย่างอิสระ

วัฒนา พัทธราวิช (2545 : 127-128) ได้กล่าวเกี่ยวกับหลักของการสัมภาษณ์ไว้ดังนี้

1. เตรียมการสัมภาษณ์ เตรียมหัวข้อที่จะสัมภาษณ์ กำหนดเวลาในการสัมภาษณ์ เตรียมสถานที่สัมภาษณ์
2. เริ่มต้นสัมภาษณ์เด็กด้วยการสร้างมิตรภาพ ทำให้ผู้รับการสัมภาษณ์รู้สึกเป็นกันเองและให้ความไว้วางใจผู้สัมภาษณ์
3. ผู้สัมภาษณ์ต้องแสดงตนเป็นผู้รับฟังที่ดี ไม่แสดงอาการเบื่อหน่าย ต้องแสดงความสนใจและตั้งใจฟัง
4. ผู้สัมภาษณ์ต้องใช้คำที่เข้าใจง่าย ภาษาง่าย ๆ และพูดอย่างชัดเจน ชัดคำ ไม่ป้อนคำถามรวดเร็วเกินไปจนผู้ตอบงงหรือสับสน
5. ผู้สัมภาษณ์ไม่ควรจะพูดหรือคุยมากเกินไป ต้องคอยเป็นผู้รับฟังให้โอกาสเด็กพูดให้มากที่สุด
6. ไม่ควรบันทึกคำพูดของเด็กในระหว่างการสัมภาษณ์ จะทำให้เด็กเกิดความกังวล หวาดระแวง
7. ในกรยุติการสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ต้องสร้างบรรยากาศที่ดี ทำให้ผู้รับการสัมภาษณ์ฟังพอใจที่จะกลับมาอีกครั้งหนึ่ง
8. การบันทึกการสัมภาษณ์ต้องทำทันทีเมื่อเสร็จสิ้นการสัมภาษณ์ ไม่ควรทิ้งไว้นาน ๆ เพราะอาจลืมรายละเอียดได้

นอกจากนี้ Hammill & Bartel (อ้างใน มาลา ปาจุวัง, 2542 : 30-31) ได้ให้แนวในการสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ให้เลือกตัวอย่างที่ละเอียด และให้ลำดับก่อนหลัง
2. เริ่มต้นด้วยปัญหาต่าง ๆ ก่อน เพราะจะทำให้เด็กเกิดความเข้าใจ
3. บันทึกการสัมภาษณ์ด้วยเทปเสียงหรือในสมุดบันทึก
4. ให้นักเรียนเขียนวิธีการแก้ปัญหาและอธิบายโดยการพูด
5. ให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างอิสระ โดยใช้วิธีการของนักเรียนเอง โดยที่ครูไม่ต้องให้คำแนะนำหรือเสนอแนะว่านักเรียนกำลังทำผิด

6. หลีกเลี่ยงการเร่งให้นักเรียนทำงานเสร็จเร็ว ๆ เพราะอาจจะเป็นการสร้างความกดดันหรือสกัดกั้นความคิดของนักเรียน การสัมภาษณ์เช่นนี้ควรใช้เวลาประมาณ 15-45 นาที

นิภา เมธาวีชัย (2543 : 32) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับวัดความคิดเห็นของบุคคล โดยการสนทนา ซักถาม ได้ตอบ ระหว่างบุคคล ลักษณะตัวต่อตัว การสัมภาษณ์ดีกว่าการสังเกต เพราะผู้สัมภาษณ์สามารถใช้ตา หู และปาก ในขณะที่สัมภาษณ์ได้ ผู้สัมภาษณ์ควรสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองกับผู้ถูกสัมภาษณ์ โดยสร้างความเชื่อถือ รักษาอารมณ์ให้มั่นคง แสดงความสนใจขณะสัมภาษณ์ และบันทึกผลการสัมภาษณ์อย่างตรงไปตรงมา ซึ่งสอดคล้องกับ (วัฒนา พัทธรวานิช, 2545 : 127-128) กล่าวว่า การสัมภาษณ์นั้นเป็นการค้นหาข้อเท็จจริงและทำให้ทราบความต้องการของเด็ก เป็นการช่วยให้เกิดความสนิทสนมและคุ้นเคยกันมากขึ้น ทำให้ผู้มาขอรับคำปรึกษา กล้าพูดและกล้าบอกความเป็นจริง โดยไม่มีการปิดบังอำพรางและยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจตนเอง สามารถปรับตัวให้อยู่ในสภาพแวดล้อมได้ นอกจากนี้(คณะศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2547 : 127) ได้กล่าวเกี่ยวกับการสัมภาษณ์ไว้ว่า การสัมภาษณ์ เป็นวิธีการที่ครูถามนักเรียนให้ตอบเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนทบทวนวิธีแก้ปัญหา ขณะที่ครูฟัง ครูซักถาม เพื่อค้นหาสิ่งที่นักเรียนเข้าใจผิด หรือกระบวนการที่เข้าใจไม่ถูกต้อง ซึ่ง Ginsburg เชื่อว่าการสัมภาษณ์เป็นกระบวนการที่สำคัญที่สุดในการทดสอบคณิตศาสตร์ให้ได้มาตรฐาน เพราะว่าทำให้ครูรู้ถึงความรู้ลึกเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียน

เขียน ไชยศร (2546 : 100) กล่าวถึงวิธีการบันทึกเรื่องที่สัมภาษณ์ไว้ 2 วิธี ดังนี้

วิธีการแรกคือการจดบันทึก วิธีนี้เป็นวิธีที่นิยมเป็นอย่างมาก เพราะเป็นวิธีการที่ประหยัด แต่ก็ยังมีข้อที่ถกเถียงกันว่าควรจะมีการจดบันทึกในขณะที่สัมภาษณ์หรือหลังสัมภาษณ์ แบบใดจะเหมาะสมที่สุด เพราะแต่ละแบบก็จะมีทั้งข้อดีและข้อเสียต่างกัน ไป ถ้าการสัมภาษณ์เพื่อหาข้อเท็จจริงที่มีรายละเอียดมาก ยากแก่การจำ ก็อาจจะจดบันทึกในขณะที่สัมภาษณ์ แต่ถ้าเป็นเรื่องที่เป็นประเด็น ใหญ่ๆ หรือเป็นเหตุการณ์ที่ไม่ต้องการรายละเอียด ก็อาจจะจดบันทึกหลังการสัมภาษณ์เสร็จสิ้นแล้วก็ได้ ส่วนวิธีการที่สองคือการบันทึกเทป โดยปกติแล้วจะจัดทำในห้องสัมภาษณ์ที่มีลักษณะพิเศษและซ่อนเทปไว้โดยไม่ให้ผู้ถูกสัมภาษณ์รู้ตัว แต่ถ้าใช้บันทึกเทปแบบธรรมดาก็ต้องขออนุญาตและชี้แจงเหตุผลหรือจุดมุ่งหมายในการบันทึกเทปการสัมภาษณ์ในครั้งนั้นให้ผู้ถูกสัมภาษณ์เข้าใจ และถ้าผู้ถูกสัมภาษณ์อนุญาตให้บันทึกเทปได้ ผู้สัมภาษณ์จึงจะทำการบันทึกได้

ในส่วนขอเทคนิคของการสัมภาษณ์นั้น Clements และ Ellerton (1996 : 48-50) กล่าวถึง เทคนิคการสัมภาษณ์นิวแมนว่าเป็นวิธีการวิเคราะห์ความผิดพลาด 5 ขั้นตอน ที่เกิดจากการตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังจากที่นักเรียนทำแบบทดสอบเสร็จแล้วจะใช้การสัมภาษณ์ขั้นตอนการแก้ปัญหาทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งเป็นวิธีที่ได้ผลดีและเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอน ในปี ค.ศ. 1977 นิวแมนได้ใช้เทคนิคการสัมภาษณ์ดังกล่าวและได้เผยแพร่ใช้ในวงการศึกษของประเทศออสเตรเลียจนได้ผลดีและมีการวิจัยอย่างต่อเนื่อง โดยวิธีวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนิวแมนมีทั้งหมด 5 ขั้นตอน มีดังนี้ ขั้นแรกคือความผิดพลาดจากการอ่าน (Reading Errors) ความผิดพลาดในขั้นนี้ พิจารณาได้จากการที่นักเรียนไม่สามารถอ่านคำสำคัญ (Key Word) หรือสัญลักษณ์ที่อยู่ในคำถาม ทำให้นักเรียนถูกจำกัดขอบเขตที่ดำเนินการแก้ปัญหาให้ครบสมบูรณ์ได้ ขั้นที่สองคือความผิดพลาดจากการทำความเข้าใจ (Comprehension Errors) แม้ว่านักเรียนจะสามารถอ่านคำทุกคำที่อยู่ในคำถามได้ แต่นักเรียนอาจจะไม่เข้าใจความหมายของคำเหล่านั้น ได้ทั้งหมด ทำให้นักเรียนก็ไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปได้ ขั้นที่สามคือความผิดพลาดจากการเปลี่ยนรูป (Transformation Errors) ในขั้นนี้ ถึงแม้ว่านักเรียนจะเข้าใจโจทย์ แต่นักเรียนไม่สามารถเลือกใช้การกระทำทางคณิตศาสตร์ (Operation) เช่น การบวก การลบ การคูณและการหาร ได้ หรือไม่ สามารถบอกลำดับการกระทำที่จำเป็นในการแก้ปัญหาได้ ขั้นที่สี่คือความผิดพลาดจากการใช้ทักษะกระบวนการ (Process Skill Errors) ในขั้นนี้นักเรียนไม่สามารถนำการกระทำทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวไปใช้อย่างถูกต้องแม่นยำได้ ซึ่งทำให้เกิดการคำนวณที่ผิดพลาดขึ้น และขั้นสุดท้ายคือความผิดพลาดจากการสรุปคำตอบ (Encoding Errors) ความผิดพลาดในขั้นนี้ เกิดจากการที่นักเรียนทำตาม กระบวนการแก้ปัญหาอย่างถูกต้องแต่ไม่สามารถแสดงคำตอบในรูปแบบที่โจทย์ต้องการ

Newman (อ้างในกรณีการ ปวนกาศ. 2543 : 13 – 14) ได้เสนอวิธีการในการสัมภาษณ์นักเรียนหลังจากการทำแบบทดสอบและวิธีการใช้คำถามในการสัมภาษณ์ไว้ว่า วิธีการสัมภาษณ์นักเรียน ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำการสัมภาษณ์หลังจากการทำแบบทดสอบเสร็จแล้วทันทีโดยต้องแยกสัมภาษณ์ทีละคน ระหว่างการสัมภาษณ์นั้นก็ควรมีการบันทึกไว้ด้วย ส่วนสิ่งแวดล้อมรอบข้างควรมีสภาพที่ไม่รบกวนผู้สัมภาษณ์และนักเรียนมากนัก ถ้าสังเกตเห็นว่านักเรียนเกิดอาการเกร็งหรือไม่มีสมาธิที่จะให้สัมภาษณ์ต่อไปได้ก็ควรหยุดสัมภาษณ์ทันที และนอกจากนี้ผู้สัมภาษณ์ต้องระวังในเรื่องของการพูดด้วย เพราะอาจจะทำให้นักเรียนใจวิงวอนหรือเปลี่ยนความคิดได้ และที่สำคัญผู้สัมภาษณ์ไม่ควรบอกนักเรียนว่า โจทย์ที่นำมาสัมภาษณ์

นั้น เป็นข้อที่นักเรียนเคยทำผิดมาแล้ว ส่วนวิธีการใช้คำถามในการสัมภาษณ์นั้นนิเวศน์เสนอว่าคำถามดังต่อไปนี้จะเป็นแนวทางไปสู่การวิเคราะห์ความผิดพลาดของนักเรียนจากการเขียนตอบในแบบทดสอบคณิตศาสตร์ได้

ตารางที่ 2 การวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิเวศน์

ขั้นที่	การวิเคราะห์ความผิดพลาด	คำถามที่ใช้
1	ความผิดพลาดจากการอ่าน (Reading errors)	นักเรียนลองอ่านคำถามให้ครูฟัง
2	ความผิดพลาดจากความเข้าใจ (Comprehension errors)	บอกครูว่า คำถามต้องการให้เธอทำอะไร
3	ความผิดพลาดจากการเปลี่ยนรูป (Transformation errors)	บอกครูถึงแนวคิดที่เธอจะใช้หาคำตอบ
4	ความผิดพลาดจากการใช้ทักษะกระบวนการ (Process skill errors)	ลองแสดงวิธีที่เธอใช้คำนวณหาคำตอบ พร้อมอธิบายตามไปด้วย
5	ความผิดพลาดจากการสรุปตอบ (Encoding errors)	ที่นี่ ให้เธอเขียนคำตอบของคำถาม

วิธีการบันทึกการสัมภาษณ์ลงในแบบบันทึกการสัมภาษณ์ของนิเวศน์ มีวิธีการบันทึกดังต่อไปนี้

1. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการอ่าน (Reading Recognition) การสัมภาษณ์นักเรียนในขั้นนี้ ผู้ศึกษาจะให้ให้นักเรียนอ่าน โจทย์ปัญหาจากแบบทดสอบถ้านักเรียนอ่านได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C (Correct) ในช่องของ Word แต่ถ้านักเรียนอ่านคำใดคำหนึ่งผิดหรืออ่านไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E (Errors) ในส่วนของ Word เช่นกัน พร้อมกับบันทึกรายละเอียดของการอ่านผิดอย่างย่อๆ ในส่วนของการอ่านสัญลักษณ์ที่อยู่ในโจทย์ปัญหานั้น ถ้านักเรียนอ่านสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C ในส่วนของ Symbol แต่ถ้านักเรียนอ่านผิดหรืออ่านไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E ในส่วนของ Symbol เช่นกัน พร้อมทั้งบันทึกรายละเอียดของการอ่านสัญลักษณ์ที่ผิดอย่างย่อๆ

2. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการทำความเข้าใจ (Comprehension) การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการทำความเข้าใจคำศัพท์เฉพาะ (Comprehension (a)) เมื่อผู้ศึกษาให้

นักเรียน บอกความหมายของคำสำคัญ (Key words) หรือสัญลักษณ์ที่อยู่ในโจทย์ปัญหาแล้ว ผู้ศึกษาจะบันทึกผลลงในส่วนของ Terms ถ้านักเรียนสามารถบอกได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิด หรือบอกไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อๆ

3. การบันทึกผลการสัมพัทธ์ในขั้นการทำความเข้าใจ โจทย์ (Comprehension (b)) เมื่อผู้ศึกษาให้นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์ปัญหาต้องการให้นักเรียนทำแล้วผู้ศึกษาจะบันทึกผลลงในส่วนของ General โดยถ้านักเรียนบอกได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิดหรือบอกไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อๆ

4. การบันทึกผลการสัมพัทธ์ในขั้นการเปลี่ยนรูป (Transformation) ในขั้นนี้ ถ้านักเรียนสามารถบอกแนวคิด หรือวิธีที่จะใช้หาคำตอบๆ ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะบันทึกผลโดยวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิด หรือบอกไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อๆ

5. การบันทึกผลการสัมพัทธ์ในขั้นการใช้ทักษะกระบวนการ (Process skills) ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณหาคำตอบ ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณผิด หรือแสดงวิธีคิดคำนวณไม่ได้ ผู้ศึกษาจะบันทึกสิ่งที่ผิดลงในส่วนต่างๆ ของขั้น Process skills ดังนี้

5.1 ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณซึ่งเป็นการเดาคำตอบที่ผิด ผู้ศึกษาจะบันทึกผลลงในส่วนของการเดาคำตอบ โดยวงกลมล้อมรอบอักษร E ในแถวของ R (Random response)

5.2 ถ้าพบว่านักเรียนเลือกการกระทำทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการคำนวณไม่ถูกต้อง ไม่เหมาะสม หรือไม่ตรงกับ โจทย์ที่ต้องการแล้ว ผู้ศึกษาจะบันทึกผลการวงกลมล้อมรอบอักษร E ในแถวของ WO (Wrong operation)

5.3 ถ้าพบว่านักเรียนได้นำการกระทำทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตรงกับที่ โจทย์ต้องการให้ทำแล้วมาใช้คำนวณอย่างผิดๆ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบ E ในแถวของ FA (Faulty algorithm)

5.4 ถ้าพบว่านักเรียนคิดคำนวณผิด ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E ในแถวของ FC (Faulty computation)

5.5 ถ้าพบว่านักเรียนไม่แสดงวิธีคิดคำนวณ หรือ ทำได้เลยผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E ในแถวของ E ในแถวของ NR (No response) ทั้งนี้ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณผิด

หมดทุกกรณีดังกล่าวข้างต้นแล้ว ผู้ศึกษาจะบันทึกความคิดพลาด โดยวงกลมล้อมรอบอักษร E ในแถวสุดท้ายในขั้นนี้

6. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการสรุปคำตอบ(Encoding ability)ถ้านักเรียนสรุปคำตอบในรูปข้อความ หรือ ภาษา ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบ C ในส่วนของ Words ถ้าสรุปผิด ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E ในส่วนของ Words เช่นเดียวกันถ้านักเรียนสรุปคำตอบในรูปสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร C ในส่วนของ Symbols ถ้าสรุปผิด ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E ในส่วนของ Symbolsเช่นเดียวกันกับการสัมภาษณ์ ความคิดและเหตุผลในการทำแบบทดสอบเรื่องอสมการชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีสมเด็จพิมพ์พัฒนาวิทยา

การสัมภาษณ์ คือ เป็นวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยวิธีการสนทนา พูดคุย ซักถามเพื่อวิเคราะห์เหตุผล และแนวคิดในการทำแบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งในการสนทนาดังกล่าวนอกจากการใช้คำพูดแล้วยังต้องใช้ตาและหูเพื่อดูและฟังประกอบการพิจารณาเพื่อหาข้อเท็จจริงอีกด้วย

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิเคราะห์ห้ม โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน ในเรื่องต่างๆ ที่นักการศึกษาหลายๆท่าน ได้ทำการศึกษาไว้ ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางสำหรับการวิเคราะห์ห้ม โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

งานวิจัยในประเทศ

เมตตา มาเวียง (2544 : 63- 70) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติของจำนวนนับ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น” กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในปีการศึกษา 2544 จำนวน 234 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีลักษณะของข้อบกพร่องย่อย 12 ลักษณะ โดยเรียงลำดับลักษณะข้อบกพร่องย่อย 3 ลำดับ จากมากไปหาน้อยดังนี้ นักเรียนทำไม่ครบขั้นตอนหรือลำดับขั้นตอนผิด เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ได้ และบอกกฎสูตร หรือนิยามของจำนวนนับ ไม่ได้ และเมื่อรวมลักษณะข้อบกพร่องย่อยเป็นลักษณะข้อบกพร่องใหญ่ได้ 4 ลักษณะ เรียงลำดับความถี่ที่พบต่อจำนวน

ความถี่ที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากมากไปน้อย คือการตรวจสอบการแก้ปัญหา ร้อยละ 56.00 การใช้กฎ สูตร และนิยาม ร้อยละ 36.89 การตีความหมาย ร้อยละ 29.00 และลำดับสุดท้ายคือ การคิดคำนวณ ร้อยละ 23.00

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2546 : 70-76) จากการสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ พ.ศ. 2521 ถึง พ.ศ. 2546 พบว่าในแต่ละช่วงชั้นนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้ง 4 ด้านที่ทำการศึกษา ได้แก่ ด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา และนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้ ช่วงชั้นที่ 1 เรื่อง จำนวนนับและการบวก ลบ คูณ หารจำนวนนับ เวลา ช่วงชั้นที่ 2 เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยม และร้อยละเวลา เงิน การวัด ตัวประกอบของจำนวนนับ สมการและการแก้สมการ ช่วงชั้นที่ 3 เรื่อง จำนวนเต็ม เลขยกกำลัง เศษส่วนและทศนิยม ห.ร.ม.และ ค.ร.น. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พหุนามและการแยกตัวประกอบพหุนาม อัตราส่วนและร้อยละ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง การวัด ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เส้นขนาน อสมการ ปริมาตรและพื้นที่ผิว ความคล้าย ระบบสมการ สมการกำลังสอง ช่วงชั้นที่ 4 เรื่อง ระบบจำนวนจริง อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้ เรขาคณิตวิเคราะห์ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เซต เมทริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์ จำนวนเชิงซ้อน เวกเตอร์ในสามมิติ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ฟังก์ชันตรีโกณมิติและการประยุกต์ ลำดับและอนุกรม ความน่าจะเป็น สถิติเบื้องต้น กำหนดการเชิงเส้น การแจกแจงปกติ การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น แคลคูลัสเบื้องต้น

จงกล ทำสวน (2547 : 45-48) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม” ประชากรที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม และผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีข้อผิดพลาดทางการเรียนมากที่สุดในการคำนวณ รองลงมาเป็นการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ และด้านการตีความจาก โจทย์ ตามลำดับ ส่วนข้อผิดพลาดในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้านมีค่าร้อยละ ดังนี้ ด้านการคิดคำนวณ นักเรียนมีข้อผิดพลาดในส่วนสรุปผลไม่ถูกต้อง ร้อยละ 62.89 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ร้อยละ 21.65 ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการและอสมการร้อยละ 8.25 และทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคิดคำนวณ ร้อยละ 7.21 ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ นักเรียนมีข้อผิดพลาดในความเข้าใจขั้น

พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ ร้อยละ 50.70 ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติไม่ถูกต้องร้อยละ 36.62 จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติผิด ร้อยละ 11.27 และขาดทักษะในการเลือกใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติที่เหมาะสม ร้อยละ 1.41 และด้านตีความจากโจทย์นักเรียนมีความผิดพลาดในการแปลความหมายจากประโยคภาษาไปเป็นประโยคสัญลักษณ์ ร้อยละ 76.74 และนำข้อมูลมาใช้ผิด ร้อยละ 23.26

ไข่มุก เลื่องสุนทร (2552 : 61-66) การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1 กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 402 คน ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการทำมโนทัศน์ แบบอัตนัย เรื่อง “จำนวน” ซึ่งประกอบด้วย 3 หัวข้อ คือ สมบัติของจำนวนนับ ระบบจำนวนเต็ม และเลขยกกำลัง เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ด้านการใช้ข้อมูลผิด และด้านการตีความด้านภาษา

ศศิญา กาละปลุก (2552 : 57-62) ได้ทำการศึกษากระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิเวศวิเคราะห์ความผิดพลาดและสาเหตุของความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนชนเผ่าลาหู่ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 จำนวน 10 คน ในโรงเรียนบ้านเมืองนะ อำเภอเชียงดาวจังหวัดเชียงใหม่ เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาได้แก่ แบบทดสอบ โจทย์ปัญหาสมการแบบเขียนตอบตารางบันทึกคำตอบจากแบบทดสอบ แบบบันทึกการสัมภาษณ์ และแบบวิเคราะห์ความผิดพลาดรายคน จากผลการศึกษาพบว่าความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหามากที่สุดคือ ในขั้นการเปลี่ยนรูปโดยพบว่า สาเหตุเกิดจากการที่นักเรียนมองไม่เห็นความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นในโจทย์ปัญหาทำให้ไม่สามารถนำข้อมูลที่มีใน โจทย์ปัญหามาสัมพันธ์กันหรือเขียนเป็นสมการได้อย่างถูกต้อง รองลงมาคือการทำความเข้าใจศัพท์เฉพาะ การอ่านและการทำความเข้าใจศัพท์เฉพาะเกิดจากปัญหาด้านการใช้ภาษาไทยในการสื่อสาร รองลงมาอีกคือขั้นการใช้ทักษะกระบวนการเกิดจากการคิดคำนวณเพียงเพื่อต้องการให้ได้คำตอบตรงกับที่คาดคะเนเอาไว้ การนำกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ผิด การตรวจสอบคำตอบผิด การคิดคำนวณที่ไม่ถูกต้อง และท้ายสุดคือความสะเพร่าของนักเรียนเอง

งานวิจัยต่างประเทศ

(Nitsa Movshovitz-Hadar and other .1987 ; 85- 102) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์รูปแบบข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนเกรด 11 จำนวน 110 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือลักษณะข้อบกพร่องจำนวน 6 ด้าน และแบบสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องตามลักษณะข้อบกพร่อง เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อยในด้านต่างๆ ดังต่อไปนี้ คือ การบิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยามการใช้เทคนิคในการทำผิด การใช้ข้อมูลผิด ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ และไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

คลีเมน และ เอลลิตัน (Clements and Ellerton. 1996 : 5) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนเกรด 8 อายุ 16 ปี จำนวน 8 คน ในโรงเรียน 5 แห่งของรัฐนิวเซาท์เวลส์ และรัฐวิกตอเรียของออสเตรเลีย โดยให้นักเรียนเขียนตอบคำถามที่ครูถามซึ่งครั้งหนึ่งของคำถามเป็นรูปแบบเลือกตอบคำตอบเดียว และอีกครั้งหนึ่งเป็นรูปแบบให้ตอบสั้น และเมื่อนำรูปแบบการสัมภาษณ์ของนิวแมนมาใช้ พบว่า 80%ของความผิดพลาด จัดเป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการอ่าน การทำความเข้าใจ และการเปลี่ยนรูปและมีเพียง 6% ของความผิดพลาดที่เกิดขึ้นเป็นประเภทเกิดจากการใช้ทักษะคิดคำนวณ

เดวิส (Davis. 1979 : 158-172) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์ข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาข้อผิดพลาดของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องกับ โครงสร้างของสาเหตุข้อบกพร่อง พร้อมทั้งวิธีการแก้ไขผลการวิจัย พบข้อผิดพลาดในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต และแคลคูลัส 7 อย่าง คือข้อผิดพลาดที่เกี่ยวกับการสูม กฎเกณฑ์ ลำดับ โครงสร้าง การตีความด้านภาษาการสรุปประ โยคแสดงที่เกี่ยวกับกริยา การให้เหตุผล และการใช้กฎที่ผิดลำดับขั้นตอน

ทรูแรน (Turán. 1987 : 158 – 160) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความผิดพลาดและเทคนิคการแก้ไขในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยทำการศึกษากับกลุ่มนักเรียนที่มีอายุระหว่าง 7-15 ปี ที่มีอุปสรรคในการเรียนคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ทำการวิจัยเป็นแบบทดสอบและการสัมภาษณ์ซึ่งมีการบันทึกเสียงไว้ แล้วนำมาสรุปผลการหาสาเหตุของข้อผิดพลาดของนักเรียนแต่ละคน ตามระดับความผิดพลาดที่เกิดขึ้น ซึ่งพิจารณาโดยใช้รูปแบบความผิดพลาด 9 ด้าน ของคาเซย์ คือ รูปแบบของคำถาม การอ่านคำถาม ความเข้าใจคำถาม

กลยุทธ์วิธีในการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ การเสนอคำตอบความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้ เนื่องจากความระมัดระวังและความผิดพลาดซึ่งครูจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ผลการศึกษาพบข้อผิดพลาดตามรูปแบบนี้ แล้วนำเสนอวิธีการแก้ไข คือ ให้ใช้ประโยชน์จากสิ่งที่เป็นนามธรรมมาช่วยทั้งในส่วนบุคคลและในชั้นเรียน ให้นักเรียนใช้สมุดจดคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่พบใหม่พร้อมทั้งความหมายใช้ทักษะการอ่านในการแก้โจทย์ปัญหาตามลำดับขั้นต่อไปนี้

วิเคราะห์ประโยชน์อ่านซ้ำข้อความที่ไม่เข้าใจ ค้นหาคำถามซึ่งต้องการคำตอบ ค้นหาตนเองกำลังศึกษาโจทย์ถึงขั้นใด อ่านประโยคคง ๆ ถ้ายังไม่เข้าใจ ปรับระดับและสไตล์การอ่านให้ตรงกับเนื้อหาจนเข้าใจในเนื้อหาของคำถาม แล้วแปลความหมายของสิ่งที่อ่านไปสู่การคำนวณ นอกจากนี้ ครูควรช่วยเหลือนักเรียนแก้ปัญหาของบทเรียน โดยการอธิบายในชั้นเรียนก่อนที่จะให้นักเรียนลงมือทำ

องง และ ลิ้ม (Ong and Lim, 1987 : 199 – 205) ได้ทำการวิจัยเรื่องความเข้าใจและข้อผิดพลาดในวิชาพีชคณิต โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อสำรวจผลการสอนเกี่ยวกับความเข้าใจในวิชาพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในสิงคโปร์ กลุ่มตัวอย่าง คือนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่มีอายุระหว่าง 15 – 16 ปี จำนวน 3 กลุ่ม เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 365 คน นักเรียนระดับเตรียมอุดมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 339 คน และนักศึกษาระดับมหาวิทยาลัยจำนวน 267 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบพีชคณิตที่ผู้วิจัยดัดแปลงมาจากของอีวานส์ (Evans) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนจำนวนมากที่อายุระหว่าง 15 - 16 ปี ไม่สามารถแก้ปัญหาพีชคณิตได้ง่ายๆ ได้ และสาเหตุข้อผิดพลาดส่วนใหญ่ เนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจในการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปรหรือค่าคงที่ นักเรียนใช้การแทนค่าจำนวนในสมการโดยไม่พิจารณากรณีที่เป็นไปไม่ได้

บาร์เซลลอส (Barcellos, 2005 : Abstract) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง พีชคณิตของนักเรียนในระดับมหาวิทยาลัย ผู้วิจัยได้ทำการศึกษากลุ่มตัวอย่างที่อยู่ในชั้นเรียนที่เรียนพีชคณิตเบื้องต้น จำนวนครึ่งหนึ่งของนักเรียนที่สอบผ่านเท่านั้น โดยสัมภาษณ์หัวข้อเกี่ยวกับ ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ทำให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด ระหว่างความผิดพลาดในระยะเบียบวิธีการ และความสะเพร่าเล็กน้อยๆตามปกติ พบว่า มีความผิดพลาด 4 ประการ ได้แก่ กรณีที่ 1 คือการไม่เข้าใจในการใช้เครื่องหมายแสดงการเท่ากัน และอีก 3 กรณีเป็นการใช้สมบัติการแจกแจง นักเรียนที่ไม่เข้าใจการใช้เครื่องหมายแสดงการเท่ากัน มีสาเหตุมาจากการเขียนข้อความที่

สมมูลกันกับข้อความก่อนหน้าหรือมีสาเหตุมาจากการบกพร่องเกี่ยวกับสัญลักษณ์ที่จะใช้เขียน เพื่ออธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาหาความไม่เข้าใจเกี่ยวกับสมบัติการแจกแจง มีสาเหตุมาจากความไม่เข้าใจเนื้อหาของการดำเนินการที่ถูกต้อง ข้อค้นพบดังกล่าวมีผลมาจากทั้งความเข้าใจผิดพลาดที่พบมาก (การใช้กระบวนการโดยไม่ถูกต้อง) และความเข้าใจผิดพลาดที่พบส่วนน้อย (ไม่สามารถใช้กระบวนการที่ถูกต้อง) สิ่งที่นักเรียนแนะนำ คือจำนวนจริงที่ติดกรณท์ที่ไม่สามารถถอดรากได้จะเป็นกรณีพิเศษที่สามารถถอดรากได้โดยการดำเนินการของจำนวนจริงดังกล่าว

ฟัลลิกเนอร์ (Faulkner (1992 : 92- 102) ได้วิเคราะห์ความผิดพลาดจากนักเรียนพยาบาลที่เข้าฟังวิชา Calculus ซึ่งเป็นวิชาที่ไม่กีดคะแนนในโรงพยาบาลใน Melbourne ประเทศออสเตรเลีย ที่คล้ายกับงานของนิวแมนซึ่งการศึกษาครั้งนี้เป็น 1 ใน 2 – 3 งานของนิวแมนที่เคยรายงานถึงผลการสัมภาษณ์ผู้ใหญ่ และผลที่ได้แสดงให้เห็นว่า ความผิดพลาดของนักเรียนพยาบาลเหล่านี้เป็นเรื่องของการทำความเข้าใจ การเปลี่ยนรูป ซึ่งยืนยันบทสรุปแรกเริ่มที่ว่า “ทักษะกระบวนการไม่ใช่พื้นฐานเกือบทั้งหมดในการดำรงอยู่ในชีวิตประจำวัน”

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ สรุปได้ว่า การวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ และผลการวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด จะทำให้ทราบวิธีการคิดของเด็กในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตลอดจนกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ข้อมูลเหล่านี้มีความหมายอย่างมากต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครู ตลอดจนการคิดหาแนวทางในการช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหาเหล่านี้ ข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ทำให้ครูสามารถอธิบายได้ว่า เพราะสาเหตุใดนักเรียนจึงเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดในลักษณะนี้ นักวิจัยได้ยืนยันว่าเมื่อมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนได้แสดงออกมา แสดงว่าการเรียนรู้กำลังจะเริ่มขึ้นและสามารถทำให้เกิดความรู้ที่คงทนได้ในภายหลัง จากผลการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่ได้นำเสนอมา ผู้วิจัยจึงได้นำหลักการเหล่านั้นมาเป็น แนวทางในการทำวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์ห่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3