บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความสำคัญและความเป็นมาของปัญหา

ในปัจจุบันวิธีการทางสถิติได้ถูกนำเข้ามาใช้อย่างกว้างขวางสำหรับทุกสาขาอาชีพ โดยเฉพาะการวิจัยที่เกี่ยวกับธรรมชาติที่เผชิญอยู่กับภาวะของความไม่แน่นอนตลอดเวลา ซึ่งทำให้เราไม่สามารถทำนายผลล่วงหน้าได้ถูกต้องร้อยเปอร์เซ็นต์ ภายใต้สภาวะของความไม่แน่นอนเหล่านี้ สถิติเป็นเครื่องมือสำคัญที่จะช่วยให้การตัดสินใจดีขึ้นคือมีโอกาสที่จะถูกต้องมากขึ้น โดยอาศัยข้อมูลจากตัวอย่างสุ่มที่มีอยู่และความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นมาทดสอบความเชื่อเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์หรือลักษณะของประชากรที่สนใจว่าเป็นเช่นนั้นหรือไม่ ซึ่งการที่จะนำเอาวิธีการทางสถิติ เข้ามาใช้ประกอบการอธิบายปรากฏการณ์ที่มีความไม่แน่นอน ผู้วิจัยต้องเลือกใช้สถิติทดสอบ (statistics test) ให้เหมาะสมกับข้อมูลของตนและวัตถุประสงค์ที่จะศึกษา ในการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยประชากร ตั้งแต่ 2 กลุ่มขึ้นไปก็มีการใช้กันมากในการวิจัย ซึ่งอาจทำได้โดยการทดสอบคราวละ 2 ประชากร ก็จะได้ข้อสรุปตามความต้องการ แต่วิธีการนี้ไม่ถูกต้องตามหลักการทดสอบสมมติฐานเพราะอาจทำให้ขนาดของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 แตกต่างไปจากที่กำหนดไว้ ดังนั้นในปี ค.ศ.1920 Sir R.A. Fisher จึงได้เสนอวิธีการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร t กลุ่ม เมื่อ t มากกว่า 2 ประชากร ด้วยวิธีการวิเคราะห์ที่เรียกว่า การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance : ANOVA) สถิติทดสอบที่ใช้ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนคือ สถิติทดสอบเอฟ (F-test) โดยในการวิเคราะห์ความแปรปรวนนี้จะแยกความผันแปร (variation) ทั้งหมดที่เกิดขึ้นออกเป็นส่วนๆ ตามแหล่งที่มาของความผันแปร และความผันแปรที่เกิดจากความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นอย่างสุ่มด้วย ซึ่งเทคนิคการวิเคราะห์ความแปรปรวนใช้กันอย่างแพร่หลายในการวางแผนการทดลอง (Experimental Design) เพื่อทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของ t ประชากร

การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกทางเดียว (One-Way Analysis of Variance) เป็นการวิเคราะห์ ข้อมูลจากหน่วยทดลองที่ได้รับปัจจัยเดียวแต่แยกเป็นหลายระดับหรือหลายชนิด ซึ่งระดับหรือชนิดของปัจจัย ดังกล่าวจะเรียกว่า สิ่งทดลอง (treatment) โดยมีสมมติฐานในการทดสอบว่า " ค่าเฉลี่ยของแต่ละชนิดหรือแต่ละกลุ่มที่นำมาทดสอบทุกกลุ่มไม่แตกต่างกัน"

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_i = ... = \mu_t$ เทียบกับ

H_1 : มีค่าเฉลี่ยอย่างน้อย 2 กลุ่มที่แตกต่างกัน

โดยที่ μ_i แทนค่าเฉลี่ยของประชากรกลุ่มที่ i ; i = 1,2,..., t

เราจะกล่าวถึงการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกทางเดียว กรณีการกำหนดปัจจัย (fixed effect) โดยมีตัวแบบ (model) ที่มีรูปแบบดังนี้

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad , \quad i = 1,2,\ldots,t$$
$$j = 1,2,\ldots,n_i$$

โดยที่ Y_{ij} คือ ค่าสังเกตที่ได้จากสิ่งทดลองที่ i ซ้ำที่ j

μ คือ ค่าเฉลี่ยรวม

τ_i คือ อิทธิพลของสิ่งทดลอง (treatment effect) ที่ i โดยที่ $\tau_i = \mu_i - \mu$

ε_{ij} คือ ความคลาดเคลื่อนของการทดลอง (experimental error) จาก สิ่งทดลองที่ i ซ้ำที่ j โดย $\varepsilon_{ij} \sim NID(0, \sigma^2)$

t คือ จำนวนของสิ่งทดลองหรือจำนวนกลุ่มประชากร

n_i คือ จำนวนซ้ำหรือขนาดตัวอย่างของกลุ่มที่ i

หลักสำคัญในการทดสอบสมมติฐานของการวิเคราะห์ความแปรปรวนคือการใช้อัตราส่วนของความแปรปรวนระหว่างกลุ่มกับความแปรปรวนภายในกลุ่ม มาเป็นตัวชี้ในการสรุปหรือตัดสินใจ และเรียกอัตราส่วน นี้ว่า อัตราส่วนเอฟ (F-ratio) โดยการวิเคราะห์มีรูปแบบดังตารางที่ 1

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 1.1 การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกทางเดียว

แหล่งของความผันแปร	องศาอิสระ (df)	ผลบวกกำลังสอง (SS)	ค่าเฉลี่ยกำลังสอง (MS)	F
สิ่งทดลอง	t-1	$SSTr = \sum_{i=1}^{t} n_i (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$	MSTr = SSTr/df	MSTr/MSE
ความคลาดเคลื่อน	N-t	$SSE = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$	MSE = SSE/df	
รวม	N-1	$SST = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$		

เมื่อ $N = \sum_{i=1}^{t} n_i$ = จำนวนหน่วยทดลองทั้งหมด

สำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวนนั้นมีข้อกำหนดเบื้องต้น (assumption) ดังต่อไปนี้

1. ประชากรทั้ง t ประชากรมีการแจกแจงเป็นแบบปกติ (Normal Distribution)
2. ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนแต่ละประชากรเท่ากัน
3. ความคลาดเคลื่อนของการทดลองเป็นอิสระกัน

ในการทดสอบสมมติฐานสำหรับงานวิจัยด้านต่าง ๆ นั้น นอกจากผู้วิจัยจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่จะศึกษาเป็นอย่างดี เพื่อกำหนดแบบแผนการทดลอง หรือเทคนิคการสุ่มตัวอย่างที่เหมาะสมแล้ว ผู้วิจัยจะต้องเลือกสถิติทดสอบที่เหมาะสมกับลักษณะข้อมูล ซึ่งแต่ละสถิติต่างก็มีข้อตกลงเบื้องต้น (Assumptions) เกี่ยวกับลักษณะของข้อมูลที่จะนำมาวิเคราะห์แตกต่างกัน ดังนั้น การเลือกใช้สถิติทดสอบที่ลักษณะข้อมูลมีความสอดคล้องกับข้อตกลงเบื้องต้นเพราะจะมีผลทำให้การสรุปผลของการวิจัยมีความถูกต้องและเชื่อถือได้มากขึ้น

การออกแบบการวิจัย มีจุดมุ่งหมายเพื่อตอบคำถามการวิจัย และควบคุมความแปรปรวน (Kerlinger, 1986) การออกแบบการสุ่มตัวอย่างเป็นการออกแบบที่มีความสำคัญต่อการวิจัย ในกรณีที่นักวิจัยไม่สามารถศึกษาข้อเท็จจริงจากประชากรทั้งหมดได้จึงต้องใช้วิธีสุ่มตัวอย่างจากกลุ่มประชากรที่ศึกษา และใช้หลักฐานข้อเท็จจริงจากกลุ่มตัวอย่างนั้นสรุปผลเชิงสถิติจากกลุ่มประชากรเพื่อตอบปัญหาการวิจัย คุณลักษณะที่เป็นเป้าหมายกลุ่มสำคัญของการวิจัยที่ศึกษาจากกลุ่มตัวอย่าง คือ มุ่งให้การวิจัยมีความตรงโดยเฉพาะอย่างยิ่งความตรงภายนอก (external validity) หรือความสามารถในการสรุปผลอ้างอิงผลการวิจัยไปสู่ประชากรทั้งหมดที่ศึกษา (generalizability) ในทางปฏิบัติเราอาจไม่แน่ใจว่าข้อมูลที่ได้จะมีคุณสมบัติตามข้อกำหนดเบื้องต้นที่ตั้งไว้ทุกข้อหรือไม่และมีบ่อยครั้งที่ปรากฏว่าลักษณะของข้อมูลไม่ตรงกับข้อตกลงข้อใดข้อหนึ่งหรือหลายข้อ Cochran, W. G. and Cox, G. M. (1957) ได้กล่าวว่าในการวิเคราะห์ความแปรปรวนที่ไม่เป็นไปตามข้อตกลง จะส่งผลกระทบต่อทั้งระดับนัยสำคัญและความไว (sensitivity) ในการทดสอบ ซึ่งอาจจะทำให้สรุปผลผิดพลาดได้ จากการศึกษาค้นคว้าพบว่าการฝ่าฝืนข้อกำหนดเบื้องต้นบางข้อไม่ส่งผลกระทบต่อการวิเคราะห์ข้อมูลมากนัก แต่ข้อกำหนดเบื้องต้นบางข้อผู้วิจัยจะฝ่าฝืนไม่ได้ จากการศึกษาของ Pearson (1931) และ Norton (1946 อ้างถึงใน Lindquist , 1953) ได้แสดงไว้ว่าการทดสอบเอฟนั้นมีความแกร่งต่อการขัดต่อข้อตกลงของการแจกแจงแบบปกติ ส่วนข้อกำหนดเบื้องต้นเกี่ยวกับความเป็นอิสระของความคลาดเคลื่อน Montgomery, D. C. (1997) ได้กล่าวไว้ว่าเราสามารถป้องกันได้โดยทำการทดลองแบบสุ่ม ซึ่งก็จะทำให้ข้อมูลที่เก็บมาได้เป็นอิสระกัน สำหรับการศึกษากรณีการฝ่าฝืนข้อกำหนดเบื้องต้นเกี่ยวกับการเท่ากันของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีผู้ได้ทำการศึกษาหลายๆท่านแต่ผลที่ได้ไม่ตรงกันและยังไม่สามารถหาข้อสรุป

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ที่ชัดเจนได้ นั่นคือยังหาข้อสรุปไม่ได้ว่าการฝ่าฝืนในระดับใดที่จะไม่สามารถใช้สถิติทดสอบเอฟในการทดสอบดังกล่าวนี้ได้

ในการวิจัยครั้งนี้จึงต้องการศึกษาอำนาจการทดสอบ เมื่อฝ่าฝืนข้อกำหนดเบื้องต้นเกี่ยวกับการเท่ากันของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกทางเดียว โดยศึกษาความแตกต่างของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนที่ระดับต่างๆ กรณีจำนวนกลุ่มหรือประชากรที่นำมาทดสอบขนาดต่างๆ โดยใช้ขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มหรือจำนวนซ้ำแต่ละกลุ่มเท่ากันและไม่เท่ากันตามลำดับ ซึ่งถ้าเราทราบระดับของการฝ่าฝืนข้อกำหนดเบื้องต้นที่ไม่เหมาะที่จะใช้สถิติทดสอบเอฟ ก็จะทำให้ผู้ทำการวิจัยตัดสินใจเลือกใช้สถิติตัวอื่น หรือเลือกทางเลือกอื่นที่เหมาะสมต่อไป

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อหาขนาดของการไม่เท่ากันของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ที่จะส่งผลกระทบต่ออำนาจของการทดสอบ

2. เพื่อศึกษาผลกระทบของการเท่ากันและไม่เท่ากันของขนาดตัวอย่าง และความสัมพันธ์ระหว่างขนาดตัวอย่างกับขนาดของความแปรปรวน ต่ออำนาจของการทดสอบเมื่อฝ่าฝืนข้อกำหนดเบื้องต้นของการไม่เท่ากันของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1.3 ขอบเขตการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาอำนาจของการทดสอบ ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบจำแนกทางเดียว (One Way ANOVA) โดยในการจำลองแผนแบบการทดลองจะให้กลุ่มตัวอย่างมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ การออกแบบการทดลองสำหรับการวิจัยในครั้งนี้ได้กำหนดแบบแผนการทดลอง โดยที่ความแปรปรวนของแต่ละประชากรไม่เท่ากัน ซึ่งเราจะแบ่งชุดของความแปรปรวนออกเป็น 3 ชุด คือ กลุ่มที่ประชากรมีความแปรปรวนต่ำสุด กลุ่มที่ประชากรมีความแปรปรวนขนาดกลาง และกลุ่มที่ประชากรมีความแปรปรวนสูงสุด ในการจำลองแผนแบบการทดลองจะกำหนดให้ประชากรที่มีความแปรปรวนต่ำสุดมีความแปรปรวนเท่ากับ 5 และอัตราส่วนความแปรปรวนสูงสุดต่อต่ำสุดเท่ากับ 3, 5, 10 และ 15 เท่า ส่วนค่าความแปรปรวนชุดกลางเท่ากับค่าเฉลี่ยของความแปรปรวนกลุ่มสูงสุดกับต่ำสุด สำหรับขนาดตัวอย่างของแต่ละกลุ่มที่ใช้ทดสอบจะทำการศึกษากรณีที่ขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มเท่ากันและไม่เท่ากัน โดยกำหนดให้กลุ่มที่มีขนาดตัวอย่างต่ำสุดเป็น 3 หรือ 20 เมื่อขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มไม่เท่าจะศึกษาผลต่างของขนาดตัวอย่างกลุ่มสูงสุดกับต่ำสุดที่เท่ากับ 4, 12 และ 20 สำหรับการให้ค่าขนาดตัวอย่าง

กลุ่มที่มีขนาดกลางจะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยของขนาดตัวอย่างกลุ่มสูงสุดและต่ำสุด จากการออกแบบการทดลองได้จำนวนแผนแบบในการจำลองทั้งหมด 320 แผนแบบ โดยแยกตามกรณีที่ศึกษาเป็น 4 กรณี ดังนี้

1.3.1 ความแปรปรวนของแต่ละกลุ่มไม่เท่ากัน และขนาดตัวอย่างของแต่ละกลุ่มเท่ากัน จำนวน 32 แผนแบบ

1.3.2 ความแปรปรวนของแต่ละกลุ่มไม่เท่ากัน และขนาดตัวอย่างของแต่ละกลุ่มไม่เท่ากันโดยกลุ่มที่มีความแปรปรวนสูงสุด มีจำนวนขนาดตัวอย่างต่ำสุด มีจำนวน 96 แผนแบบ

1.3.3 ความแปรปรวนของแต่ละกลุ่มไม่เท่ากัน และขนาดตัวอย่างของแต่ละกลุ่มไม่เท่ากันโดยกลุ่มที่มีความแปรปรวนสูงสุด มีจำนวนขนาดตัวอย่างขนาดกลาง มีจำนวน 96 แผนแบบ

1.3.4 ความแปรปรวนของแต่ละกลุ่มไม่เท่ากัน และขนาดตัวอย่างของแต่ละกลุ่มไม่เท่ากันโดยกลุ่มที่มีความแปรปรวนสูงสุด มีจำนวนขนาดตัวอย่างสูงสุด มีจำนวน 96 แผนแบบ

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อเป็นแนวทางในการตัดสินใจเลือกใช้สถิติ เมื่อทราบระดับของการฝ่าฝืนข้อกำหนดการไม่เท่ากันของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

2. สามารถเป็นแนวทางในการศึกษาและพิจารณาขีดจำกัดของการใช้สถิติทดสอบเอฟ กรณีความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนไม่เท่ากัน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1.5 นิยามศัพท์ที่เกี่ยวข้อง

1. อำนาจการทดสอบ (power of test) เป็นความสามารถในการปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติ ฐานว่างนั้นไม่เป็นจริง

2. ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 (Type II Error) เป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการยอมรับสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างนั้นไม่เป็นจริง

3. ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 จากการทดลอง หมายถึง ความน่าจะเป็นในการยอมรับสมมติฐานว่าง จากทำการทดลองซ้ำหลายๆ ครั้ง ซึ่งในการทดลองจะกำหนดให้สมมติฐานว่างเป็นเท็จ(ไม่ถูเป็นจริง)

4. ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (Type I Error) เป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างนั้นถูก

5. ขนาดตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม หมายถึง จำนวนซ้ำหรือจำนวนค่าสังเกตของแต่ละกลุ่มหรือแต่ละประชากร

6. การเปรียบเทียบพหุคูณ (Multiple Comparison) หมายถึง การเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยทีละคู่มากกว่าหนึ่งคู่ ว่ามีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่

7. ผลการเปรียบเทียบพหุคูณ หมายถึง จำนวนความแตกต่างระหว่าค่าเฉลี่ยรายคู่ในการยอมรับหรือไม่ยอมรับสมมติฐานว่าเหมือนหรือต่างกันหรือไม่

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY