บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง การศึกษาลักษณะความผิดและข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับอนันต์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนนาภูพิทยาคม ในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้รวบรวมเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งสามารถสรุปประเด็นได้ตามหัวข้อ ดังต่อไปนี้

1. ลำดับอนันต์
2. หลักและแนวทางในการพิจารณาลักษณะความผิดทางคณิตศาสตร์
3. ข้อบกพร่องทางการเรียน
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
   - 4.1 งานวิจัยในประเทศ
   - 4.2 งานวิจัยต่างประเทศ

ลำดับอนันต์

สำหรับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้เน้นการจัดการศึกษาโดยกำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ ในการพัฒนาผู้เรียนระดับพัฒนาการของผู้เรียนเป็น 4 ช่วงชั้น คือ ช่วงชั้นที่ 1 ประถมศึกษาปีที่ 1 – 3 ช่วงชั้นที่ 2 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 – 6 ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 ช่วงชั้นที่ 4 มัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 และกำหนดสาระการเรียนรู้ที่เป็นสาระหลัก ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ประกอบด้วยเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการจัดการเรียนรู้ ผู้สอนควรบูรณาการสาระต่าง ๆ เข้าด้วยกัน เท่าที่จะเป็นไปได้ สาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต สาระที่ 4 พีชคณิต สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น สาระที่ 6 ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับเรื่องลำดับอนันต์ เป็นเรื่องที่หลักสูตรมัธยมศึกษาได้กำหนดไว้ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม สาระเพิ่มเติมที่ 1 แคลคูลัส โดยจากบริบทของเนื้อหาจะประกอบด้วย เรื่องลำดับ รูปแบบการเขียนลำดับ ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1. ลำดับ

ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซต $\{1,2,3,...,n\}$ หรือมีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เรียกลำดับที่มีโดเมนเป็น $\{1,2,3,...,n\}$ ว่า **ลำดับจำกัด (Finite Sequence)** และเรียกลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก ว่า **ลำดับอนันต์ (Infinite Sequence)**

นิยาม ลำดับ หมายถึง ฟังก์ชันจากเซต N หรือ N_k ไปยัง R

ในกรณีที่โดเมนเท่ากับ N จะเรียกลำดับนี้ว่า ลำดับอนันต์

ในกรณีที่โดเมนเท่ากับ N_k จะเรียกลำดับนี้ว่า ลำดับจำกัด

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดลำดับจำกัด $f : N_{10} \rightarrow R$ โดยที่ $f(n) = 2^n$

และ $n \in N$

จาก $n \in N$ จะได้ว่า $n = 1,2,3,...,10$

ดังนั้น ลำดับ $f(1) = 2^1 = 2$

$f(2) = 2^2 = 4$

$f(3) = 2^3 = 8$

.

.

.

$f(10) = 2^{10} = 1024$

แสดงว่า ลำดับ f คือ $2, 4, 8, \ldots, 1024$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2. รูปแบบการกำหนดลำดับ

เราสามารถเขียนแสดงลำดับได้หลากหลายรูปแบบ ดังนี้

2.1 กำหนดลำดับโดยเขียนแจงพจน์ทั้งหมดของลำดับ

เช่น 1) $2, 4, 6, 8, 10$

2) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$

3) $0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$

2.2 กำหนดลำดับโดยเขียนพจน์เริ่มต้นจำนวนหนึ่ง พร้อมกับสูตรทั่วไปของลำดับ

เช่น 1) $\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, ..., (-1)^{n+1}\left(\frac{1}{2}\right)^n, ...$

2) $2,5,7,...,2n+1,...$

3) $1,3,9,27,\ldots,3^{n+1},\ldots$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดลำดับ a_n โดยที่

$$a_n = \begin{cases} \dfrac{n}{n+1} & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคี่บวก} \\ \dfrac{n+1}{n} & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคู่บวก} \end{cases}$$

ให้นักเรียนเขียน 6 พจน์แรกของลำดับนี้

วิธีทำ ให้ $n = 1,2,3,4,5,6$

$$a_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$
$$a_2 = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$$
$$a_3 = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$$
$$a_4 = \frac{4+1}{4} = \frac{5}{4}$$
$$a_5 = \frac{5}{5+1} = \frac{5}{6}$$
$$a_6 = \frac{6+1}{6} = \frac{7}{6}$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ดังนั้น 6 พจน์แรกของลำดับนี้ คือ $\frac{1}{2},\frac{3}{2},\frac{3}{4},\frac{5}{4},\frac{5}{6},\frac{7}{6}$

สำหรับลำดับจำกัดที่กำหนดให้ ซึ่งอาจจะกำหนดแบบแจกแจงทุกพจน์ หรือแจกแจงเฉพาะ 2 – 3 พจน์แรก และพจน์สุดท้าย เราสามารถคำนวณหาพจน์ทั่วไปของลำดับได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด $0.5,0.05,0.005,0.0005,0.00005$

วิธีทำ ในที่นี้จะพบว่า

$$a_1 = 0.5 = (0.5)(0.1)^0$$
$$a_2 = 0.05 = (0.5)(0.01) = (0.5)(0.1)^2$$
$$a_3 = 0.005 = (0.5)(0.001) = (0.5)(0.1)^3$$
$$a_4 = 0.0005 = (0.5)(0.0001) = (0.5)(0.1)^4$$
$$a_5 = 0.00005 = (0.5)(0.00001) = (0.5)(0.1)^5$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดนี้ คือ $a_n = (0.5)(0.1)^{n-1}$ เมื่อ $n = 1,2,3,4,5$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด 1,5,13,29,61,125

วิธีทำ ในที่นี้จะพบว่า

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 5 \qquad = 1+4 \qquad = 1+2^2$$

$$a_3 = 13 \qquad = 5+8 \qquad = 5+2^3$$

$$a_4 = 29 \qquad = 13+16 \qquad = 13+2^4$$

$$a_5 = 61 \qquad = 29+32 \qquad = 29+2^5$$

$$a_6 = 125 \qquad = 61+64 \qquad = 61+2^6$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดนี้ คือ

$$a_n = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } n = 1 \\ a_{n-1} + 2^n & \text{เมื่อ } = 2,3,4,5,6 \end{cases}$$

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดลำดับ $a_n = \sin\frac{n\pi}{4}$ เมื่อ $n = 1,2,3,...,8$ ให้นักเรียนเขียนลำดับนี้ในแบบแจกแจงพจน์

จากโจทย์จะได้ $a_1 = \sin\frac{1\pi}{4} = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

$$a_2 = \sin\frac{2\pi}{4} = \sin\frac{\pi}{2} = 1$$

$$a_3 = \sin\frac{3\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$a_4 = \sin\frac{4\pi}{4} = \sin\pi = 0$$

$$a_5 = \sin\frac{5\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$a_6 = \sin\frac{6\pi}{4} = \sin\frac{3\pi}{2} = (-1)$$

$$a_7 = \sin\frac{7\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$a_8 = \sin\frac{8\pi}{4} = \sin 2\pi = 0$$

ตัวอย่างที่ 5 กำหนดลำดับ a_n โดยที่ $a_n = (-1)^{n+1}\left(\frac{1}{2}\right)^n$ จงเขียน 4 พจน์ของลำดับ พร้อมทั้งเขียนลำดับนี้ในแบบแจกแจงพจน์

ให้ $n = 1,2,3,4$

$$a_1 = (-1)^{1+1}\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$$

$$a_2 = (-1)^{2+1}\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$a_3 = (-1)^{3+1}\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$$a_4 = (-1)^{4+1}\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(-\frac{1}{16}\right)$$

2.3 กำหนดลำดับโดยเขียนพจน์เริ่มต้นจำนวนหนึ่ง พร้อมกับสูตรการหาพจน์ถัดไปจากพจน์ก่อนหน้า

การกำหนดลำดับแบบนี้ เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า การกำหนดโดยใช้ความสัมพันธ์เวียนเกิด (Recurrence Relation)

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดลำดับ a_n ซึ่ง $a_1 = 2$ และ $a_n = a_{n-1} + 3$ เมื่อ $n \geq 2$ จงหาห้าพจน์แรกของลำดับนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

วิธีทำ ให้ $n = 2,3,4,5,6$

1) $a_2 = a_{2-1} + 3 = a_1 + 3 = 2 + 3 = 5$

$\therefore a_2 = 5$

2) $a_3 = a_{3-1} + 3 = a_3 + 3 = 5 + 3 = 8$

$\therefore a_3 = 8$

3) $a_4 = a_{4-1} + 3 = a_3 + 3 = 8 + 3 = 11$

$\therefore a_4 = 11$

4) $a_5 = a_{5-1} + 3 = a_4 + 3 = 11 + 3 = 14$

$\therefore a_5 = 14$

5) $a_6 = a_{6-1} + 3 = a_5 + 3 = 14 + 3 = 17$

$\therefore a_6 = 17$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดลำดับ b_n ซึ่ง $b_1 = 1$ และ $b_n = nb_{n-1}$ เมื่อ $n \geq 2$ จงหาหกพจน์แรกของลำดับนี้

วิธีทำ ให้ $n = 2,3,4,5,6,7$

1) $b_2 = (2)b_{2-1}$ $= (2)b_1$ $= (2)(1)$ $= 2$

$\therefore b_2 = 2$

2) $b_3 = (3)b_{3-1}$ $= (3)b_2$ $= (3)(2)$ $= 6$

$\therefore b_3 = 6$

3) $b_4 = (4)b_{4-1}$ $= (4)b_3$ $= (4)(6)$ $= 24$

$\therefore b_4 = 24$

4) $b_5 = (5)b_{5-1}$ $= (5)b_4$ $= (5)(24)$ $= 120$

$\therefore b_5 = 120$

5) $b_6 = (6)b_{6-1}$ $= (6)b_5$ $= (6)(120)$ $= 720$

$\therefore b_6 = 720$

6) $b_7 = (7)b_{7-1}$ $= (7)b_6$ $= (7)(720)$ $= 5040$

$\therefore b_7 = 5040$

2.4 กำหนดลำดับโดยการบอกเงื่อนไขหรือสมบัติของพจน์ของลำดับ

ถ้าไม่ทราบสูตรทั่วไปของลำดับ และไม่ทราบความสัมพันธ์เวียนเกิดของลำดับ การกำหนดลำดับจำเป็นต้องใช้วิธีการบอกเงื่อนไขหรือสมบัติของพจน์ของลำดับ ดังตัวอย่างต่อไป

ตัวอย่างที่ 1 2,3,5,7,11,13,... คือ ลำดับ a_n เมื่อ a_n เป็นจำนวนเฉพาะ ตัวที่ n

ตัวอย่างที่ 2 1,4,1,5,9,2,6,5,3,5,... คือ ลำดับ b_k เมื่อ b_k เป็นทศนิยมตำแหน่งที่ k a_n อง π ซึ่ง เท่ากับ 3.1415926535...

3. ลำดับเลขคณิต (Arithmetic Sequence or Arithmetic Progression)

3.1 ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับซึ่งมีผลต่างที่ได้จากการนำพจน์ที่ $n+1$ ลบด้วยพจน์ที่ n เป็นค่าคงตัวที่เท่ากัน สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก n และเรียกค่าคงตัวที่เป็นผลต่างนี้ว่าผลต่างร่วม

นิยาม ลำดับ $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ เป็นลำดับเลขคณิต ก็ต่อเมื่อมีค่าคงตัว d ซึ่งทำให้

$$a_{n+1} - a_n = d$$

สำหรับจำนวนเต็มบวก n ทุกจำนวน

ค่าคงตัว d เรียกว่าผลต่างร่วม (Common Difference)

ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาว่าลำดับต่อไปนี้ เป็นลำดับเลขคณิตหรือไม่

$15, 10, 15, 20, \ldots$

วิธีทำ หาผลต่างร่วมของลำดับที่กำหนดให้

จากโจทย์ $a_1 = 5$, $a_2 = 10$, $a_3 = 15$ และ $a_4 = 20$

จากสูตร $a_{n+1} - a_n = d$

จะได้ $a_2 - a_1 = d$

แทนค่า $10 - 5 = d$

$d = 5$

และ $a_3 - a_2 = d$

$15 - 10 = 5$

$d = 5$

และ $a_4 - a_3 = d$

$20 - 15 = 5$

$d = 5$

จากสมการดังกล่าวจะพบว่า $d = 5$ แสดงว่า ลำดับนี้เป็นลำดับเลขคณิต เนื่องจากมีผลต่างร่วม เท่ากับ 5

ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาว่าลำดับต่อไปนี้ ลำดับใดเป็นลำดับเลขคณิต กรณีที่เป็นลำดับเลขคณิตให้บอกผลต่างร่วม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1) $2, 3, 5, 8, 12, \ldots$ (ไม่เป็นลำดับเลขคณิต เนื่องจากมีผลต่างร่วมที่ไม่เท่ากัน)
2) $5, 8, 11, 14, 17, \ldots$ (เป็นลำดับเลขคณิต เนื่องจากมีผลต่างร่วม เท่ากับ 3)
3) $4, 6, 8, 10, \ldots$ (เป็นลำดับเลขคณิต เนื่องจากมีผลต่างร่วม เท่ากับ 2)
4) $12, 10, 8, 6, \ldots$ (เป็นลำดับเลขคณิต เนื่องจากมีผลต่างร่วม เท่ากับ -2)

3.2 การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

ในกรณีที่ทราบพจน์ที่ 1 และผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิต เราสามารถหาพจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไปของลำดับนี้ได้

สมมติให้ พจน์ที่ 1 เป็น a_n

ผลต่างร่วม เป็น d

ดังนั้น จากบทนิยามของลำดับเลขคณิต จะได้ว่า

$a_2 = a_1 + d$

$a_3 = a_1 + 2d$

$a_4 = a_1 + 3d$

$\vdots$

$a_n = a_1 + (n-1)d$ $\Leftarrow$ **สูตรการหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต**

ตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต $15, 12, 9, 6, \ldots$

วิธีทำ จากโจทย์จะพบว่า $a_1 = 15$

ผลต่างร่วม $(d) = a_2 - a_1$

$= 12 - 15$

$= (-3)$

$\therefore d = (-3)$

จากสูตร $a_n = a_1 + (n-1)d$

จะได้ว่า $a_n = 15 + (n-1)(-3)$

$= 15 - 3n + 3$

$= 18 - 3n$

แสดงว่า พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตนี้ คือ $a_n = 18 - 3n$

ตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนหาพจน์ที่ 14 ของลำดับเลขคณิต $4, 7, 10, 13, \ldots$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

วิธีทำ จากโจทย์จะพบว่า $a_1 = 4$

ผลต่างร่วม $(d) = a_2 - a_1$

$= 7 - 4$

$= 3$

$\therefore d = 3$

จากสูตร $a_n = a_1 + (n-1)d$

จะได้ว่า $a_{14} = 4 + (14-1)(3)$

$= 4 + (13)(3)$

$= 4 + 39$

$= 43$

แสดงว่า พจน์ที่ 14 ของลำดับเลขคณิตนี้ คือ 43

ตัวอย่างที่ 3 ถ้าลำดับเลขคณิตมีพจน์ที่ 1 เป็น 3 และพจน์ที่ 10 เป็น 30 จงหา

พจน์ที่ 50 ของลำดับเลขคณิตนี้

วิธีทำ จากโจทย์จะพบว่า $a_1 = 3$ และ $a_{10} = 30$

จะสามารถหาค่า d ได้จากสูตร $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$a_{10} = 3 + (10-1)d$$
$$30 = 3 + 9d$$
$$9d = 27$$
$$d = 3$$

หาพจน์ที่ 50 จากสูตร $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$a_{50} = 3 + (50-1)(3)$$
$$= 3 + (49)(3)$$
$$= 3 + 147$$
$$a_{50} = 150$$

แสดงว่า พจน์ที่ 50 ของลำดับเลขคณิตนี้ คือ 150

4. ลำดับเรขาคณิต (Geometric Sequence or Geometric Progression)

4.1 ลำดับเรขาคณิต คือ ลำดับซึ่งมีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n+1$ ต่อพจน์ที่ n เป็นค่าคงตัวที่เท่ากัน สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก n และเรียกค่าคงตัวที่เป็นอัตราส่วนนี้ว่า อัตราส่วนร่วม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

นิยาม ลำดับ $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ เรียกว่าลำดับเรขาคณิต
ก็ต่อเมื่อมีค่าคงตัว $r \neq 0$ ซึ่งทำให้

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = r$$

สำหรับจำนวนเต็มบวก n ทุกจำนวน
ค่าคงตัว r เรียกว่าอัตราส่วนร่วม (Common Ratio)

ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาว่าลำดับต่อไปนี้ เป็นลำดับเรขาคณิตหรือไม่

$2, 2, 2, 2, ...$

วิธีทำ หาผลต่างร่วมของลำดับที่กำหนดให้

จากโจทย์ $a_1 = 2$, $a_2 = 2$, $a_3 = 2$ และ $a_4 = 2\frac{2}{2} = r\frac{2}{2} = r$

จากสูตร $\frac{a_{n+1}}{a_n} = r$

จะได้ $\frac{a_2}{a_1} = r$

แทนค่า $\frac{2}{2} = r$

$r = 1$

และ $\frac{a_3}{a_2} = r$

$\frac{2}{2} = r$

$r = 1$

และ $\frac{a_4}{a_3} = r$

$\frac{2}{2} = r$

$r = 1$

จากสมการดังกล่าวจะพบว่า $r = 1$ แสดงว่า ลำดับนี้เป็นลำดับเรขาคณิต เนื่องจากมีอัตราส่วนร่วม เท่ากับ 1

ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาว่าลำดับต่อไปนี้ ลำดับใดเป็นลำดับเรขาคณิต กรณีที่เป็นลำดับเรขาคณิต ให้บอกอัตราส่วนร่วม

1) 3 , -3 , 3 , -3 , 3 , ... (เป็นลำดับเรขาคณิต เนื่องจากมีอัตราส่วนร่วม เท่ากับ -1)
2) -1 , 3 , 9 , 27 , 81 , ... (เป็นลำดับเรขาคณิต เนื่องจากมีผลต่างร่วม เท่ากับ 3)
3) 2 , 4 , 8 , 14 , 22 , ... (ไม่เป็นลำดับเรขาคณิต เนื่องจากมีอัตราส่วนร่วมที่ไม่เท่ากัน)
4) 1 , 1 , 1 , 1 , ... (เป็นลำดับเรขาคณิต เนื่องจากมีผลต่างร่วม เท่ากับ -2)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

4.2 การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต

ถ้ากำหนดลำดับเรขาคณิต $a_1, a_2, a_3, ..., a_n, ...$ ที่มีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ r จากบทนิยามจะได้ว่า

$\frac{a_2}{a_1} = r$ ดังนั้น $a_2 = a_1 r$

$\frac{a_3}{a_2} = r$ ดังนั้น $a_3 = a_2 r = (a_1 r) r = a_1 r^2$

$\frac{a_4}{a_3} = r$ ดังนั้น $a_4 = a_3 r = (a_1 r^2) r = a_1 r^3$

$\vdots$

$\frac{a_n}{a_{n-1}} = r$ ดังนั้น $a_n = a_{n-1}r \qquad = a_1 r^{n-1}$

เราสามารถสรุปพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตได้ ดังต่อไปนี้

ในลำดับเรขาคณิตที่มีพจน์ที่ 1 เท่ากับ a_1 และมีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ r พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $a_n = a_1 r^{n-1}$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้ 1,5,25,125,...

วิธีทำ ให้อัตราส่วนร่วม เท่ากับ r

$$r = \frac{a_2}{a_1}$$
$$= \frac{5}{1}$$
$$= 5$$

จะได้ $r = 5$

จากสูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$a_n = (1)(5^{n-1})$$
$$= 5^{n-1}$$

ดังนั้น $a_n = 5^{n-1}$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้ $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \ldots$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

วิธีทำ ให้อัตราส่วนร่วม เท่ากับ r

$$r = \frac{a_2}{a_1}$$
$$= -\frac{1/2}{1}$$
$$= \left(-\frac{1}{2}\right)(1)$$
$$= \left(-\frac{1}{2}\right)$$

จะได้ $r = -\frac{1}{2}$

จากสูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$a_n = (1)\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$=\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

ดังนั้น $a_n=\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิต 4,20,100,...

วิธีทำ จากโจทย์ $a_1=4$ และ $a_2=20$

$$r=\frac{a_2}{a_1} \qquad =\frac{20}{4} \qquad =5$$

จะได้ $r=5$

จากสูตร $a_n=a_1r^{n-1}$

ต้องการหาพจน์ที่ 6 หาได้จาก $a_6=(4)(5^{6-1})$

$$=(4)(5^5)$$

$$=(4)(3125) \qquad =12500$$

ดังนั้น $a_6=12500$

ตัวอย่างที่ 4 ถ้าลำดับเรขาคณิตมีพจน์ที่ 1 เป็น 2 และพจน์ที่ 2 เป็น $\frac{2}{3}$ จงหาพจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิต

วิธีทำ จากโจทย์ $a_1=2$ และ $a_2=\frac{2}{3}$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

$$r=\frac{a_2}{a_1}$$

$$=\frac{2/3}{2}$$

$$=\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{3}$$

จะได้ $r=\frac{1}{3}$

จากสูตร $a_n=a_1r^{n-1}$

ต้องการหาพจน์ที่ 6 หาได้จาก $a_6=(2)\left(\frac{1}{3}\right)^{6-1}$

$$=(2)\left(\frac{1}{3}\right)^5$$

$$= (2)\left(\frac{1}{243}\right)$$

$$= \frac{2}{243}$$

ดังนั้น $a_6 = \frac{2}{243}$

ตัวอย่างที่ 5 ถ้าพจน์ที่ 2 และพจน์ที่ 5 ของลำดับเรขาคณิต มีค่าเท่ากับ 3 และ $\frac{81}{8}$ ตามลำดับ จงหาพจน์ที่ 8 ของลำดับนี้

วิธีทำ จากโจทย์ $a_2 = a_1 r = 3$

และ $a_5 = a_1 r^4 = \frac{81}{8}$

ต้องการหาค่าของ r หาได้จาก

$$r = \frac{a_5}{a_2}$$

$$= \frac{a_1 r^4}{a_1 r}$$

$$= \frac{81/8}{3}$$

$$r^3 = \left(\frac{81}{8}\right)\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$= \frac{27}{8}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{27}{8}}$$

$$= \frac{3}{2}$$

หาพจน์ที่ 8 ของลำดับเรขาคณิต

<u>วิธีที่ 1</u>

$$a_8 = a_1 r^7$$

$$= (a_1 r)(r^6)$$

$$= (3)\left(\frac{3}{2}\right)^6$$

$$= (3)\left(\frac{729}{64}\right)$$

$$= \frac{2187}{64}$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ดังนั้น $a_8 = \frac{2187}{64}$

<u>วิธีที่ 2</u> หา a_1 จาก $a_2 = a_1 r$

$$3 = a_1\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$a_1 = (3)\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$= 2$$

แทนค่า $a_1 = 2$ ใน $a_8 = a_1 r^7$

$$= (2)\left(\frac{3}{2}\right)^7$$

$$= (2)\left(\frac{2187}{128}\right)$$

$$= \frac{2187}{64}$$

ดังนั้น $a_8 = \frac{2187}{64}$

ตัวอย่างที่ 6 ถ้าพจน์ที่ 3 และพจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิต มีค่าเท่ากับ 20 และ (-160) ตามลำดับ จงหาพจน์ที่ 9 ของลำดับนี้

วิธีทำ จากโจทย์ $a_3 = a_1 r^2 = 20$

และ $a_6 = a_1 r^5 = -160$

ต้องการหาค่าของ r หาได้จาก

$$r = \frac{a_6}{a_3}$$

$$= \frac{a_1 r^5}{a_1 r^2}$$

$$= \frac{-160}{20}$$

$$r^3 = -8$$

$$r = \sqrt[3]{-8}$$

$$= (-2)$$

หาพจน์ที่ 9 ของลำดับเรขาคณิต

$$a_9 = a_1 r^8$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

$$= (a_1 r^2)(r^6)$$
$$= (20)(-2)^6$$
$$= (20)(64)$$
$$= 1280$$

ดังนั้น $a_9 = 1280$

จากเนื้อหาเรื่องลำดับอนันต์ที่กล่าวมาข้างต้นนั้น สรุปได้ว่า เรื่องลำดับอนันต์มีเนื้อหาที่เป็นพื้นฐานและต่อเนื่องกันไป หากผู้เรียนไม่สามารถเรียนรู้ในเนื้อหาต้น ๆ ซึ่งเป็นพื้นฐานการเรียนในเนื้อหาต่อ ๆ ไปแล้ว ก็ย่อมจะส่งผลให้ผู้เรียนมีโอกาสประสบความล้มเหลวในการเรียนคณิตสาสตร์ เรื่องลำดับอนันต์เป็นอย่างมาก

หลักและแนวทางในการพิจารณาลักษณะความผิดทางคณิตศาสตร์

การพิจารณาลักษณะความผิดทางคณิตศาสตร์ในการวิจัยนี้ กำหนดขอบข่ายข้อผิดพลาดไว้ทั้งส่วนของความผิดและข้อบกพร่อง ข้อผิดพลาดที่เป็นความผิดจะหมายถึง การหาคำตอบหรือการแก้ปัญหาที่ได้ผลไม่ถูกต้อง อาจจะเกิดจากสาเหตุที่แตกต่างกันไปได้หลายลักษณะ ซึ่งในการตรวจงาน ครูจะระบุว่าเป็นความผิด ส่วนข้อบกพร่องนั้นเป็นความสมบูรณ์ของงาน ซึ่งอาจไม่มีผลทำให้คำตอบจากการแก้ปัญหาผิดไปก็ได้ แต่เป็นความผิดพลาดที่เกิดจากความไม่รอบคอบรัดกุม ในกระบวนการแสดงวิธีการแก้ปัญหา การให้เหตุผลหรือการแสดงคำตอบในการแก้ปัญหาเป็นสำคัญ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ในการพิจารณาข้อผิดพลาดนั้นจะอาศัยข้อมูลจากเอกสารที่เป็นผลงานของนักเรียน ใน 2 ลักษณะที่นักเรียนต้องเกี่ยวข้องในกระบวนการเรียนการสอนทั่วไป โดยส่วนหนึ่งจะเป็นแบบทดสอบ และอีกส่วนหนึ่งคือแบบฝึกหัดหรืองานที่ครูมอบหมายให้หรือการบ้าน โดยมีแนวทางในการพิจารณา ดังนี้

1. แนวทางในการพิจารณาลักษณะความผิดทางคณิตศาสตร์

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยกำหนดขึ้นจากลักษณะปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ที่ ดร.อนุชิต ล้ำยอดมรรคผล (2521 : 23) เสนอไว้ โดยมีสาระสรุป คือ

1.1 ปัญหาการทำโจทย์ทักษะไม่ได้ โจทย์ทักษะเป็นปัญหาที่เกิดขึ้น เพื่อให้ใช้ความรู้ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่รับรู้หรือที่เรียนไปแล้วมาใช้ในการแก้ปัญหา โดยดำเนินการตามลำดับขั้นตอน ข้อตกลงเบื้องต้น นิยามหรือทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง สาเหตุของ

วิทยานิพนธ์ งานวิจัย สำนักวิทยบริการฯ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

การเกิดปัญหาด้านนี้ในการเรียนคณิตศาสตร์ คือ การขาดการฝึกฝนภายหลังการเรียนรู้หลักการหรือทฤษฎีแล้ว หรืออาจกล่าวว่าเกิดจากการทำแบบฝึกหัดท้ายบทหรือแบบฝึกหัดหลังการเรียนไม่เพียงพอ ทำให้ผู้เรียนสร้างความคิดรวบยอดไม่ได้ หรือไม่ชัดเจนเพียงพอที่จะนำไปใช้อ้างอิง

1.2 ปัญหาการคิดแก้ปัญหาจากโจทย์วิเคราะห์ไม่ได้ โจทย์วิเคราะห์ทั่วไปมักจะเป็นการผูกปมปัญหา โดยอาศัยสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ มักแบ่งเป็นข้อสมมติหรือเงื่อนไขที่กำหนดให้ และปัญหาหรือสิ่งที่ต้องการให้หาคำตอบทั้งสองสิ่งที่สัมพันธ์กัน โดยจะต้องใช้เงื่อนไขที่กำหนดให้มาหาคำตอบที่ต้องการ

ในการแก้ปัญหาจากโจทย์ปัญหานี้ จึงจะไม่สามารถใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์โดยตรงได้ทันที แต่จะต้องคิดวิเคราะห์ปัญหาก่อน ต้องอ่านข้อกำหนดหรือเงื่อนไข นำมาแปลเป็นสัญลักษณ์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต่าง ๆ ก่อน จึงจะสามารถใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบได้

ปัญหาของการทำโจทย์วิเคราะห์ไม่ได้ มักมีสาเหตุมาจากการอ่านและตีความภาษาที่ใช้ไม่ได้ เงื่อนไขที่กำหนดให้ไม่ชัดเจนเพียงพอหรือกำกวม การเปลี่ยนเงื่อนไขและปัญหาที่กำหนดให้เป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ได้ และการขาดทักษะคณิตศาสตร์เป็นผลมาจากการขาดการฝึกฝน

1.3 การคิดช้า แม้จะเป็นปัญหาที่ไม่สำคัญนัก แต่ในการแก้ปัญหาที่มีช่วงเวลาจำกัด เช่น ในการสอบหรือการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนในชั้นเรียน การคิดแก้ปัญหาที่ต้องการใช้เวลาอย่างไม่จำกัดจะทำไม่ได้ สาเหตุของปัญหานี้มักเกิดจากความไม่สามารถสร้างความสัมพันธ์ระว่างทักษะต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เช่น การบวกโดยใช้วิธีการลบ การคูณโดยใช้วิธีการบวกได้ หรือการไม่มีความรู้ในวิธีการคิดลัด

การคิดเร็วมักเป็นผลพลอยได้จากการคิดเป็น คือ การคิดเป็นระบบ ถูกต้องตามหลักและขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ โดยมีเหตุผลในการกระทำแต่ละขั้นตอน เมื่อเกิดความชำนาญจะค้นพบรูปแบบความสัมพันธ์บางอย่างที่เป็นไปตามทฤษฎีหรือหลักการ ที่สามารถใช้หาคำตอบได้ถูกต้องโดยเร็ว ซึ่งเรียกว่าเป็นวิธีลัด

1.4 การนำความรู้จากต่างระบบมาอ้างอิงหรือใช้แก้ปัญหา มักเป็นปัญหาที่เกิดจากการถ่ายโอนการเรียนรู้ที่ผิด นำความรู้ที่ไม่ใช่สิ่งเดียวกันมาใช้ เช่น นำคุณสมบัติการคูณในระบบจำนวนจริงที่จำนวนจริง a,b ใด ๆ จะให้ผลคูณเท่ากัน คือ $ab = ba$ มาใช้ในการคูณเมทริกซ์ หรือในการหาผลคูณคาร์ทีเซียนของเซตใด ๆ ที่จะพบว่ามีบางกรณีที่ $A \times B \neq B \times A$ ปัญหานี้มักเกิดจากความรู้ในคำจำกัดความหรือความหมายต่าง ๆ ดีพอ

202172

1.5 การจำสูตรไม่ได้หรือการใช้ไม่เป็น ปัญหาที่เกี่ยวกับสูตรหรือการนำกฎหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาทั่วไปนั้น มี 2 ลักษณะ คือ การจำสูตรไม่ได้อย่างหนึ่ง ซึ่งมีสาเหตุมาจากความไม่เข้าใจในที่มา หรือเหตุการณ์ของการกำหนดความสัมพันธ์ของสิ่งใด ๆ ในสูตร เช่น การจำสูตรในการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตสำหรับข้อมูลแจกแจงความถี่แบบจัดชั้นคะแนนไม่ได้ อาจจะเป็นเพราะไม่เข้าใจว่าเมื่อแจกแจงความถี่โดยการจัดชั้นคะแนนแล้ว ค่าตัวแทนของแต่ละชั้นคะแนนต้องใช้จุดกลางชั้น และความถี่ของชั้นคะแนนใด ๆ นั้นจะหมายถึงว่ามีคะแนนในชั้นนั้น ๆ ซ้ำ ๆ กันกี่จำนวน การหาผลรวมของคะแนนทั้งหมดจึงต้องหาผลรวมทีละชั้น โดยหาผลคูณของจุดกลางชั้น (x) และความถี่ (f) ก่อน จึงจะหาผลรวมของคะแนนทั้งหมด $(\sum fx)$ ได้ ซึ่งถ้าเข้าใจที่มาของสูตรเช่นนี้ ก็จะทำให้นึกได้ว่าสูตรที่ใช้ในการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตในกรณีเช่นนี้ คือ $\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ โดยจำเป็นต้องท่องจำสูตรก็ได้ การหาเทคนิควิธีการในการจำสูตรต่าง ๆ จึงต้องอาศัยความเขาใจที่มา หรือนิยามที่เกี่ยวข้องกับสูตรนั้นด้วย

ส่วนปัญหาอีกแง่หนึ่ง คือ กรณีการใช้สูตรเป็น คือ ท่องสูตรได้ แต่พอจะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาไม่สามารถเลือกได้ว่าจะใช้สูตรใดสำหรับแก้ปัญหาใด สาเหตุของปัญหานี้มักเกิดจากการไม่เข้าใจสัญลักษณ์ที่ใช้ในสูตรอย่างหนึ่งหรือเกิดจากการท่องจำสูตรอย่างไม่มีความหมาย โดยไม่ได้เอาใจใส่ว่าสูตรนั้นนำไปใช้อย่างไร เช่น การทราบว่า $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ ก็ทราบเพียงว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเกิดจากการหาผลรวมของคะแนนทั้งหมดในชุดข้อมูล แล้วหารด้วยจำนวนข้อมูล แต่ไม่ทำความเข้าใจต่อไปว่าการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตนั้น เป็นการหาค่าตัวแทนข้อมูลทั้งชุดเพียงค่าหนึ่ง และใช้ได้กับข้อมูลเชิงปริมาณที่มีลักษณะของการจัดเรียงเป็นอนุกรมเลขคณิต ทำให้ความสามารถในการเลือกใช้สูตรมีจำกัดได้

กล่าวโดยสรุปแล้ว ปัญหาที่เกิดจากการจำสูตรไม่ได้หรือการใช้สูตรไม่เป็นนั้นส่วนหนึ่งเกิดจากการไม่ทำความเข้าใจในหลักการและที่มาของสูตรหรือสัญลักษณ์ที่ใช้นั่นเอง

1.6 การขาดความมั่นใจ ปัญหาการเรียนส่วนนี้เป็นปัญหาทางเจตคติ มักจะเกิดจากความคิดว่าเรียนคณิตศาสตร์ไม่ได้ ไม่เก่ง รวมทั้งการเป็นคนไม่ค่อยชอบคิดแก้ปัญหาด้วยตนเอง จึงมักจะต้องลอกเฉลยหรือลอกคำตอบของผู้อื่น ปัญหาที่เกิดตามมาจากการลอก คือ ทำให้หลงลืมหรือลอกมาไม่ครบตามขั้นตอน รวมทั้งทำให้ขาดความรับผิดชอบ สาเหตุของปัญหานี้อาจจะเกิดจากทั้งในส่วนตัวของผู้เรียนเอง เช่น ปัญหาสุขภาพ ปัญหาการไม่มีเวลาเรียนเพียงพอ เรียนไม่ทันเพื่อน ความท้อถอย ไม่ทนในการใช้ความคิด หรืออาจจะเกิดจากปัญหาในส่วนการสอน คือ ครูไม่ให้ข้อมูลย้อนกลับ เมื่อมีการลอก หรือครูไม่ให้เวลาในการอธิบายหรือแก้ปัญหาที่ผู้เรียนไม่เข้าใจหรือทำไม่ได้ในทันที ทำให้เกิดความไม่เข้าใจสะสมจนถึงจุดที่ทำให้เกิด

มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี RAJAPHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ความเบื่อหน่ายได้

2. วิธีการที่ใช้ในการหาลักษณะความผิด

ผู้วิจัยได้ตรวจสอบแบบฝึกหัด เพื่อหาส่วนที่เป็นความผิดหรือข้อบกพร่อง จะทำเครื่องหมายไว้ในงานก่อนจะคัดลอก เพื่อจัดแยกประเภท มีลำดับขั้นตอนของวิธีการ ดังนี้

2.1 เฉลยแบบฝึกหัด ของหน่วยตัวอย่างในการศึกษา โดยเฉลยในส่วนของการแสดงวิธีทำไว้ในทุกแบบที่เป็นไปได้ เนื่องจากกาในการแก้ปัญหาจากโจทย์ที่กำหนดให้นั้น นักเรียนสามารถเลือกใช้เทคนิควิธีการที่แตกต่างกันได้ ขึ้นอยู่กับว่านักเรียนจะเลือกใช้ตามความสามารถ และความเหมาะสมของตนเอง

สำหรับคำเฉลยที่เป็นจำนวนจริง ในกรณีที่มีทศนิยมหรือเป็นเศษส่วน จะกำหนดเฉลยเป็นทศนิยม 3 ตำแหน่งไว้เพื่อตรวจสอบในกรณีที่นักเรียนอาจมีการประมาณค่าของคำตอบโดยใช้ตำแหน่งทศนิยมที่แตกต่างกัน

2.2 จัดจำแนกความผิดและข้อบกพร่องจากแบบฝึกหัดทีละฉบับ โดยดูส่วนที่ทำเครื่องหมายไว้แล้วว่าจัดเป็นลักษณะความผิดและข้อบกพร่องตามสาเหตุใด แล้วคัดลอกเข้ากลุ่มตามกำหนด

2.3 ตรวจสอบแบบบันทึกการจัดประเภทลักษณะความผิดและข้อบกพร่องที่พบทีละประเภท เพื่อดูว่าข้อมูลที่คัดลอกไว้นั้นเป็นไปตามเงื่อนไขและแนวทางการพิจารณาความผิดและข้อบกพร่องที่กำหนดไว้จริงหรือไม่ และแก้ไขกรณีไม่ถูกต้อง

2.4 กรณีที่มีการวินิจฉัยจัดประเภทที่แตกต่างออกไป จะทำเครื่องหมายไว้และตรวจสอบซ้ำ ก่อนการจัดประเภทใหม่

หลักการและแนวทางในการพิจารณาข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นนี้ ผู้วิจัยใช้เป็นแนวทางและเป็นกรอบในการรวบรวมข้อมูลตามเทคนิควิธีการวิเคราะห์เนื้อหา

สรุปได้ว่า วิธีการที่ใช้ในการวิเคราะห์ลักษณะความผิดและข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์นั้น จะต้องตรวจสอบอย่างละเอียดและเป็นไปตามเงื่อนไขและแนวทางของการพิจารณาที่กำหนดไว้ เพื่อที่จะได้จำแนกลักษณะความผิดและข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ได้อย่างแม่นยำ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ข้อบกพร่องทางการเรียน

1. ความหมาย

จากพจนานุกรมไทยฉบับต่าง ๆ เช่น ฉบับราชบัณฑิตยสถาน ฉบับมหาวิทยาลัยและฉบับเฉลิมพระเกียรติ ให้ความหมายของข้อบกพร่องไว้ว่า ข้อบกพร่อง หมายถึง ไม่ครบสมบูรณ์ หย่อนความสามารถ ขาดไป น้อยไป ไม่เต็มที่ ผิดพลาดไม่ถูกต้องทั้งหมดและพจนานุกรมไทยฉบับต่าง ๆ ที่กล่าวมาได้ให้ความหมายของข้อผิดพลาดไว้ว่า ข้อผิดพลาดหรือความผิดพลาด หมายถึง ไม่ถูกต้อง แสดงว่า ข้อผิดพลาดเป็นลักษณะของข้อบกพร่องชนิดหนึ่ง หรือเป็นส่วนหนึ่งของข้อบกพร่อง นอกจากนี้ยังมีผู้ให้ความหมายของข้อบกพร่องไว้ด้วยกัน คือ

ดารณี คำแหง (2532 : 13) นภาภรณ์ สุวรรณภา (2536 : 8) และสุทธิ กระจะจ่าง (2538 : 16) ให้ความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในความหมายเดียวกันว่า หมายถึง ข้อผิดพลาดหรือสาเหตุที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หรือไม่สามารถเรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สมศักดิ์ ฉันทานุรักษ์ (2529 : 7) ได้ให้ความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ว่า ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ข้อผิดพลาดที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคที่ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์ไม่ประสบผลสำเร็จ

วรรณรัตน์ วิบูลสุข (2539 : 7) ได้สรุปความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ไว้ว่า ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ข้อผิดพลาดหรือสิ่งที่เป็นปัญหาและอุปสรรคต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ทำให้ผลการเรียนไม่บรรลุตามวัตถุประสงค์

Jonathan L. Goldman, Project editor ; Andrew N. Sparks, senior editor.(1996 : 226) ได้ให้ความหมายของข้อบกพร่องไว้ในพจนานุกรมของ Webster' new world ว่า ข้อบกพร่อง หมายถึง ส่วนประกอบหรือลักษณะของผลรวมมีน้อยกว่าสิ่งที่ต้องการ

Hornby, Albert Sydney. (2005 : 401) ได้ให้ความหมายของข้อบกพร่องไว้ในพจนานุกรมของ Oxford ว่า ข้อบกพร่อง หมายถึง ลักษณะของสิ่งที่ไม่มี หรือการขาดหายของสิ่งที่จำเป็น

สรุปได้ว่า ความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์นั้น หมายถึง ข้อผิดพลาดหรือสาเหตุที่เป็นปัญหา หรืออุปสรรค ซึ่งทำให้นักเรียนไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ด้วยเหตุนี้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงต้องมีการศึกษาก่อนว่านักเรียนมีข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในด้านใดบ้าง

มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จะเห็นได้ว่าการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเป็นประโยชน์ทั้งครูและนักเรียนหลายประการ ดังที่ ทองห่อ วิภาวิน (2521 : 49 - 52) สรุปไว้ดังนี้ 1) เป็นประโยชน์สำหรับครู โดยช่วยปรับปรุงการสอนของครู เพื่อให้รู้ว่าครูควรสอนเรื่องอะไรและหัวข้อใดที่นักเรียนมีข้อบกพร่อง ช่วยให้ครูเตรียมบทเรียนได้ตามความต้องการของผู้เรียน โดยใช้เทคนิคได้เหมาะสมกับผู้เรียนในเนื้อหาแต่ละตอน 2) เป็นประโยชน์สำหรับนักเรียน ซึ่งเมื่อผู้เรียนทราบล่วงหน้าว่าจบบทเรียนจะมีการทดสอบ ผู้เรียนจะกลัวความล้มเหลว ซึ่งจะเป็นตัวกระตุ้นให้เกิดแรงจูงใจ ทั้งยังมีผลทางจิตวิทยาทำให้ผู้เรียนดีขึ้น ผลการสอบจะทำให้ผู้เรียนประเมินตนเองได้ว่าเขาได้เรียนรู้เรื่องนี้มากน้อยเพียงใดและควรปรับปรุงอะไรบ้าง ทำให้ผู้เรียนรู้จักความสามารถของตนเอง ซึ่งเป็นจุดหมายที่สำคัญอย่างหนึ่งของหลักสูตร

จากที่นักการศึกษาได้ให้ความหมายของลักษณะนักเรียนที่บกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีความสอดคล้องกับลักษณะของนักเรียนที่เรียนอ่อน ดังข้อมูลที่ได้นำเสนอข้างต้น ซึ่งสรุปได้ว่านักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ จะมีเจตคติในทางลบต่อวิชาคณิตศาสตร์ ไม่ยอมเข้าชั้นเรียนหรือถ้าอยู่ในชั้นเรียนจะไม่สนใจ และไม่ให้ความร่วมมือในการจัดการเรียนรู้ ขาดทักษะทางด้านการฟัง พูด อ่านและเขียน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ไม่ผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ

2. ความสำคัญ

อเนก เพียรอนุกุลบุตร (2524 : 67) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนไว้ 2 ประการ คือ 1) เพื่อใช้ปรับปรุงการเรียน โดยข้อมูลจากการสอบจะบอกว่านักเรียนอ่อน เก่ง ขาดพื้นฐานหรือไม่เข้าใจในส่วนใด ซึ่งจะช่วยให้ครูสอนซ่อมเสริมและแก้ไขจุดอ่อนได้ทันท่วงที 2) เพื่อใช้ปรับปรุงการสอน โดยข้อมูลจากการสอบ จะทำให้เห็นจุดอ่อนจุดบกพร่องของการเรียนการสอน และมีผลต่อการพัฒนาการจัดหลักสูตรด้วย เพราะข้อมูลจากการสอบจะช่วยชี้แนะถึงบทเรียนที่เหมาะสมต่อการเรียนการสอน ทั้งเนื้อหาวิชาและวัสดุประกอบหลักสูตร

Chai and Ang (1987 อ้างใน อรัญ ซุยกระเดื่อง. 2533 : 7) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของการหาปัญหาหรือข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ว่า ในการสอนคณิตศาสตร์ การวิเคราะห์ความผิดพลาดเป็นสิ่งสำคัญที่ทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ และการศึกษาหาความผิดพลาด จะทำให้จัดหาข้อมูลซึ่งเกี่ยวข้องกับการคิดของเด็กเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ข้อมูลเหล่านี้มีความหมายมากในการสอน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ซึ่งจะต้องมีการแนะแนวทางในการช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหาและสามารถอธิบายได้ว่า เพราะสาเหตุใดนักเรียนจึงไม่มีพัฒนาการด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักวิจัยได้ยืนยันว่า เมื่อความผิดพลาดของนักเรียนได้แสดงออกมา ทำให้เห็นว่าการเรียนรู้กำลังจะเริ่มขึ้นและสามารถ ทำให้มั่นคงได้ในภายหลัง และจากการศึกษาข้อบกพร่องจากเอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ พบว่า นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์นั้นมีตั้งแต่นักเรียนที่เรียนอ่อน ปานกลาง จนถึง นักเรียนที่เรียนเก่ง ซึ่งนักเรียนทั้ง 3 กลุ่มที่กล่าวมานั้นมีลักษณะดังนี้

นักเรียนที่เรียนเก่งนั้น ยุพิน พิพิธกุล (2530 : 232 - 233) ได้กล่าวว่า มักจะได้คะแนนที่สูง มีความจำยอดเยี่ยม เรียนรู้ได้เร็ว เรียนด้วยความสนุกสนาน มักจะถามครูเสมอว่า ทำไม เพราะเหตุใด มองเห็นความสัมพันธ์ระว่างส่วนต่าง ๆ ที่แตกต่างกัน รู้จักเปรียบเทียบ แยกแยะ สังเกตรูปแบบ และหาข้อสรุปได้ แต่อาจมีพฤติกรรมที่แสดงออกก้าวร้าว สร้างปัญหา รบกวนครู ไม่ทำแบบฝึกหัด เพราะเกิดความคับข้องใจ เบื่องานประจำที่ต้องทำซ้ำ ๆ เพราะการทำอะไรง่าย ๆ ซ้ำซากก็จะเบื่อ นอกจากนี้คณะกรรมการกลุ่มผลิตชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ (2539 : 448) ได้กล่าวเพิ่มเติมว่า นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์นี้ เป็นพวกที่ถูกหลงลืมมากที่สุด เพราะ เป็นผู้ที่ไม่ก่อกวนหรือก่อปัญหาให้แก่ครู โดยมักจะสังเกตได้จากลักษณะดังนี้ มีความเข้าใจในสิ่งที่เป็นนามธรรมและมโนธรรมทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี สามารถที่จะถ่ายโยงสิ่งที่ได้เรียนไปแล้วให้เข้ากับสถานการณ์ใหม่ สามารถแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนได้ และมีระดับ I.Q. 120 หรือสูงกว่า

นักเรียนที่เรียนปานกลางนั้น ยุพิน พิพิธกุล (2530 : 244) ได้กล่าวว่า เป็นกลุ่มที่ไม่ค่อยสร้างปัญหาใด ๆ ให้ครูนัก เพราะเขาจะเรียนไปได้เรื่อย ๆ ไม่แสดงความเด่นมาก หรือแสดงความด้อยออกมาจนเห็นได้ชัดเจน ซึ่งลักษณะของนักเรียนที่เรียนปานกลาง มีดังนี้ นักเรียนกลุ่มนี้มักจะเรียนไปเรื่อย ๆ ครูให้ทำอะไรก็ทำตามโดยไม่มีข้อโต้แย้ง เรียนตามสบาย มักจะพึงพอใจ เมื่อได้คะแนนสอบเกินกว่าครึ่ง ไม่สร้างปัญหาในด้านความประพฤติและไม่ชอบซักถามหรือตอบปัญหา นอกจากครูถามจะตอบ จะรับฟังอยู่เงียบ ๆ เรียนเข้าใจหรือไม่เข้าใจก็ไม่แสดงออก ไม่ค่อยแสดงความกระตือรือร้น

ในส่วนของนักเรียนที่เรียนอ่อนนั้น ยุพิน พิพิธกุล (2530 : 244) ได้กล่าวว่า มักจะมีเจตคติในทางลบต่อต่อวิชาคณิตศาสตร์ เขามักจะไม่เข้าใจ และไม่สามารถทำคณิตศาสตร์ได้ มักจะคิดว่าตนเองเป็นผู้ที่ล้มเหลวเสมอ ไม่ชอบเข้าชั้นเรียน ไม่ยอมทำงาน นักเรียนที่เรียนอ่อนบางคนเกิดจากสิ่งแวดล้อมทางบ้าน บางทีมารดาไม่มีความรู้ทางคณิตศาสตร์ เมื่อลูกถามก็ตอบไม่ได้หรือบางทีก็ให้ลูกช่วยประกอบอาชีพ สิ่งเหล่านี้ทำให้นักเรียนเบื่อหน่ายการเรียนเพิ่มขึ้น ซึ่งมักจะอ่อนในด้านการใช้ภาษา สัญลักษณ์ การอ่าน การฟัง ไม่เกิดมโนมติ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ในขณะที่เรียน มองไม่ออกในเรื่องที่เป็นนามธรรม ไม่รู้จักสรุป ตลอดจนไม่รู้จักเรียงลำดับความคิดและวิเคราะห์ นอกจากนี้คณะกรรมการกลุ่มผลิตชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ (2539 : 435) ได้อธิบายเพิ่มเติมว่า เป็นกลุ่มที่มี I.Q. อยู่ระหว่าง 75 ถึง 90 และคะแนนของผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่าเปอร์เซ็นไทล์ที่ 30 มีข้อบกพร่องด้านสุขภาพ เช่น สายตาไม่ปกติ มีปัญหาทางด้านการฟังและมีข้อบกพร่องทางด้านทักษะการใช้มือ และมีวุฒิภาวะค่อนข้างต่ำทั้งทางด้านอารมณ์และสังคม

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวว่า มักพบนักเรียนที่เรียนอ่อนมีข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่านักเรียนในกลุ่มปานกลางและกลุ่มเก่ง ซึ่งลักษณะและการแสดงออกจะแตกต่างไปจากนักเรียนปกติ โดยครูผู้สอนสามารถสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนได้ ดังที่ ยุพิน พิพิธกุล (2523 : 480 - 481) กล่าวถึง ลักษณะนักเรียนที่บกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ว่า นักเรียนที่บกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์มักจะมีเจตคติในทางลบต่อวิชาคณิตศาสตร์ ใช้คำถามที่ไม่เข้าท่า ไม่ยอมเข้าชั้นเรียน สิ่งแวดล้อมทางบ้านของนักเรียนไม่ดีและมักจะมีปัญหาในด้านการใช้ภาษา สัญลักษณ์ ตลอดจนการอ่านและการฟัง ซึ่งสอดคล้องกับสาคร บุญดาว (2537 : 136) ที่ได้กล่าวว่า นักเรียนที่บกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์จะมีพัฒนาการทางความคิดไม่ดี ระดับการเรียนรู้ต่ำ ขาดทักษะทางภาษา ซึ่งไม่สามารถตีความในภาษาได้ ไม่เข้าใจโครงสร้างในเนื้อหาคณิตศาสตร์ และขาดแรงจูงใจ

ดังนั้นการศึกษาข้อข้อบกพร่องทางการเรียนนั้นจึงมีความสำคัญ คือ เพื่อใช้ปรับปรุงการเรียนการสอน ตลอดจนการพัฒนาหลักสูตร มีประโยชน์ต่อนักเรียน คือ นักเรียนทราบความสามารถของตนเองและสามารถแก้ไขปรับปรุงตนเองให้มีความพร้อมในเรื่องที่จะเรียน มีประโยชน์ต่อครู คือ ช่วยปรับปรุงการสอนให้ประสิทธิภาพมากขึ้น และมีประโยชน์ต่อการพัฒนาหลักสูตร คือ ข้อมูลช่วยชี้แนะถึงบทเรียนที่เหมาะสมต่อการเรียนการสอน ทั้งเนื้อหาวิชาและวัสดุประกอบหลักสูตร

3. ลักษณะข้อบกพร่อง

ทูแรน (Truran. 1997 : 92 - 96) ศึกษาวิเคราะห์ข้อบกพร่องและเทคนิคการแก้ไขในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แล้วสรุปลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน แบ่งเป็นสาเหตุที่ผิดและแยกประเภทความผิดออกเป็น 9 ประเภท คือ

1. รูปแบบคำถาม
2. การอ่านคำถาม
3. ความเข้าใจในคำถาม

4. การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

5. การเลือกใช้ทักษะ

6. ทักษะการแก้ปัญหา

7. การเสนอคำตอบ

8. ความผิดพลาดที่เกิดขึ้น เนื่องจากขาดความระมัดระวัง

9. ความผิดพลาดซึ่งครูรู้ได้จากการสังเกตความผิดพลาดซึ่งและช่วยแก้ไขได้

ส่วนลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่โมโซวิตซ์ – ฮาดาร์ และคณะ (Movshovitz – Hadar and others. 1987 : 3 - 14) ศึกษาวิเคราะห์รูปแบบข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา ได้จัดกลุ่มข้อบกพร่องไว้ 6 ด้าน คือ

1. การใช้ข้อมูลผิด (Misused data) คือ ข้อบกพร่องจากการที่นักเรียนนำข้อมูลที่โจทย์ให้มาไปใช้ผิด ซึ่งการนำข้อมูลมาใช้ผิดนี้อาจจะอยู่ในตอนเริ่มต้นหรือภายหลังจากที่ได้นำข้อมูลมาแก้ปัญหาแล้ว ลักษณะที่เป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการใช้ข้อมูลผิด คือนักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ แต่ใช้ข้อมูลอื่นแทน ทำผิดคำสั่ง ลอกโจทย์ผิด

2. ข้อผิดพลาดในการตีความ (Misinterpreted language) ตีความจากประโยคภาษาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ไม่เข้าใจในความหมายของสัญลักษณ์ที่เขียน

3. การอ้างอิงวิธีการหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ (Logically invalid inference)

4. บิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยาม (Distorted theorem of definition)

5. บกพร่องในการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified solution)

6. บกพร่องในการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (Technical error)

ทัศนาพร คลังแก้ว (2532 : 74 - 76) ศึกษาวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการทำแบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร พบว่า จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบอัตนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรียงลำดับจากมากไปหาน้อย คือ บกพร่องในเทคนิคการทำ ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา การใช้ข้อมูลผิด บิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร นิยาม และข้อผิดในการใช้ภาษา

ประดิษฐ์ วิชัย (2533 : 45) ศึกษาความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในจังหวัดกำแพงเพชร พบว่า นักเรียนกระทำผิดตามที่คาดหวังไว้จำนวนมาก คือ ความผิดด้านการคำนวณ ความผิดด้านกระบวนการและความผิดด้านการประยุกต์ ตามลำดับ

เดวิส (Davis. 1979 : 8 - 12) ศึกษาวิเคราะห์ข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา พบว่า มีข้อผิดพลาดในการเรียนคณิตศาสตร์ 7 ประเภท คือ ข้อผิดพลาดที่

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
RAJABHAT MAHANAKORN UNIVERSITY

เกี่ยวกับการสุ่มกฎเกณฑ์ ลำดับ โครงสร้าง การตีความด้านภาษา การสรุปประโยคที่แสดงเกี่ยวกับกริยา การให้เหตุผล การใช้กฎที่ผิดลำดับขั้นตอน

Casay (1987. อ้างใน นภาภรณ์ สุวรรณภา. 2536 : 10 - 11) ได้สรุปลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน โดยขยายทฤษฎีของ Newman ในการหาสาเหตุที่ผิด และแบ่งระดับความผิดพลาดที่นักเรียนจะบกพร่องไว้ 9 ด้าน ดังนี้

1. รูปแบบของคำถาม
2. การอ่านคำถาม
3. ความเข้าใจในคำถาม
4. กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้
5. ทักษะการเลือกใช้ความรู้
6. ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้
7. การเสนอคำตอบ
8. ความสามารถซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้ เนื่องจากการขาดความระมัดระวัง
9. ความผิดพลาดซึ่งครูจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

อัมพร ม้าคนอง (2536 : 23 - 24) ได้สรุปลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ ดังนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1. ด้านการตีความจากโจทย์ มีส่วนประกอบของข้อบกพร่อง ดังนี้
   1.1 แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
   1.2 นำข้อมูลมาใช้ผิด
2. ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ มีส่วนประกอบของข้อบกพร่อง ดังนี้
   2.1 จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติผิด
   2.2 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ
   2.3 ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติที่เหมาะสมมาใช้
   2.4 ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง
3. ด้านการคิดคำนวณ มีส่วนประกอบของข้อบกพร่อง ดังนี้
   3.1 ขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้น
   3.2 ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการและอสมการ

นอกจากนี้ สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2537 : 71) กล่าวว่า ความผิดพลาดในการคิดเลข หรือแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์นั้น สามารถแบ่งได้เป็น 8 ประเภทใหญ่ ๆ คือ 1) ผิดพลาดเนื่องจากขาดความรู้ที่เหมาะสมกับเรื่องที่ต้องการแก้ปัญหา หรือนำความรู้มาใช้ในการแก้ปัญหาได้ไม่ถูกต้อง 2) ผิดพลาดเนื่องจากการคำนวณผิด สะเพร่า หรือบกพร่องในขั้นตอนการคำนวณ 3) ไม่มีหรือไม่รู้จักใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ 4) ตัดสินใจวางแผน หรือดำเนินการตามขั้นตอนต่าง ๆ ที่ไม่ถูกต้องในการแก้ปัญหา 5) มีความหลงเชื่อแบบผิด ๆ ในการแก้ปัญหา เช่น เชื่อในเรื่องโชคลาภ อำนาจลึกลับ เชื่อแบบไม่มีเหตุผล เชื่อว่าทำไม่ได้ (ขาดความเชื่อมั่น) ซึ่งความเชื่อเหล่านี้จะเป็นอุปสรรคต่อความสำเร็จในกระบวนการแก้ปัญหา 6) ความรู้สึกฝังใจในเรื่องบางเรื่อง ทำให้ตัดสินใจเอนเอียงหรือต่อต้าน มีผลให้ขาดเหตุผล ขาดความเที่ยวตรงในการตัดสินหรือเลือกวิธีกาที่เหมาะสม 7) เดินทางผิดตั้งแต่ต้น การแก้ปัญหาที่วิธีเลือกได้หลากหลายวิธี หากเลือกหนทางที่ผิด ก็ไม่อาจนำไปสู่เป้าหมายที่ต้องการได้ ดุจมีผู้นำทางที่สามารถแต่นำไปผิดทาง และ 8) การนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้ในทางที่ผิด หรือแปลความหมายในทางที่ถูกต้อง เช่น การใช้สถิติเชิงปริมาณไปวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ การสรุปผลข้อมูลจำนวนน้อย ด้วยค่าร้อยละ

จากลักษณะของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ จะเห็นว่าลักษณะข้อบกพร่องจะแตกต่างกันตามความสนใจของผู้วิเคราะห์ข้อบกพร่อง และเนื้อหาของบทเรียนที่ทำการวิเคราะห์ ซึ่งลักษณะของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ได้แก่ การใช้ข้อมูลผิด การอ่านคำถามและการใช้ภาษาผิด การเลือกใช้วิธีแก้ปัญหาที่ผิด การอ้างวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ การบิดเบือน ทฤษฎี และนิยาม ขาดการตรวจสอบในระหว่าการแก้ปัญหา บกพร่องในเทคนิคการทำ บกพร่องด้านการคำนวณ ขาดความรอบคอบ การสรุปคำตอบที่ผิด

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

4. วิธีการศึกษาข้อบกพร่อง

รุจิร์ ภู่สาระ (2520 : 56) เสนอวิธีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนว่ามีหลายวิธี เช่น ใช้แบบทดสอบวินิจฉัย (Diagnostic Tests) ใช้แบบทดสอบประเภท Intelligence Tests หรือแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement Test) แต่เครื่องมือที่ใช้ในการตรวจหารายละเอียดของข้อบกพร่องที่ดีที่สุด คือ แบบทดสอบวินิจฉัย แบบทดสอบนี้มีคุณสมบัติที่จะศึกษารายละเอียดเป็นเรื่อง ๆ ไป การวิเคราะห์หาข้อบกพร่องนั้น อาจทำได้กับทุกวิชา โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์ อนึ่งในการวิเคราะห์นี้ควรทำอย่างน้อยสองครั้ง ทั้งนี้เพื่อว่าจะได้มั่นใจยิ่งขึ้น เพราะว่าการทำผิดบางครั้งอาจจะผิดเพราะตัวเลือกก็ได้ ดังนั้นจึงต้องมีการค้นหาสาเหตุข้อบกพร่องทางการเรียน เพราะการที่เราได้รู้ว่าเด็กบกพร่องตรงไหนเพียงอย่างเดียวยังไม่พอ

จะต้องรู้ด้วยว่า "ทำไม" จึงเกิดข้อบกพร่องเช่นนั้นขึ้น การศึกษาข้อบกพร่องนั้น มีสิ่งที่ต้องสังเกตและพิจารณาอยู่ 5 ประการ คือ สมองของผู้เรียน บุคลิกภาพ สุขภาพร่างกาย สิ่งแวดล้อมทางบ้าน และสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลทางโรงเรียน

จากลักษณะปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ที่กล่าวถึงแล้วนี้ ผู้วิจัยจึงกำหนดลักษณะความผิดและข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้เป็นหน่วยวัดในการรวบรวมข้อมูลการวิจัยไว้เป็น 4 ด้าน และกำหนดแนวทางการพิจารณาจัดลักษณะความผิดและข้อบกพร่องตามประเภทต่าง ๆ โดยมีรายละเอียด ดังนี้ คือ

1. การใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เป็นความผิดหรือข้อบกพร่องที่เกิดจากการใช้เครื่องหมายหรือสัญลักษณ์ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ผิดไปจากนิยามหรือข้อตกลงในการใช้เครื่องหมายหรือสัญลักษณ์นั้น ๆ อันจะนำมาซึ่งความเข้าใจผิดในการทำความเข้าใจในลำดับขั้นตอน หรือการอ้างเหตุผลในการแก้ปัญหา รวมทั้งทำให้เกิดความผิดพลาดในการหาคำตอบได้ เช่น การแสดงวิธีแก้สมการโดยใช้เครื่องหมายเท่ากับไม่ถูกต้อง ดังนี้

วิธีการแก้สมการ $3x+2 = 6$

$= 3x = 6-2$

$= x = \frac{4}{3}$

การใช้เครื่องหมายเท่ากับ เมื่อขึ้นต้นบรรทัดใหม่ของการแก้สมการนี้ ไม่เป็นไปตามข้อตกลงในการใช้เครื่องหมายนี้ ในกรณีนี้ต้องใช้คำอธิบาย หรือไม่ใช้เครื่องหมายเท่ากับเลย

2. ความบกพร่องของเนื้อหา เป็นความผิดและข้อบกพร่องที่เกิดจากการที่ผู้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่สามารถจะเลือกใช้นิยามหรือทฤษฎีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาได้ อาจจะเกิดจากการไม่ทราบ ความสับสนก็ได้ การปรากฏความผิดหรือข้อบกพร่องในส่วนนี้เป็นความบกพร่องที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของผู้แก้ปัญหาด้วย คือ ผู้แก้ปัญหาอาจจะตีความโจทย์ที่ให้มาไม่ได้ ไม่เข้าใจหรือไม่เห็นแนวทางในการแก้ปัญหา ความบกพร่องนี้จะปรากฏในลักษณะที่ผู้แก้ปัญหาจะหา

3. ความบกพร่องในการคำนวณ ความผิดและข้อบกพร่องในส่วนนี้ เกิดจากการหาผลลัพธ์จากการกระทำทางคณิตศาสตร์ หรือการหาค่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ไม่ถูกต้อง อาจจะเกิดจากความสะเพร่าในการหาคำตอบ ความผิดพลาดของการทด การกระจาย ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณผิดไป เช่น $16+17$ ได้ผลลัพธ์เป็น 23 เนื่องจากลืมตัวทดในการบวกหลักสิบ เป็นต้น

4. ความบกพร่องอื่น ๆ เป็นความผิดและข้อบกพร่องที่อาจจะมีได้นอกเหนือจากที่กล่าวถึงแล้วทั้ง 3 ลักษณะ จะจัดเป็นหมู่ใหม่เพิ่มเติม

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม MAHASARAKHAM UNIVERSITY

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยในประเทศ

ดารณี คำแหง (2533 : 56) ได้ทำการวิจัย เรื่องการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กรุงเทพมหานคร จำนวน 320 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบสอบเพื่อการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ลำดับและอนุกรม ชนิดเลือกตอบและชนิดความเรียง การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ใช้ลักษณะข้อบกพร่องซึ่งปรับปรุงมาจากลักษณะข้อบกพร่องของ Blando , Casay , Nitsa Movshovitz-Hadar and other ผลการวิจัย พบว่า การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์จากแบบสอบถามชนิดเลือกตอบ นักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านต่าง ๆ เรียงตามลำดับค่าร้อยละจากมากไปน้อย คือ การใช้ข้อมูลการคิดคำนวณหรือการพิสูจน์ การใช้สมบัติ นิยาม กฎ สูตร หรือทฤษฎี การตีความด้านภาษาและการใช้กราฟ ตาราง หรือแผนภูมิ สำหรับแบบทดสอบเพื่อการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ชนิดความเรียง นักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องในด้านต่าง ๆ เรียงตามลำดับจากมากไปหาน้อย คือ การตีความด้านภาษา การคิดคำนวณ หรือการพิสูจน์ การใช้สมบัติ นิยาม กฎ สูตร หรือทฤษฎี การใช้ตารางหรือแผนภูมิและการตรวจสอบปัญหา

อัมพร ม้าคนอง (2536 : 65) ได้ทำการวิจัย เรื่องการวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 จำนวน 21 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกหัดประจำบท โจทย์ประยุกต์และแบบทดสอบย่อยประจำบทที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยเครื่องมือทั้งหมดเป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ชนิดความเรียงให้แสดงวิธีทำในการแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ และนิยามและสมบัติมากที่สุด รองลงมาคือด้านการคิดคำนวณ และการด้านการตีความโจทย์ตามลำดับ ความถี่ของข้อผิดพลาดในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้าน มีดังนี้ ด้านการตีความโจทย์ นักเรียนมีข้อผิดพลาดในส่วน การนำข้อมูลมาใช้ผิดมากที่สุด รองลงมาคือ แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ นักเรียนมีข้อผิดพลาดในส่วนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติมากที่สุด รองลงมาคือ ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติผิด และขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติที่เหมาะสมมาใช้ ตามลำดับ ด้านการคิด

มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม
PIBULSONGKRAM RAJABHAT UNIVERSITY

คำนวณนักเรียนมีข้อผิดพลาดในส่วน สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณีมากที่สุด รองลงมา คือ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการและอสมการทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ และขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้นตามลำดับ

สุกัลยา ฉายสุวรรณ (2539 : 73) ได้ทำการวิจัย เรื่องการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในเขตกรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 661 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบจำนวน 2 ฉบับ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องในการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ในรูป ax^2+bx+c โดยการทำเป็น กำลังสองสมบูรณ์ ร้อยละ 68 ซึ่งมีสาเหตุสำคัญมาจากการขาดความรอบคอบในเรื่องเลขยกกำลัง และบกพร่องในเรื่องสมการกำลังสองร้อยละ 49.70 โดยมีสาเหตุสำคัญมาจากการขาดความรอบคอบในการแทนค่าสูตรด้วยจำนวนเต็มลบ

กรรณิการ์ ปวนกาศ (2543 : 55) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การใช้กระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวแมน เพื่อวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการกำลังสอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเมืองปานวิทยา จังหวัดลำปาง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนเมืองปานวิทยา ที่ได้ผลการเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 เป็น 0 หรือ 1 จำนวน 10 คน เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษา ได้แก่ แบบทดสอบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการกำลังสอง แถบบันทึกเสียง แบบบันทึกคำตอบ แบบบันทึกการสัมภาษณ์และแบบวิเคราะห์ความผิดพลาดรายคน ในการเก็บรวบรวมข้อมูลผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทั้ง 10 คน ทำแบบทดสอบ จากนั้นตรวจแบบทดสอบแล้วบันทึกคะแนนไว้ในแบบบันทึกคำตอบ ต่อมาผู้ศึกษาสัมภาษณ์นักเรียนแต่ละคนตามกระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวแมน โดยการสัมภาษณ์ในทุกข้อที่นักเรียนตอบผิด พร้อมกับบันทึกเสียงและบันทึกความผิดพลาดของนักเรียนลงในแบบบันทึกการสัมภาษณ์ จากนั้นนำความผิดพลาดที่พบมาวิเคราะห์และจัดกลุ่ม ผลการวิจัยเป็นดังนี้ ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองของนักเรียนมีทั้งหมด 80 ความผิดพลาด ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองของนักเรียน เป็นความผิดพลาดประเภทความเข้าใจ ร้อยละ 45 ความผิดพลาดประเภทการเปลี่ยนรูป ร้อยละ 48.75 ความผิดพลาดประเภทการใช้ทักษะกระบวนการ ร้อยละ 5 และความผิดพลาดประเภทการสรุปคำตอบร้อยละ 1.25

ปาริชาติ เกตุแก้ว (2544 : 86) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดนครศรีธรรมราช กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 501 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) ขั้นตีความและทำความเข้าใจโจทย์เป็นขั้นตอนที่มีข้อบกพร่องน้อยที่สุด คือ ร้อยละ 18.96 2) ขั้นการใช้ตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่า นักเรียนมีข้อบกพร่อง ร้อยละ 26.15 3) ขั้นการเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ตามโจทย์ที่กำหนดให้ นักเรียนมีข้อบกพร่อง ร้อยละ 76.85 4) ขั้นตอนการแก้สมการหาคำตอบ นักเรียนมีข้อบกพร่อง ร้อยละ 80.64 และ 5) ขั้นตอนการตอบคำถามของโจทย์เป็นขั้นตอนที่มีข้อบกพร่องสูงสุด คือ ร้อยละ 84.03

เมตตา มาเวียง (2544 : 61) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องสมบัติของจำนวนนับ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 234 คน ผลการวิจัยพบว่า ความถี่ของลักษณะข้อบกพร่องในแต่ละลักษณะต่อความถี่ของนักเรียนที่บกพร่อง แยกเป็นลักษณะของข้อบกพร่องย่อยได้ 12 ลักษณะ เรียงลำดับลักษณะข้อบกพร่องย่อย 3 ลำดับ จากมากไปน้อยได้ดังนี้ ทำไม่ครบขั้นตอนหรือลำดับขั้นตอนผิด เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ได้ และบอกสมบัติ กฎ สูตร หรือนิยามของจำนวนนับไม่ได้ และเมื่อรวมลักษณะข้อบกพร่องย่อยเป็นลักษณะข้อบกพร่องใหญ่ได้ 4 ลักษณะ เรียงลำดับความถี่ที่พบต่อจำนวนความถี่ที่เป็นไปได้ทั้งมดจากมากไปน้อย คือ การตรวจสอบการแก้ปัญหา ร้อยละ 56.00 การใช้กฎ สูตร และนิยาม ร้อยละ 36.89 การตีความหมาย ร้อยละ 29.00 และลำดับสุดท้าย คือ การคำนวณ ร้อยละ 23.00

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

กิติยารัตน์ ภูริพัฒน์ (2545 : 68) ได้ทำการวิจัยเรื่องการพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ - คณิตศาสตร์ จำนวน 957 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบสำรวจแบบอัตนัย และแบบทดสอบวินิจฉัยแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก เรื่องฟังก์ชันและโดเมน ค่าของฟังก์ชันและโดเมน ฟังก์ชันตรีโกณมิติอื่น ๆ ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม การอ่านค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติจากตาราง กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ผลการวิจัยพบว่า สาเหตุที่ทำให้เกิดจุดบกพร่องเรียงตามลำดับจากมากไปหาน้อย คือ บกพร่องในการคิดคำนวณ ไม่เข้าใจค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติและหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติไม่ได้ ไม่เข้าใจการกำหนดเครื่องหมายในควอดรันต์ ตามลำดับ

ทศพร ทักษิมา (2545 : 47) ได้ทำการวิจัย เรื่องการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในเขตจังหวัดฉะเชิงเทรา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน จำนวน 25 คน โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยจำนวน 4 ฉบับ ทำการทดสอบนักเรียน แล้วคัดเลือกนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง

ในด้านต่าง ๆ จากนั้นทำการซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง ด้วยชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม จำนวน 4 ชุด แยกตามเนื้อหาย่อย จุดประสงค์การเรียนรู้ และลักษณะข้อบกพร่อง หลังจากนั้นทำการซ่อมเสริมจนครบทุกลักษณะข้อบกพร่องในทุกด้านที่นักเรียนมี และให้นักเรียนทำแบบทดสอบคู่ขนาน เพื่อศึกษาผลของการซ่อมเสริมในแต่ละเนื้อหาย่อย พบว่า คะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมสูงกว่าคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมที่ระดับนัยสำคัญ .01

นิภาพร นาอ่อน (2545 : 51) ได้ทำการวิจัย เรื่องการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในเขตจังหวัดร้อยเอ็ด กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน ดังนี้

หน่วยที่ 1 เรื่องความหมายของฟังก์ชัน จำนวน 30 คน
หน่วยที่ 2 เรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก จำนวน 30 คน
หน่วยที่ 3 เรื่องฟังก์ชันคอมโพสิต จำนวน 30 คน
หน่วยที่ 4 เรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส จำนวน 30 คน
หน่วยที่ 5 เรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน จำนวน 30 คน

โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยจำนวน 5 หน่วย ทำการทดสอบนักเรียน แล้วคัดเลือกนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในด้านต่าง ๆ จากนั้นทำการซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง ด้วยชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม แยกตามเนื้อหาย่อย จุดประสงค์การเรียนรู้ และลักษณะข้อบกพร่อง หลังจากทำการซ่อมเสริมจนครบทุกลักษณะข้อบกพร่องในทุกด้านที่นักเรียนมี ให้นักเรียนทำแบบทดสอบคู่ขนาน เพื่อศึกษาผลของการซ่อมเสริมในแต่ละเนื้อหาย่อย พบว่า คะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม สูงกว่าคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมที่ระดับนัยสำคัญ .01

วรนุช มาตระกูล (2551 : 85) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุนวิทยาคม จังหวัดพะเยา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/4 จำนวน 36 คน ผลการวิจัยพบว่าลักษณะของข้อบกพร่องที่พบคือด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตีความจากโจทย์ คิดเป็นร้อยละของข้อบกพร่องทั้งหมดคือ 65.35 30.97 และ 3.68 ตามลำดับ ข้อบกพร่องด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติมากที่สุด รองลงมาคือ จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติผิด ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติที่เหมาะสมมาใช้ และประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ไม่ถูกต้อง ข้อบกพร่องด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้นมากที่สุด รองลงมาคือ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ การสรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคิดคำนวณตามลำดับ ส่วนข้อบกพร่องด้านการตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนนำข้อมูลมาใช้ผิด

2. งานวิจัยต่างประเทศ

เดวิส (Davis. 1979 : 125 - A) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาข้อผิดพลาดในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับ เลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต และแคลคูลัส ซึ่งพบว่าข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นมีดังนี้ ข้อผิดพลาดเกี่ยวกับการสุ่ม กฎเกณฑ์ ลำดับโครงสร้าง การตีความด้านภาษาโดยสรุปประโยคที่แสดงเกี่ยวกับกริยา การให้เหตุผลและการใช้กฎเกณฑ์ผิดลำดับขั้นตอน

ออง และลิม (Ong & Lim. 1987 : 199 - 205) ได้ทำการวิจัยเรื่องความเข้าใจและข้อผิดพลาดในวิชาพีชคณิต โดยมีวัตถุประสงค์ เพื่อสำรวจผลการสอนเกี่ยวกับความเข้าใจในวิชาพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในสิงคโปร์ กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่มีอายุระหว่าง 15 – 16 ปี จำนวน 3 กลุ่ม เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 365 คน นักเรียนระดับเตรียมอุดมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 339 คน และนักศึกษาระดับมหาวิทยาลัยจำนวน 267 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบพีชคณิตที่ผู้วิจัยดัดแปลงมาจากของอีแวน (Evans) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนจำนวนมากที่มีอายุระหว่าง 15-16 ปี ไม่สามารถแก้ปัญหาพีชคณิตง่าย ๆ ได้ และสาเหตุข้อผิดพลาดส่วนใหญ่ เนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจในการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปรหรือค่าคงที่ นักเรียนไม่สามารถแก้สมการ ซึ่งมีตัวแปรหรือสมการที่ยากกว่าสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ และนักเรียนใช้การแทนค่าจำนวนในสมการโดยไม่พิจารณากรณีที่เป็นไปไม่ได้

โคลแกน (Colgan. 1991 : 91 - A) ได้ทำการวิจัยเรื่องการวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการแก้ไขโจทย์ในวิชาอันตคณิตศาสตร์ (Finite Mathematics) ของนักศึกษาระดับวิทยาลัย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาในมหาวิทยาลัยอินเดียนนา จำนวน 250 คน โดยศึกษาจากการทดสอบย่อย การสอบ และจากแบบทดสอบวัดทักษะทางคณิตศาสตร์ พบว่าข้อบกพร่องของนักศึกษานั้นอธิบายได้โดยใช้การแจกแจงลักษณะข้อบกพร่องของ โมว์โชวิทย์ - ฮาร์ดาร์, ซาสลาฟสกี้ และอินบา (Movshovitz – Hadar Zaslavsky & Inner. 1987) ข้อบกพร่องที่ได้เรียงจากมากไปหาน้อย ได้แก่ ข้อบกพร่องด้านการใช้ภาษา การขาดความรอบคอบ และเทคนิควิธีการในทุกระดับ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

คะแนน นักศึกษามีเปอร์เซ็นต์ของข้อบกพร่องแต่ละชนิดเท่า ๆ กัน และมีนักการศึกษาบางส่วนบกพร่องด้านทักษะการคิดคำนวณ และบางส่วนบกพร่องด้านทักษะการแก้ปัญหา

Nitsa Movshovitz-Hadar and other (1987 อ้างใน ปริญญา บัววังโป่ง , 2535 : 15) ได้ทำการวิจัย เรื่องการวิเคราะห์รูปแบบข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนเกรด 11 จำนวน 110 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ ลักษณะข้อบกพร่องจำนวน 6 ด้าน และแบบสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องตามลักษณะข้อบกพร่อง เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อยในด้านต่าง ๆ ดังต่อไปนี้ คือ การบิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร และนิยามการใช้เทคนิคในการทำผิด การใช้ข้อมูลผิด ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ และไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

Truran (1987 อ้างใน อัมพร ม้าคะนอง , 2536 : 16) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความผิดพลาดและเทคนิคการแก้ไขในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยทำการศึกษากับกลุ่มนักเรียนที่มีอายุระหว่าง 7 - 15 ปี ที่มีอุปสรรคในการเรียนคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ทำการวิจัยเป็นแบบทดสอบและการสัมภาษณ์ซึ่งมีการบันทึกเสียงไว้ แล้วนำมาสรุปผลการหาสาเหตุของข้อผิดพลาดของนักเรียนแต่ละคน ตามระดับความผิดพลาดที่เกิดขึ้น ซึ่งพิจารณาโดยใช้รูปแบบความผิดพลาด 9 ด้านของคาเซย์ คือ รูปแบบของคำถาม การอ่านคำถาม ความเข้าใจคำถาม กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ การเสนอคำตอบ ความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้ เนื่องมาจากความระมัดระวังและความผิดพลาด ซึ่งครูจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ผลการศึกษาพบข้อผิดพลาดตามรูปแบบนี้ แล้วนำเสนอวิธีการแก้ไข คือ ให้ใช้ประโยชน์จากสิ่งที่เป็นนามธรรมมาช่วยทั้งในส่วนบุคคลและในชั้นเรียน ให้นักเรียนใช้สมุดจดคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่พบใหม่พร้อมทั้งความหมาย ใช้ทักษะการอ่านในการแก้โจทย์ปัญหาตามลำดับขั้นต่อไปนี้ วิเคราะห์ประโยค อ่านซ้ำข้อความที่ไม่เข้าใจ ค้นหาคำถามซึ่งต้องการคำตอบ ค้นหาว่าตนเองกำลังศึกษาโจทย์ถึงขั้นใด อ่านประโยคดัง ๆ ถ้ายังไม่เข้าใจ ปรับระดับและสไตล์การอ่านให้ตรงกับเนื้อหาจนเข้าใจในเนื้อหาของคำถาม แล้วแปลความหมายของสิ่งที่อ่านไปสู่การคำนวณ นอกจากนี้ครูควรช่วยเหลือนักเรียนแก้ปัญหาของบทเรียน โดยการอธิบายในชั้นเรียนก่อนที่จะให้นักเรียนลงมือทำ

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้งในประเทศและต่างประเทศดังกล่าว สรุปได้ว่า มีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ทั้งในระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษา และระดับมหาวิทยาลัย โดยอาศัยแบบทดสอบวินิจฉัย ชนิด

เลือกตอบหรือชนิดอัตนัยแสดงวิธีทำ ซึ่งพบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ด้านต่าง ๆ ได้แก่ ด้านการคิดคำนวณ การขาดทักษะพื้นฐาน การใช้กฎ นิยาม สูตรหรือทฤษฎี การใช้ข้อมูล การตีความ ด้านภาษา การใช้สัญลักษณ์ และไม่มีการตรวจสอบระหว่างการแก้ปัญหา เป็นต้น ซึ่งผลจากการวิจัยพบว่า สามารถช่วยพัฒนาการเรียนของนักเรียนให้ดียิ่งขึ้นได้ แต่ยังในปัจจุบันยังไม่มีผู้วิจัยศึกษาหาลักษณะความผิดและข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับอนันต์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยตรง ซึ่งผู้วิจัยเห็นว่า ถ้ามีการศึกษาลักษณะความผิดและข้อบกพร่องทางคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับอนันต์แล้ว น่าจะเป็นประโยชน์ในการนำไปเป็นแนวทางในการปรับปรุงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป เนื่องจาก เนื้อหาเรื่องลำดับอนันต์ เป็นเนื้อหาที่นักเรียนจะต้องศึกษาในระดับการศึกษาที่สูงขึ้นไป

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY