



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



ภาคผนวก ก

หนังสือขอความอนุเคราะห์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ที่ ศธ ๐๕๔๐.๐๑/๐๔๐๓



บัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๔๔๐๐๑

๕ มีนาคม ๒๕๕๓

เรื่อง ขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าทดลองใช้เครื่องมือและเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนยางตลาดวิทยาคาร

ด้วยนางสาวสมใจ ภูครองทุ่ง รหัสประจำตัว ๕๒๑๒๑๔๐๑๐๖ นักศึกษาปริญญาโท สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง “การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จากแบบฝึกหัด เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕”

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าทดลองใช้เครื่องมือและเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัยกับกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ เพื่อนำข้อมูลไปทำการวิจัยให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกรียงศักดิ์ ไพรวรรณ)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

บัณฑิตวิทยาลัย

โทรศัพท์, โทรสาร ๐ - ๔๓๗๒ - ๕๔๓๘

ที่ ศษ ๐๕๔๐.๐๑/๐๔๐๔



บัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๔๔๐๐๑

๕ มีนาคม ๒๕๕๓

เรื่อง ขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าเก็บรวบรวมข้อมูลแบบสอบถามการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนยางตลาดวิทยาคาร

ด้วยนางสาวสมใจ ภูครองทุ่ง รหัสประจำตัว ๕๒๑๒๑๔๐๑๐๖ นักศึกษาปริญญาโท สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง “การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จากแบบฝึกหัด เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕”

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าเก็บรวบรวมข้อมูลแบบสอบถามการวิจัยกับกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ เพื่อนำข้อมูลไปทำการวิจัยให้บรรลุวัตถุประสงค์ต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกรียงศักดิ์ ไพพรรณ)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

บัณฑิตวิทยาลัย

โทรศัพท์, โทรสาร ๐ - ๔๓๗๒ - ๕๔๓๘

ที่ ศธ ๐๕๔๐.๐๑/ ๐๔๐๒



บัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๔๔๐๐๑

๕ มีนาคม ๒๕๕๓

เรื่อง เชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน อาจารย์สุพัตรา ภูหงษ์สูง

ด้วยนางสาวสมใจ ภูครองหุ้ง รหัสประจำตัว ๕๒๑๒๑๔๐๑๐๖ นักศึกษาปริญญาโท สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จากแบบฝึกหัด เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕" เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย ตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสมด้านเนื้อหา ภาษา ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกรียงศักดิ์ ไพรวรรณ)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

บัณฑิตวิทยาลัย

โทรศัพท์, โทรสาร ๐ - ๔๓๗๒ - ๕๔๓๘



## บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม โทร. ๓๐๐

ที่ บว. ๖๐๒๔๔/๒๕๕๓

วันที่ ๕ มีนาคม ๒๕๕๓

เรื่อง เชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน อาจารย์อาทิตย์ อัจหาญ

ด้วยนางสาวสมใจ ภูครองทุ่ง รหัสประจำตัว ๕๒๑๒๑๔๐๑๐๖ นักศึกษาปริญญาโท สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จากแบบฝึกหัด เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕" เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย ตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสมด้านการวัดและประเมินผล ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

/๙

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกรียงศักดิ์ ไพรวรรณ)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย



## บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม โทร. ๓๐๐

ที่ บว. ๖๐๒๔๔/๒๕๕๓

วันที่ ๕ มีนาคม ๒๕๕๓

เรื่อง เชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน ดร.ไพศาล วรรณคำ

ด้วยนางสาวสมใจ ภูครองหุ้ง รหัสประจำตัว ๕๒๑๒๑๔๐๑๐๖ นักศึกษาปริญญาโท สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง "การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จากแบบฝึกหัด เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕" เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย ตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสมด้านเนื้อหา ภาษา สถิติ การวัดและประเมินผล ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกรียงศักดิ์ ไพรวรรณ)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย



ภาคผนวก ข

แบบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY





| ข้อที่   | ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    | หมายเหตุ |
|--|---|---|----------------------------|---|---|---|-------------|---|---|----|----|----|-------|----|----------|
|  | การตีความหมายจากโจทย์                     |   | ใช้สมบัติ กฎ สูตร และนิยาม |   |   |   | การคิดคำนวณ |   |   |    |    |    | อื่นๆ |    |          |
|  | 1   | 2 | 3                          | 4 | 5 | 6 | 7           | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13    | 14 |          |
| ฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรือมุม |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| 1  |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| 2  |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| ตัวผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ                          |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| 1  |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| 2  |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| เอกลักษณ์และสมการตรีโกณมิติ                            |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| 1  |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| 2  |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| เอกลักษณ์และสมการตรีโกณมิติ                            |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| 1  |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| 2  |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| 3  |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| กฎของโคไซน์และไซน์                                     |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| 1  |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| 2  |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| การหาระยะทางและความสูง                                 |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| 1  |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| 2  |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| 3  |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| รวม  |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| เฉลี่ย   |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |
| ร้อยละ   |   |   |                            |   |   |   |             |   |   |    |    |    |       |    |          |

## หมายเหตุ

- 1 หมายถึง แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
- 2 หมายถึง นำข้อมูลมาใช้ผิด
- 3 หมายถึง จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติผิด

- 4 หมายถึง ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ
- 5 หมายถึง ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติที่เหมาะสมมาใช้
- 6 หมายถึง ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง
- 7 หมายถึง ขาดทักษะการคิดคำนวณเบื้องต้น
- 8 หมายถึง ขาดความรู้พื้นฐานที่จะต้องใช้ในการเรียนเนื้อหานั้นๆ มิใช่เพียงพอ
- 9 หมายถึง ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ
- 10 หมายถึง ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ
- 11 หมายถึง สรุปลงไม่ถูกต้องหรือสรุปลงไม่ครบทุกกรณี
- 12 หมายถึง ไม่มีเทคนิควิธีลัด
- 13 หมายถึง ไม่ทำแบบฝึกหัด
- 14 หมายถึง ข้อบกพร่องที่พบนอกเหนือจากที่กำหนด



ภาคผนวก ค

แบบประเมินความสอดคล้องของแบบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบประเมินความสอดคล้องของแบบบันทึกการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์  
เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คำชี้แจง โปรดพิจารณาว่ารูปแบบบันทึกการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แต่ละข้อต่อไปนี้อยู่สอดคล้องตามลักษณะข้อบกพร่องที่  
กำหนดขอบเขต

- ไว้ทั้ง 4 ด้าน แล้วให้กาเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องคะแนนการพิจารณาความเห็นของท่าน ดังนี้
- ให้ +1 ถ้าแน่ใจว่าขอบเขตที่กำหนดนั้นสอดคล้องกับลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่กำหนด
- ให้ 0 ถ้าไม่แน่ใจว่าขอบเขตที่กำหนดนั้นสอดคล้องกับลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่กำหนด
- ให้ -1 ถ้าแน่ใจว่าขอบเขตที่กำหนดนั้นไม่สอดคล้องกับลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่กำหนด

| ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์  | ขอบเขตที่กำหนด   |                | คะแนนการพิจารณา |                | ข้อเสนอแนะ     |
|--|--|----------------|-----------------|----------------|----------------|
|  | +1   | 0              | -1              |                |                |
| <p>ด้านที่ 1 บกพร่องทางด้านการศึกษาจาก โจทย์ หมายถึง ข้อบกพร่องที่เกิดจากการแปลความหมาย จากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง และนำข้อมูลมาใช้ผิด</p> | 1. แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็น ประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง<br>2. นำข้อมูลมาใช้ผิด | .....<br>..... | .....<br>.....  | .....<br>..... | .....<br>..... |

| ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์   | ขอบเขตที่กำหนด  | คะแนนการพิจารณา |       |       | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|-----------------|-------|-------|------------|
|   |   | +1              | 0     | -1    |            |
| <p>ด้านที่ 2 ข้อบกพร่องทางด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ หมายถึง ข้อบกพร่องที่เกิดจากการจำ ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติผิด ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติที่เหมาะสมมาใช้ และประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง</p> | <p>ขอบเขตที่กำหนด</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติผิด</li> <li>2. ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ</li> <li>3. ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติที่เหมาะสมมาใช้</li> <li>4. ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง</li> </ol> | .....           | ..... | ..... | .....      |
| <p>ด้านที่ 3 ข้อบกพร่องทางด้านการคิดคำนวณ หมายถึง ข้อบกพร่องที่เกิดจากการกระทำในเชิงการคำนวณ ตามการกระทำที่กำหนดให้หรือที่ใช้ในการแก้ปัญหา ไม่ถูกต้อง ไม่เป็นผลลัพธ์ของการกระทำที่แท้จริง ตรวจคำตอบแล้วผิด</p>  | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ขาดทักษะการคิดคำนวณเบื้องต้น</li> <li>2. ขาดความรู้พื้นฐานที่จะต้องใช้ในการเรียนเนื้อหาอื่นๆ มิใช่เพียงพอ</li> <li>3. ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ</li> <li>4. ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ</li> <li>5. สรุปผล ไม่ถูกต้อง, สรุปผล ไม่ครบทุกกรณี</li> <li>6. ไม่มีเทคนิควิธีที่ดี</li> </ol>     | .....           | ..... | ..... | .....      |

| ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์   | ขอบเขตที่กำหนัด   | คะแนนการพิจารณา |       |       | ข้อเสนอแนะ |
|---|---|-----------------|-------|-------|------------|
|   |   | +1              | 0     | -1    |            |
| <p>ด้านที่ 4 ความบกพร่องอื่นๆ หมายถึง ข้อบกพร่องอย่างอื่น นอกเหนือจากที่กำหนด ประเภทไว้แล้ว ที่อาจตรวจพบจากข้อมูล</p> | <p>ขอบเขตที่กำหนัด</p> <p>1. การไม่ทำแบบฝึกหัด</p> <p>2. ข้อบกพร่องที่พบบอกเหนือจากที่กำหนด</p> | .....           | ..... | ..... | .....      |
|   |   | .....           | ..... | ..... | .....      |



ภาคผนวก ง

แบบสอบถามเพื่อพิจารณาลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



## แบบสอบถามเพื่อพิจารณาลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

### คำชี้แจง

ข้าพเจ้า นางสาวสมใจ ภูครองทุ่ง รหัสประจำตัว 5212140106 นักศึกษาปริญญาโท สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จากแบบฝึกหัด เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ” โดยมีวัตถุประสงค์ เพื่อวินิจฉัย ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์จากแบบฝึกหัด เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนยางตลาดวิทยาคาร จังหวัดกาฬสินธุ์ ในด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้สมบัติ กฎ สูตร นิยาม และทฤษฎีบท ด้านการคิดคำนวณ และบกพร่องทางด้านอื่นๆ โดยกำหนดขอบเขตข้อบกพร่องทางการเรียนทั้ง 4 ด้าน ไว้ดังนี้

ข้อบกพร่องด้านการตีความจากโจทย์ คือ ข้อบกพร่องที่เกิดจากการแปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง และนำข้อมูลมาใช้ผิด

ข้อบกพร่องด้านการใช้สมบัติ กฎ สูตร นิยาม และทฤษฎีบท คือ ข้อบกพร่องในการนำความรู้เกี่ยวกับกฎ นิยาม ทฤษฎีไปใช้ให้สัมพันธ์กับโจทย์

ข้อบกพร่องด้านการคิดคำนวณ คือ ข้อบกพร่องในการคิดคำนวณหรือแทนค่าสัญลักษณ์ต่างๆ

ข้อบกพร่องด้านอื่นๆ คือ ข้อบกพร่องอย่างอื่น นอกเหนือจากที่กำหนดประเภทไว้แล้ว ที่อาจตรวจพบจากข้อมูล

ในฐานะที่ท่านเป็นผู้มีความรู้และประสบการณ์ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ข้าพเจ้าใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านได้โปรดพิจารณาลักษณะข้อบกพร่องทั้ง 4 ด้าน ในเอกสารที่แนบมาด้วยตั้งแต่นำหน้า 2-5 ว่าเห็นด้วยหรือไม่ พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม (ถ้ามี)

ขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ ที่นี้ด้วย

นางสาวสมใจ ภูครองทุ่ง

ขอให้ท่านพิจารณาลักษณะข้อบกพร่องต่อไปนี้ แล้วเขียนเครื่องหมาย ✓ ในช่องเห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วย หากมีข้อคิดเห็นเพิ่มเติม กรุณาเขียนลงในช่องว่าง

1. นักเรียนที่จะถือได้ว่าเป็นผู้ที่มีข้อบกพร่องทางการตีความจากโจทย์ ควรจะเป็นอย่างไร

| ข้อบกพร่องทางการเรียน                                     | เห็นด้วย | ไม่เห็นด้วย |
|---|----------|-------------|
| 1.1 แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง | .....    | .....       |
| 1.2 นำข้อมูลมาใช้ผิด                                      | .....    | .....       |

ข้อบกพร่องอื่น ๆ ที่ควรพิจารณาเพิ่มเติม

1. ....
2. ....
3. ....
4. ....
5. ....

2. นักเรียนที่จะถือได้ว่าเป็นผู้ที่มีข้อบกพร่องทางการใช้สมบัติ กฎ สูตร นิยาม และ ทฤษฎีบท ควรจะเป็นอย่างไร

| ข้อบกพร่องทางการเรียน  | เห็นด้วย | ไม่เห็นด้วย |
|--|----------|-------------|
| 2.1 จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติผิด                             | .....    | .....       |
| 2.2 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ     | .....    | .....       |
| 2.3 ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติที่เหมาะสมมาใช้ | .....    | .....       |
| 2.4 ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง    | .....    | .....       |

ข้อบกพร่องอื่น ๆ ที่ควรพิจารณาเพิ่มเติม

1. ....
2. ....
3. ....
4. ....
5. ....

3. นักเรียนที่จะถือได้ว่าเป็นผู้ที่มีข้อบกพร่องทางการคิดคำนวณ ควรจะเป็นอย่างไร

| ข้อบกพร่องทางการเรียน                                    | เห็นด้วย | ไม่เห็นด้วย |
|--|----------|-------------|
| 3.1 ขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้น                  | .....    | .....       |
| 3.2 ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการและอสมการ | .....    | .....       |
| 3.3 ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ                     | .....    | .....       |
| 3.4 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ                       | .....    | .....       |
| 3.5 สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี              | .....    | .....       |

ข้อบกพร่องอื่น ๆ ที่ควรพิจารณาเพิ่มเติม

1. ....
2. ....
3. ....
4. ....
5. ....

4. นักเรียนที่จะถือได้ว่าเป็นผู้ที่มีข้อบกพร่องทางด้านอื่น ๆ ควรจะเป็นอย่างไร


| ข้อบกพร่องทางการเรียน                  | เห็นด้วย | ไม่เห็นด้วย |
|--|----------|-------------|
| 4.1 การไม่ทำแบบฝึกหัด                  |          |             |
| 4.2 ข้อบกพร่องที่พบนอกเหนือจากที่กำหนด |          |             |

ข้อบกพร่องอื่น ๆ ที่ควรพิจารณาเพิ่มเติม

1. ....
2. ....
3. ....
4. ....
5. ....



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



ภาคผนวก จ

การหาค่าดัชนีความสอดคล้อง(IOC) ของแบบบันทึกการวินิจฉัย  
ข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 1 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบบันทึกการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

| ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์  | ขอบเขตที่กำหนด   | ความเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่ |   |   | รวม | IOC  |
|--|--|------------------------------|---|---|-----|------|
|  |  | 1                            | 2 | 3 |     |      |
| <p><b>ด้านที่ 1</b></p> <p>บพร่องทางด้านการศึกษาจากโจทย์ หมายถึง ข้อบกพร่องที่เกิดจากการแปลความหมายจากประโยค ภาษาคือประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง และนำข้อมูล มาใช้ผิด มีส่วนประกอบของข้อบกพร่อง ดังนี้</p>  | <p>1. แปลความหมายจากประโยคภาษา เป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง</p> <p>2. นำข้อมูลมาใช้ผิด</p>  | 1                            | 1 | 1 | 3   | 1    |
| <p><b>ด้านที่ 2</b></p> <p>ข้อบกพร่องทางด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ หมายถึง ข้อบกพร่องที่เกิดจากการ จำ ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติผิด คิด ขาดความ เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติที่เหมาะสมมาใช้ และประยุกต์ใช้ ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติที่ไม่ ถูกต้อง</p> | <p>1. จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และ สมบัติผิด</p> <p>2. ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎี บท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ</p> <p>3. ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติที่เหมาะสมมาใช้</p> <p>4. ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง</p> | 1                            | 1 | 1 | 3   | 1    |
|  |  | 0                            | 1 | 1 | 2   | 0.67 |
|  |  | 1                            | 1 | 1 | 3   | 1    |
|  |  | 1                            | 1 | 1 | 3   | 1    |

| ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์   | ขอบเขตที่กำหนด   | ความเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่ |   |   | รวม | IOC  |
|---|--|------------------------------|---|---|-----|------|
|   |  | 1                            | 2 | 3 |     |      |
| <p><b>ด้านที่ 3</b></p> <p>ข้อบกพร่องทางด้านความคิดคำนวณ หมายถึง ข้อบกพร่องที่เกิดจากการกระทำในเชิงการคำนวณ ตามการกระทำที่กำหนดให้หรือที่ใช้ในการแก้ปัญหา ไม่ถูกต้อง ไม่เป็นผลลัพธ์ของการกระทำที่แท้จริง ตรวจสอบแล้วผิด</p> | <p>1.ขาดทักษะการคิดคำนวณเบื้องต้น</p> <p>2.ขาดความรู้พื้นฐานที่จะต้องใช้ในการเรียนเนื้อหาอื่นๆ มีไม่เพียงพอ</p> <p>3.ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ</p> <p>4.ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ</p> <p>5.สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี</p> <p>6.ไม่มีเทคนิควิธีลัด</p> | 0                            | 1 | 1 | 2   | 0.67 |
| <p><b>ด้านที่ 4</b></p> <p>ความบกพร่องอื่นๆ หมายถึง ข้อบกพร่องอย่างอื่น นอกเหนือจากที่กำหนดประเภทไว้แล้ว ที่อาจตรวจพบจากข้อมูล</p>  | <p>1. ไม่ทำแบบฝึกหัด</p> <p>2. ข้อบกพร่องที่พบนอกเหนือจากที่กำหนด</p>  | 0                            | 1 | 1 | 2   | 0.67 |
|   |  | 1                            | 1 | 1 | 3   | 1    |





ภาคผนวก ฉ

ตัวอย่างแบบฝึกหัดของนักเรียน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

## แบบฝึกหัดที่ 1 ก

เรื่อง ค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์

1. จงหาค่าของ  $\sin -\frac{3\pi}{2}$  และ  $\cos -\frac{\pi}{2}$
2. จงหาค่าของ  $\sin 2\pi + \frac{3\pi}{4}$  และ  $\cos \pi - \frac{\pi}{3}$

## แบบฝึกหัดที่ 1 ข

เรื่อง ค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์

1. กำหนดให้  $\sin \frac{\pi}{12} = 0.26$  และ  $\cos \frac{\pi}{12} = 0.96$  จงหาค่าของ  $\sin \frac{11\pi}{12}$  และ  $\cos \frac{11\pi}{12}$
2. กำหนดให้  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  จงหาค่าของ  $\sin(\theta - \pi)$
3. ถ้า  $\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{1}{2}$  จงหาค่า  $\cos x$  เมื่อ  $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$

## แบบฝึกหัดที่ 2

เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติอื่นๆ

1. กำหนดให้  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  และ  $\sin \theta = \frac{4}{5}$  จงหาค่าของ  $\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta$
2. กำหนดให้  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  และ  $\tan \theta = \frac{1}{3}$  จงหาค่าของ  $2 \cos \theta + \cot \theta$
3. จงหาค่าของ  $\cos \frac{\pi}{2} - \sin \frac{5\pi}{3} + \tan \frac{9\pi}{4} - \cos \frac{5\pi}{6} + \tan \frac{7\pi}{6}$

## แบบฝึกหัดที่ 3

เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม

1. รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีมุมสองมุมมีขนาด  $36^\circ$  และ  $\frac{2\pi}{3}$  เรเดียน จงหาขนาดของมุมที่เหลือในหน่วยเรเดียน
2. ถ้ามุม A เป็นมุมแหลม และ  $\cos A = \frac{4}{7}$  จงหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติอื่นๆของมุม A
3. กำหนดให้  $\sec^2 x + \tan^2 x = \frac{7}{2}$  และ  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$  จงหาค่าของ  $\cos x$

## แบบฝึกหัดที่ 4

เรื่อง การใช้ตารางค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ

1. ถ้า  $0 \leq \theta \leq \pi$  จงหาค่า  $\theta$  ที่ทำให้  $\sin \theta = 0.4500$
2.  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีมุม  $C$  เป็นมุมฉาก มุม  $A$  มีขนาด  $20^\circ$  และมีมุมตรงข้ามมุมฉากยาว 10 เซนติเมตร จงหาความยาวของด้าน  $AC$  และด้าน  $BC$

## แบบฝึกหัดที่ 5

เรื่อง กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

1. จงเขียนกราฟของ  $y = \frac{1}{2} \sin 2\theta$
2. จงเขียนกราฟของ  $y = \frac{1}{2} \cos \theta$
3. จงเขียนกราฟของ  $y = -\frac{1}{2} \sin(-2\theta)$

## แบบฝึกหัดที่ 6

เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรือมุม

1. จงหาค่าของ  $\sin\left(-\frac{5\pi}{3}\right) \cdot \sin\frac{\pi}{2} + \cos\frac{\pi}{2} \cdot \cos\left(-\frac{5\pi}{2}\right)$
2. จงหาค่าของ  $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

## แบบฝึกหัดที่ 7

เรื่อง ตัวผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

1. จงแสดงว่า  $\cos(2\arcsin \theta) = 1 - 2\theta^2$
2. จงแสดงว่า  $\sec(\arctan x) = \sqrt{1+x^2}$

## แบบฝึกหัดที่ 8 ก

เรื่อง เอกลักษณ์และสมการตรีโกณมิติ

1. จงพิสูจน์ว่า  $\frac{\cos x}{\sec x} + \frac{\sin x}{\csc x} = 1$
2. จงพิสูจน์ว่า  $2\sin^2 \alpha - 1 = 1 - 2\cos^2 \alpha$

## แบบฝึกหัดที่ 8 ข

## เรื่อง เอกลักษณะและสมการตรีโกณมิติ

1. จงแก้สมการ  $2\cos^2\theta + \cos\theta = 0$  ถ้า  $0 \leq \theta < 2\pi$
2. จงแก้สมการ  $4\sin^2x - 3 = 0$  ถ้า  $0 \leq x < 2\pi$
3. จงแก้สมการ  $4\sin^2\theta = 1$

## แบบฝึกหัดที่ 9

## เรื่อง กฎของโคไซน์และไซน์

1. ในรูปสามเหลี่ยม ABC ถ้า  $a = 12$ ,  $b = 7$  และ  $\hat{C} = 40^\circ$  แล้ว จงหา  $c$
2. ในรูปสามเหลี่ยม ABC ถ้า  $\hat{A} = 30^\circ$ ,  $a = 16$  และ  $b = 24$  จงหาขนาดของมุม B

## แบบฝึกหัดที่ 10

## เรื่อง การหาระยะทางและความสูง

1. พิเศษอยู่ห่างจากตึกหลังหนึ่ง 18 เมตร มองเห็นยอดตึกและยอดเสาอากาศซึ่งอยู่บนยอดตึกเป็นมุมเมย  $30^\circ$  และ  $60^\circ$  ตามลำดับ จงหาความสูงของเสาอากาศ
2. เรือสองลำทอดสมอยู่ห่างกัน 60 เมตร และอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกับประการการทหารเรือแต่ละลำมองเห็นยอดประการการเป็นมุมเมย  $45^\circ$  และ  $30^\circ$  จงหาว่าเรือลำที่อยู่ใกล้ประการการอยู่ห่างจากประการการเท่าไร
3. เรือสองลำแล่นออกจากจุด O พร้อมกัน โดยเรือลำหนึ่งแล่นไปยังจุด A เป็นระยะ 6 กิโลเมตร และอีก ลำหนึ่งแล่นไปอีกจุด B เป็นระยะ 4 กิโลเมตร ถ้ามุมที่เรือสองลำแล่นออกจากกันคือ  $30^\circ$  จงหาระยะห่างระหว่างจุด A และ จุด B

ภาคผนวก ช

ผลการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

## ผลการวิจัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

## ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

คำชี้แจง เติมตัวเลขลงในช่องว่างที่สอดคล้องกับลักษณะข้อบกพร่องที่พบในแต่ละข้อ

| ข้อที่                           | ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ |   |                            |    |    |    |             |    |    |    |    |    |       |    | หมายเหตุ |
|----------------------------------|---|---|----------------------------|----|----|----|-------------|----|----|----|----|----|-------|----|----------|
|                                  | การตีความหมายจากโจทย์                     |   | ใช้สมบัติ กฎ สูตร และนิยาม |    |    |    | การคิดคำนวณ |    |    |    |    |    | อื่นๆ |    |          |
|                                  | 1   | 2 | 3                          | 4  | 5  | 6  | 7           | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13    | 14 |          |
| ค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์      |   |   |                            |    |    |    |             |    |    |    |    |    |       |    |          |
| 1                                | 0   | 0 | 32                         | 20 | 19 | 16 | 19          | 13 | 9  | 6  | 12 | 3  | 0     | 1  |          |
| 2                                | 0   | 1 | 32                         | 17 | 30 | 13 | 27          | 12 | 14 | 4  | 17 | 3  | 0     | 3  |          |
| ค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์      |   |   |                            |    |    |    |             |    |    |    |    |    |       |    |          |
| 1                                | 0   | 3 | 31                         | 15 | 32 | 15 | 25          | 15 | 15 | 5  | 15 | 7  | 0     | 7  |          |
| 2                                | 0   | 3 | 33                         | 32 | 32 | 32 | 31          | 21 | 11 | 17 | 18 | 2  | 0     | 2  |          |
| 3                                | 0   | 4 | 31                         | 23 | 30 | 28 | 23          | 20 | 25 | 13 | 23 | 9  | 0     | 8  |          |
| ฟังก์ชันตรีโกณมิติอื่นๆ          |   |   |                            |    |    |    |             |    |    |    |    |    |       |    |          |
| 1                                | 0   | 3 | 32                         | 34 | 32 | 34 | 34          | 15 | 34 | 18 | 18 | 5  | 0     | 5  |          |
| 2                                | 0   | 3 | 33                         | 25 | 33 | 26 | 25          | 25 | 25 | 9  | 25 | 3  | 0     | 3  |          |
| 3                                | 0   | 6 | 34                         | 23 | 28 | 23 | 25          | 23 | 23 | 19 | 25 | 9  | 0     | 9  |          |
| ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม         |   |   |                            |    |    |    |             |    |    |    |    |    |       |    |          |
| 1                                | 0   | 3 | 30                         | 28 | 29 | 28 | 28          | 16 | 24 | 16 | 28 | 3  | 0     | 3  |          |
| 2                                | 0   | 3 | 34                         | 23 | 23 | 23 | 28          | 23 | 12 | 15 | 12 | 9  | 0     | 9  |          |
| 3                                | 0   | 4 | 32                         | 26 | 26 | 26 | 29          | 26 | 26 | 13 | 16 | 12 | 0     | 12 |          |
| การใช้ตารางค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ |   |   |                            |    |    |    |             |    |    |    |    |    |       |    |          |
| 1                                | 0   | 3 | 35                         | 22 | 22 | 29 | 29          | 27 | 22 | 9  | 22 | 9  | 0     | 9  |          |
| 2                                | 0   | 3 | 33                         | 15 | 33 | 25 | 28          | 16 | 15 | 15 | 15 | 8  | 0     | 8  |          |
| กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ        |   |   |                            |    |    |    |             |    |    |    |    |    |       |    |          |
| 1                                | 0   | 3 | 33                         | 23 | 25 | 23 | 23          | 23 | 14 | 13 | 23 | 4  | 0     | 4  |          |
| 2                                | 0   | 4 | 32                         | 22 | 32 | 23 | 28          | 28 | 11 | 16 | 14 | 8  | 0     | 8  |          |
| 3                                | 0   | 1 | 36                         | 25 | 25 | 27 | 25          | 25 | 23 | 12 | 20 | 6  | 0     | 6  |          |

| ข้อ<br>ที่   | ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ |      |                            |       |       |       |             |       |       |       |       |       |       |       | หมายเหตุ |
|--|---|------|----------------------------|-------|-------|-------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
|  | การตีความหมายจากโจทย์                     |      | ใช้สมบัติ กฎ สูตร และนิยาม |       |       |       | การคิดคำนวณ |       |       |       |       |       | อื่นๆ |       |          |
|  | 1   | 2    | 3                          | 4     | 5     | 6     | 7           | 8     | 9     | 10    | 11    | 12    | 13    | 14    |          |
| ฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงหรือมุม |   |      |                            |       |       |       |             |       |       |       |       |       |       |       |          |
| 1  | 0   | 3    | 35                         | 26    | 35    | 26    | 29          | 27    | 26    | 18    | 11    | 12    | 0     | 13    |          |
| 2  | 0   | 3    | 36                         | 21    | 21    | 30    | 26          | 27    | 21    | 21    | 21    | 3     | 0     | 3     |          |
| ตัวผกผันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ                          |   |      |                            |       |       |       |             |       |       |       |       |       |       |       |          |
| 1  | 0   | 6    | 34                         | 19    | 34    | 25    | 28          | 14    | 19    | 19    | 19    | 4     | 0     | 11    |          |
| 2  | 0   | 2    | 32                         | 22    | 35    | 22    | 27          | 22    | 11    | 14    | 22    | 6     | 0     | 6     |          |
| เอกลักษณ์และสมการตรีโกณมิติ                            |   |      |                            |       |       |       |             |       |       |       |       |       |       |       |          |
| 1  | 0   | 2    | 31                         | 23    | 30    | 28    | 29          | 32    | 23    | 17    | 23    | 5     | 0     | 5     |          |
| 2  | 0   | 3    | 31                         | 25    | 31    | 28    | 29          | 14    | 15    | 17    | 23    | 4     | 0     | 4     |          |
| เอกลักษณ์และสมการตรีโกณมิติ                            |   |      |                            |       |       |       |             |       |       |       |       |       |       |       |          |
| 1  | 0   | 3    | 32                         | 24    | 32    | 25    | 28          | 24    | 24    | 16    | 24    | 3     | 0     | 3     |          |
| 2  | 0   | 2    | 33                         | 22    | 33    | 22    | 22          | 16    | 22    | 11    | 20    | 9     | 0     | 9     |          |
| 3  | 0   | 3    | 33                         | 23    | 33    | 23    | 27          | 22    | 11    | 23    | 19    | 12    | 0     | 12    |          |
| กฎของโคไซน์และไซน์                                     |   |      |                            |       |       |       |             |       |       |       |       |       |       |       |          |
| 1  | 0   | 5    | 31                         | 28    | 32    | 34    | 28          | 27    | 22    | 14    | 21    | 9     | 0     | 9     |          |
| 2  | 0   | 1    | 35                         | 23    | 32    | 24    | 23          | 23    | 17    | 18    | 23    | 9     | 0     | 9     |          |
| การหาระยะทางและความสูง                                 |   |      |                            |       |       |       |             |       |       |       |       |       |       |       |          |
| 1  | 0   | 3    | 32                         | 21    | 31    | 21    | 21          | 21    | 21    | 5     | 21    | 5     | 0     | 5     |          |
| 2  | 0   | 3    | 33                         | 23    | 32    | 24    | 20          | 23    | 23    | 10    | 24    | 12    | 0     | 12    |          |
| 3  | 0   | 3    | 34                         | 31    | 29    | 27    | 19          | 31    | 18    | 12    | 21    | 12    | 0     | 12    |          |
| รวม  | 0   | 89   | 985                        | 704   | 891   | 750   | 783         | 651   | 576   | 415   | 605   | 205   | 0     | 210   |          |
| เฉลี่ย   | 0   | 5.74 | 63.55                      | 45.42 | 57.48 | 48.39 | 50.52       | 42.00 | 37.16 | 26.77 | 39.03 | 13.23 | 0     | 13.55 |          |
| ร้อยละ   | 0   | 1.30 | 14.35                      | 10.26 | 12.98 | 10.93 | 11.41       | 9.48  | 8.39  | 6.05  | 8.81  | 2.99  | 0     | 3.06  |          |


### หมายเหตุ

- 1 หมายถึง แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
- 2 หมายถึง นำข้อมูลมาใช้ผิด
- 3 หมายถึง จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติผิด

- 4 หมายถึง ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ
- 5 หมายถึง ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติที่เหมาะสมมาใช้
- 6 หมายถึง ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง
- 7 หมายถึง ขาดทักษะการคิดคำนวณเบื้องต้น
- 8 หมายถึง ขาดความรู้พื้นฐานที่จะต้องใช้ในการเรียนเนื้อหาอื่นๆ มิใช่เพียงพอ
- 9 หมายถึง ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ
- 10 หมายถึง ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ
- 11 หมายถึง สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี
- 12 หมายถึง ไม่มีเทคนิควิธีลัด
- 13 หมายถึง การไม่ทำแบบฝึกหัด
- 14 หมายถึง ข้อบกพร่องที่พบนอกเหนือจากที่กำหนด







ภาคผนวก ข

ตัวอย่างข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

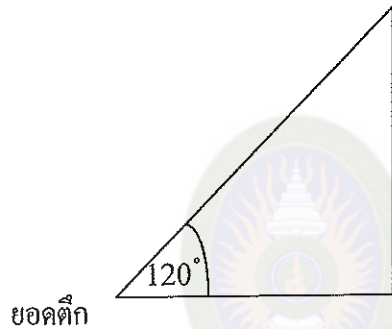
ตัวอย่างข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5  
เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

1. ข้อบกพร่องทางการตีความจากโจทย์

1.1 แปลความหมายจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง  
ไม่พบข้อบกพร่อง

1.2 นำข้อมูลมาใช้ผิด

1.2.1 นักเรียนเข้าใจผิดว่า มุมเงยของวัตถุใดก็ตามวัตถุนั้นจะต้องอยู่ระดับเดียวกับ  
พื้นราบ เช่น มุมเงยของยอดตึก เป็น  $120^\circ$  ตำแหน่งของยอดตึกจะอยู่พื้นราบ



2. ข้อบกพร่องทางการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ

2.1 จำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติผิด

2.1.1 จำ  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$  เป็น  $\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C}$

2.1.2  $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$

2.2 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ

2.2.1 อินเวอร์สของฟังก์ชันตรีโกณมิติเป็นฟังก์ชัน (ฟังก์ชันตรีโกณมิติไม่เป็นฟังก์ชัน  
1-1 อินเวอร์สจึงไม่เป็นฟังก์ชัน แต่ถ้ากำหนดโดเมนให้เหมาะสมอินเวอร์สจะเป็นฟังก์ชัน)

2.2.2 คู่อันดับ  $(x, y)$  ใดๆ บนวงกลม  $x^2 + y^2 = 4$  เขียนแทนด้วย  $(\cos \theta, \sin \theta)$   
เมื่อ  $\theta$  คือมุมที่จุดศูนย์กลางซึ่งรองรับความยาวเส้นรอบวง จากจุด  $(0,0)$  ถึงจุด  $(x, y)$  (ต้องเป็น  
 $(2\cos \theta, 2\sin \theta)$ )

2.2.3  $\cos \frac{A}{2} = \frac{\cos A}{2}$

2.2.4  $\cos A^2 = \cos^2 A$

2.2.5 การสมมุติตัวแปร ในการแก้สมการ  $\arcsin x = \arccos x$  จะสมมุติตัวแปรเดียวกัน คือให้  $\arcsin x = A$  และ  $\arccos x = A$  ทำให้แก้สมการไม่ได้

$$2.2.6 \sin(\arcsin x) = x$$

$$\cos(\arccos x) = x \quad (\text{ต้องมีเงื่อนไขว่า } -1 \leq x \leq 1)$$

$$2.2.7 \tan x \sin x + \tan x = 0$$

$$x = 0^\circ$$

(คำตอบที่ได้จากการแก้สมการตรีโกณมิติอาจมีหลายคำตอบ เนื่องจากฟังก์ชันตรีโกณมิติ เป็นฟังก์ชัน many to one แต่การแก้สมการฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผันซึ่งเป็นฟังก์ชัน 1-1 คำตอบจะมีเพียงคำตอบเดียว)

$$2.2.8 \cot A = \frac{1}{\tan A} \quad \text{เป็นสมการตรีโกณมิติ (ต้องเป็นเอกลักษณ์ เนื่องจากเป็นจริง}$$

ทุกค่า  $A$  ที่ทำให้หาค่าของ  $\cot A, \tan A$  และ  $\frac{1}{\tan A}$  ได้)

$$2.2.9 \text{ เนื่องจาก } -1 \leq \sin \theta \leq 1 \text{ ดังนั้น } -3 \leq \sin 3\theta \leq 3 \quad (-1 \leq \sin 3\theta \leq 1)$$

$$2.2.10 \sin\left(\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{9}{4} \quad (\text{ค่า } \sin \text{ ของมุมหรือจำนวนใดๆ เป็น } \frac{9}{4} \text{ ไม่ได้}$$

เนื่องจากมากกว่า 1)

$$2.2.11 \text{ ทอนมุมให้เหลือมุมบวกที่เล็กที่สุดคือ เช่น } \theta = \frac{22\pi}{3} = 7\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$$

2.2.12 เนื่องจาก  $-1 \leq \sin \theta \leq 1$  และ  $-1 \leq \cos \theta \leq 1$  ดังนั้น  $\sin \theta + \cos \theta = 2$  เป็นจริง (ไม่มี  $\theta$  ที่ทำให้  $\sin \theta$  และ  $\cos \theta$  เป็น 1 พร้อมกัน)

$$2.2.13 \text{ จากเอกลักษณ์ } \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ นักเรียนคิดว่า } (\sin \theta + \cos \theta)^2 = 1$$

$$2.2.14 \text{ ถ้า } \theta = \arcsin x$$

$$\theta = \frac{1}{\sin x} \quad (\text{เนื่องจากอาจใช้ } \sin^{-1} x \text{ แทน } \arcsin x \text{ จึงเข้าใจว่า}$$

$$\arcsin x = \sin^{-1} x = \frac{1}{\sin x})$$

2.3 ขาดทักษะในการเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติที่เหมาะสมมาใช้

2.3.1 นักเรียนเลือกทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ มาใช้ไม่ถูกต้อง เช่น ในรูปสามเหลี่ยม ABC ถ้า  $\hat{A} = 30^\circ, a = 16$  และ  $b = 24$  จงหาขนาดของมุม B นักเรียนเลือก กฎของโคไซน์  $c^2 + b^2 - 2ab \cos C$  มาใช้ จะต้องเป็นกฎของไซน์  $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$  จึงจะถูกต้อง

2.4 ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง

$$2.4.1 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \text{ ดังนั้น } \sin 2\alpha \leq 2$$

2.4.2  $\arcsin(-x) \neq -\arcsin x$  (เนื่องจากนักเรียนทราบว่าเครื่องหมายลบของมุมบ่งถึงการหมุนตามเข็มนาฬิกาจึงดึงมาไว้ข้างหน้าไม่ได้โดยมิได้นำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ มาใช้พิสูจน์ข้อมูลที่มีอยู่

### 3. ข้อบกพร่องด้านการคิดคำนวณ

3.1 ขาดทักษะการคิดคำนวณเบื้องต้น

$$3.1.1 \text{ จงหาค่าของ } \sin\left(-\frac{5\pi}{3}\right) \cdot \sin\frac{\pi}{2} + \cos\frac{\pi}{2} \cdot \cos\left(-\frac{5\pi}{2}\right)$$

$$\sin\left(-\frac{5\pi}{3}\right) \cdot \sin\frac{\pi}{2} + \cos\frac{\pi}{2} \cdot \cos\left(-\frac{5\pi}{2}\right) = (-1)(1) + (1)(-1) = 0 - 1 = -1$$

(ขั้นตอนที่ถูกต้อง ควรเป็นดังนี้

$$\sin\left(-\frac{5\pi}{3}\right) \cdot \sin\frac{\pi}{2} + \cos\frac{\pi}{2} \cdot \cos\left(-\frac{5\pi}{2}\right) = (-1)(1) + 0 = -1)$$

3.2 ขาดความรู้พื้นฐานที่จะต้องใช้ในการเรียนเนื้อหาอื่นๆ มิไม่เพียงพอ

3.2.1 นักเรียนขาดความเข้าใจในเรื่อง กฎของโคไซน์ และกฎของไซน์ ทำให้เลือกสูตรมาใช้ในการหาคำตอบไม่ถูกต้อง

3.3 ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ

$$3.3.1 \text{ จงพิสูจน์ว่า } 2\sin^2 \alpha - 1 = 1 - 2\cos^2 \alpha$$

$$2\sin^2 \alpha - 1 = 2(1 - \cos^2 \alpha) - 1$$

$$= 2 - \cos^2 \alpha - 1$$

$$= 1 - 2\cos^2 \alpha$$

(ขั้นตอนที่ถูกต้อง ควรเป็นดังนี้

$$2\sin^2 \alpha - 1 = 2(1 - \cos^2 \alpha) - 1$$

$$= 2 - 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$= 1 - 2\cos^2 \alpha)$$

3.4 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

3.4.1 นักเรียนใส่เครื่องหมายผิด จากบวกเป็นลบ จากลบเป็นบวก ทำให้คำนวณหาคำตอบไม่ถูกต้อง

### 3.5 สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี

3.5.1 ถ้า  $0 \leq \theta \leq \pi$  จงหาค่า  $\theta$  ที่ทำให้  $\sin \theta = 0.4500$  นักเรียนตอบค่า  $\theta$  มาค่าเดียว  $\theta$  จะต้องมีสองค่า ค่าที่เป็นบวกและค่าที่เป็นลบ

### 3.6 ไม่มีเทคนิควิธีลัด

3.6.2 นักเรียนแสดงวิธีทำยาวเกินไปไม่มีเทคนิควิธีลัดในการทำ

## 4. ข้อบกพร่องทางด้านอื่น ๆ

### 4.1 การไม่ทำแบบฝึกหัด

ไม่พบข้อบกพร่อง

### 4.2 ข้อบกพร่องที่พบนอกเหนือจากที่กำหนด

4.2.1 นักเรียนไม่แสดงวิธีทำหาคำตอบ

4.2.2 นักเรียนแสดงวิธีทำไม่เสร็จทุกขั้นตอน



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY