บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอตามลำดับหัวข้อดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 1
   - 1.1 วิสัยทัศน์การเรียนรู้
   - 1.2 คุณภาพผู้เรียน
   - 1.3 คุณภาพผู้เรียนช่วงชั้นที่ 1 (ป. 1- ป. 3)
   - 1.4 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 1 (ป. 1- ป. 3)
   - 1.5 สาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2
   - 1.6 ทฤษฎีการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์
2. โจทย์ปัญหาและรูปแบบการสร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
   - 2.1 ความหมายของปัญหาและโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
   - 2.2 ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
   - 2.3 ประเภทของปัญหาและโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
   - 2.4 รูปแบบและลักษณะของโจทย์ปัญหา การบวก และ การลบ
   - 2.5 รูปแบบการสร้างโจทย์ปัญหา
3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
4. ยุทธวิธีการแก้โจทย์ปัญหา
   - 4.1 การสอนแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา
   - 4.2 การสร้างบรรยากาศส่งเสริมการแก้โจทย์ปัญหา
   - 4.3 เทคนิคการฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
   - 5.1 งานวิจัยในประเทศ
   - 5.2 งานวิจัยต่างประเทศ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 1

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้จัดการศึกษาโดยกำหนด มาตรฐานการเรียนรู้ ตามระดับพัฒนาการของผู้เรียน ตั้งแต่ช่วงชั้นที่ 1 จนถึงช่วงชั้นที่ 4 และกำหนดสาระการเรียนรู้ที่เป็นสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ประกอบด้วยเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรบูรณาการสาระต่าง ๆ เข้าด้วยกันเท่าที่จะเป็นไปได้ ประเด็นสำคัญที่ควรทำความเข้าใจในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คือ วิสัยทัศน์การเรียนรู้ คุณภาพของผู้เรียน คุณภาพผู้เรียนช่วงชั้นที่ 1 (ป. 1- ป. 3) สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ชั้นที่ 1 (ป. 1- ป. 3) สาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ดังรายละเอียดต่อไปนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2545 : 1)

1.1 วิสัยทัศน์การเรียนรู้

การศึกษาคณิตศาสตร์สำหรับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เป็นการศึกษาเพื่อปวงชนที่เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและตลอดชีวิตตามศักยภาพ ทั้งนี้ เพื่อให้เยาวชนเป็นผู้มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่พอเพียง สามารถนำความรู้ ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไปพัฒนาคุณภาพ ชีวิตให้ดีขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานสำหรับการศึกษาต่อ ดังนั้นจึงเป็นความรับผิดชอบของสถานศึกษาที่ต้องจัดเนื้อหาสาระการเรียนรู้ที่เหมาะสมแก่ผู้เรียนแต่ละคน ทั้งนี้เพื่อให้บรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ และต้องการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น ให้ถือเป็นหน้าที่ของสถานศึกษาที่จะต้องจัดโปรแกรมการเรียนการสอน ให้แก่ผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติมตามความถนัดและความสนใจ ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ ความคิดทัดเทียมกับนานาอารยประเทศ

1.2 คุณภาพของผู้เรียน

เมื่อผู้เรียนจบการศึกษาพื้นฐาน 12 ปีแล้ว ผู้เรียนจะต้องเป็นผู้ที่เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีคุณภาพ ซึ่งต้องมีความสมดุลระหว่างสาระด้านความรู้ ทักษะกระบวนการควบคู่ไปกับค่านิยมและคุณธรรมจริยธรรม ดังนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1.2.1 มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ การวัดเรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น พร้อมทั้งสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ได้

1.2.2 มีทักษะทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอการมีความคิดสร้างสรรค์ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

1.2.3 มีความสามารถในการทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

1.3 คุณภาพผู้เรียนช่วงชั้นที่ 1 (ป. 1- ป. 3)

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานได้กำหนดคุณสมบัติของผู้เรียน ด้านคณิตศาสตร์เมื่อจบช่วงชั้นที่ 1 (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-3) ดังนี้

1.3.1 มีความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวน และการดำเนินการของจำนวน สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้และสามารถสร้างโจทย์ได้

1.3.2 มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติต่าง ๆ ของจำนวนพร้อมทั้งสามารถนำความรู้ไปใช้ได้

1.3.3 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร และความจุ สามารถวัดปริมาณดังกล่าวได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

1.3.4 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และ สามมิติ

1.3.5 รวบรวมข้อมูล จัดระบบข้อมูลและอภิปรายประเด็นต่าง ๆ จากแผนภูมิรูปภาพและรูปแผนภูมิแท่ง

1.3.6 มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่ ความสามารถแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอทางวิทยาศาสตร์ การมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1.4 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 1 (ป. 1- ป. 3)

เป็นเป้าหมายในการพัฒนาการศึกษาคณิตศาสตร์พื้นฐานให้มีคุณภาพตามที่มาตรฐานกำหนดรวมทั้งเป็นแนวทางในการกำกับการตรวจสอบของสถานศึกษา และเป็นหลักในการเทียบโอนความรู้และประสบการณ์จากการศึกษาในระบบ นอกระบบ และตามอัธยาศัย

สาระที่ 1 : จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวน และความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้ประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

สาระที่ 2 : การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้

มาตรฐาน ค 2.3 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

สาระที่ 3 : เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ และใช้แบบจำลองเรขาคณิตในการแก้ปัญหาได้

สาระที่ 4 : พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 อธิบายและวิเคราะห์แบบรูปความสัมพันธ์และฟังก์ชันต่าง ๆได้

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

สาระที่ 5 : การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6 : ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.2 มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐาน ค 6.3 มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 6.4 มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

มาตรฐาน ค 6.5 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

1.5 สาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2

ตารางที่ 1 สาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2

สาระหลัก	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี
1. จำนวนและการดำเนินการ	จำนวนนับ 1 ถึง 1,000 และ 0 1. การอ่าน และ การเขียนตัวหนังสือตัวเลขฮินดูอารบิก 2. การเขียนในรูปกระจาย หลักหน่วย หลักสิบ หลักพัน ค่าของตัวเลขในแต่ละหลัก และการใช้ 0 เพื่อยึดตำแหน่งของหลัก 3. การเปรียบเทียบจำนวนและการใช้เครื่องหมาย = ≠ ><	1. เมื่อกำหนดจำนวนนับไม่เกิน 1,000 ให้สามารถอ่าน และ เขียนตัวหนังสือ ตัวเลขฮินดูอารบิก ตัวเลขไทยแทนจำนวนได้ 2. เมื่อกำหนดจำนวนนับไม่เกิน 1,000 ให้ สามารถบอกค่าของตัวเลขในแต่ละหลักและเขียนในรูปกระจายได้ 3. เมื่อกำหนดจำนวนนับไม่เกิน 1,000 ให้ สามารถเปรียบเทียบจำนวนและใช้เครื่องหมาย = ≠ >< ได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 1 (ต่อ)

สาระหลัก	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี
	4. การเรียงลำดับจำนวน	4. เมื่อกำหนดจำนวนนับไม่เกิน 1,000 ให้สามถึงห้าจำนวน สามารถเรียงลำดับจำนวนได้
	5. การนับเพิ่มทีละ 5 ทีละ 10 และทีละ 100 การนับลดทีละ 2 ทีละ 10 และทีละ 100	5. เมื่อกำหนดจำนวนเริ่มต้นที่ศูนย์ ให้สามารถนับเพิ่มที่ละ 5 ที่ละ 10 และทีละ 100 และนำไปประยุกต์ได้ 6. เมื่อกำหนดจำนวนเริ่มต้นที่ศูนย์ให้สามารถนับลดทีละ 2 ทีละ 10 และทีละ 100 และนำไปประยุกต์ได้
	การบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับและศูนย์ 1. การบวกจำนวนที่มีผลบวกได้ไม่เกิน 1,000 2. การลบจำนวนที่มีตัวตั้งไม่เกิน 1,000 3. การคูณจำนวนที่มีหนึ่งหลักกับจำนวนที่มีหนึ่งหลัก 4. การคูณจำนวนที่มีหนึ่งหลักกับจำนวนที่มีสองหลัก 5. การหารที่ตัวตั้งไม่เกินสองหลักและตัวหารหนึ่งหลักโดยที่ผลหารมีหนึ่งหลัก 6. การบวก ลบ คูณ หารระคน	7. เมื่อกำหนด โจทย์การบวกที่มีผลบวกไม่เกิน 1,000 สามารถหาคำตอบพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้และแสดงวิธีทำได้ 8. เมื่อกำหนด โจทย์การบวกที่มีผลบวกไม่เกิน 1,000 สามารถวิเคราะห์โจทย์ หาคำตอบและแสดงวิธีทำพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้และแสดงวิธีทำได้ 9. เมื่อกำหนด โจทย์การลบที่มีตัวตั้งไม่เกิน 1,000 สามารถหาคำตอบและแสดงวิธีทำพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้และแสดงวิธีทำได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 1 (ต่อ)

สาระหลัก	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี
		10. เมื่อกำหนด โจทย์การลบที่มีตัวตั้งไม่เกิน 1,000 สามารถวิเคราะห์โจทย์ หาคำตอบและแสดงวิธีทำพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้และแสดงวิธีทำได้ 11. เมื่อกำหนด โจทย์การคูณจำนวนที่มีหนึ่งหลักกับจำนวนที่มีหนึ่งหลัก สามารถหาคำตอบพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ 12. เมื่อกำหนด โจทย์การคูณจำนวนที่มีหนึ่งหลักกับจำนวนที่มีสองหลัก สามารถหาคำตอบพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้และแสดงวิธีทำได้ 13. เมื่อกำหนด โจทย์การคูณจำนวนที่มีหนึ่งหลักกับจำนวนที่ไม่เกินสองหลัก สามารถวิเคราะห์โจทย์ หาคำตอบ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ 14. เมื่อกำหนด โจทย์การหารที่ตัวตั้งไม่เกินสองหลักและตัวหารหนึ่งหลัก โดยที่ผลหารมีหนึ่งหลัก 15. เมื่อกำหนดจำนวนให้สามารถบอกได้ว่าเป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 1 (ต่อ)

สาระหลัก	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี
		16. เมื่อกำหนดโจทย์การหารที่ตัวตั้งไม่เกินสองหลักและตัวหารมีหนึ่งหลักโดยที่ผลหารมีหนึ่งหลัก สามารถวิเคราะห์โจทย์ และหาคำตอบพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ 17. เมื่อกำหนด โจทย์การคูณจำนวนที่มีหนึ่งหลักกับจำนวนที่มีหนึ่งหลัก สามารถคำตอบพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ 18. เมื่อกำหนด โจทย์การคูณจำนวนที่มีหนึ่งหลักกับจำนวนที่มีสองหลัก ให้สามารถหาคำตอบพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้และแสดงวิธีทำได้ 19. เมื่อกำหนด โจทย์การคูณจำนวนที่มีหนึ่งหลักกับจำนวนที่ไม่เกินสองหลัก ให้สามารถวิเคราะห์โจทย์ หาคำตอบ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ 20. เมื่อกำหนด โจทย์การหารที่ตัวตั้งไม่เกินสองหลักและตัวหารหนึ่งหลักโดยที่ผลหารมีหนึ่งหลัก 21. เมื่อกำหนดจำนวนให้สามารถบอกได้ว่าเป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 1 (ต่อ)

สาระหลัก	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี
	1. โจทย์ปัญหาการบวก 2. โจทย์ปัญหาการลบ 3. โจทย์ปัญหาการคูณ 4. โจทย์ปัญหาการหาร 5. โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หาร ระคน	22. เมื่อกำหนดโจทย์การหารที่ตัวตั้งไม่เกินสองหลักและตัวหารมีหนึ่งหลักโดยที่ผลหารมีหนึ่งหลักให้สามารถวิเคราะห์โจทย์ และหาคำตอบพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ 23. เมื่อกำหนดโจทย์การบวก ลบ คูณ หารระคนสามารถวิเคราะห์โจทย์และหาคำตอบพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้
2. การวัด	**การวัดความยาว** 1.การวัดความยาวโดยใช้เครื่องมือวัดที่มีหน่วยมาตรฐานเป็นเมตรและเซนติเมตร 2.การเปรียบเทียบความยาวในหน่วยเดียวกัน	1. เมื่อกำหนดสถานการณ์สามารถสร้างโจทย์และโจทย์ปัญหาได้ 2. เมื่อกำหนดสิ่งต่าง ๆ สามารถวัดความยาวหรือความสูง โดยใช้เครื่องมือวัดที่มีหน่วยมาตรฐานและบอกความยาวหรือความสูงเป็นเมตรและเซนติเมตรได้ 3. เมื่อกำหนดเส้นทางระหว่างตำแหน่งสองตำแหน่ง สามารถวัดระยะทางโดยใช้เครื่องมือวัดที่มีหน่วยมาตรฐานและบอกระยะทางได้
	การวัดน้ำหนัก (การชั่ง) 1. การชั่งโดยใช้เครื่องชั่งที่มีหน่วยมาตรฐานเป็นกิโลกรัมและขีด 2. การเปรียบเทียบน้ำหนักในหน่วยเดียวกัน	4. เมื่อกำหนดสิ่งสองสิ่งหรือเส้นทางสองเส้นทาง สามารถเปรียบเทียบความยาวความสูงหรือระยะทางในหน่วยเดียวกันได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 1 (ต่อ)

สาระหลัก	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี
		5. เมื่อกำหนดสิ่งต่าง ๆ สามารถชั่งโดยใช้เครื่องชั่งที่มีหน่วยมาตรฐานเป็นกิโลกรัมและขีดได้สามารถเปรียบเทียบปริมาตรในหน่วยเดียวกันได้ 6. เมื่อกำหนดภาชนะสามารถหาความจุโดยการตวงและบอกความจุของภาชนะเป็นลิตรได้ 7. เมื่อกำหนดภาชนะสองขนาด สามารถเปรียบเทียบความจุในหน่วยเดียวกันได้ 8. เมื่อกำหนดสถานการณ์ที่เกี่ยวกับข้องกับการวัด (วัด ความยาว ชั่ง ตวง) สามารถวิเคราะห์สถานการณ์และหาคำตอบได้
	โจทย์ปัญหาและสถานการณ์ 1.สถานการณ์เกี่ยวการวัด การชั่ง การตวง เงิน และเวลา **เงิน** 1. การจำแนกชนิดของเงินเหรียญและธนบัตร 2. การบอกค่าของเงินเหรียญและธนบัตร 3. การเปรียบเทียบค่าของเงินและการแลกเงิน 4. การบอกจำนวนเงิน	9. เมื่อกำหนดเงินเหรียญและธนบัตรชนิดต่าง ๆ สามารถจำแนกและบอกค่าของเงินเหรียญและธนบัตรได้ เมื่อกำหนดเงินเหรียญและธนบัตรชนิดต่าง ๆให้ สามารถจำแนกและบอกเปรียบเทียบค่าของเงินและแลกเงินได้ 10. เมื่อกำหนดเงินเหรียญและธนบัตรให้จำนวนหนึ่ง สามารถบอกจำนวนเงินทั้งหมดได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 1 (ต่อ)

สาระหลัก	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี
		11. เมื่อกำหนดสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเงินให้ สามารถวิเคราะห์สถานการณ์และหาคำตอบได้
	3. การเปรียบเทียบค่าของเงินและการแลกเงิน	12. เมื่อกำหนดเงินเหรียญและธนบัตรชนิดต่าง ๆ ให้ สามารถจำแนกและบอกเปรียบเทียบค่าของเงินและแลกเงินได้
	4. การบอกจำนวนเงิน	
		13. เมื่อกำหนดเงินเหรียญและธนบัตรให้จำนวนหนึ่ง สามารถบอกจำนวนเงินทั้งหมดได้
		14. เมื่อกำหนดสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเงินให้ สามารถวิเคราะห์สถานการณ์และหาคำตอบได้
	เวลา	
	1. การบอกเวลาเป็นชั่วโมงกับนาที (ช่วง 5 นาที)	15. เมื่อกำหนดเวลาบนหน้าปัดนาฬิกา (ช่วง 5 นาที) ให้สามารถบอกเวลาได้
	2. เดือน อันดับที่ของเดือน และการอ่านปฏิทิน	16. เมื่อกำหนดวันที่ของแต่ละเดือนตามปฏิทินให้สามารถบอกได้ว่าวันที่นั้นตรงกับวันอะไร
		17. เมื่อกำหนดชื่อเดือนให้สามารถบอกอันดับที่ของเดือนได้และเมื่อกำหนดอันดับที่ของเดือนให้สามารถบอกชื่อเดือนได้
3. เรขาคณิต	รูปเรขาคณิต และสมบัติบางประการของรูปเรขาคณิต	1. เมื่อกำหนดรูปเรขาคณิตสองมิติให้สามารถบอกได้ว่าเป็นรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม หรือรูปวงรี
	1. รูปสามเหลี่ยม	
	2. รูปสี่เหลี่ยม	

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 1 (ต่อ)

สาระหลัก	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี
	3. รูปวงกลม 4. รูปวงรี 5. ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก 6. ทรงกลม 7. ทรงกระบอก	2. เมื่อกำหนดรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม และรูปวงรีให้ สามารถเขียนรูป โดยใช้แบบของรูปเรขาคณิตได้ 3. เมื่อกำหนดรูปเรขาคณิตสามมิติให้ สามารถบอกได้ว่าเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกลม หรือทรงกระบอก 4. เมื่อกำหนดรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกับทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกลม หรือทรงกระบอก และรูปวงกลมกับทรงกลมสามารถจำแนกระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติกับรูปเรขาคณิตสามมิติได้
4. พีชคณิต	**แบบรูปและความสัมพันธ์** 1. แบบรูปของจำนวนที่เพิ่มขึ้นทีละ 5 เพิ่มขึ้นทีละ 10 และเพิ่มขึ้นทีละ 100 2. แบบรูปของจำนวนที่ลดลงทีละ 2 ทีละ 10 และทีละ 100 3. แบบรูปของรูปเรขาคณิตและรูปอื่นๆที่สัมพันธ์กันในลักษณะของรูปร่างหรือ ขนาด หรือสี เช่น -	1. เมื่อกำหนดทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากให้ สามารถเขียนรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่เป็นหน้าต่าง ๆ ของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้นได้ 2. เมื่อกำหนดแบบรูปของจำนวนที่เพิ่มขึ้นทีละ 5 เพิ่มขึ้นทีละ 10 และเพิ่มขึ้นทีละ 100 ให้ สามารถบอกจำนวนต่อไปที่อยู่ในรูปแบบรูปที่กำหนดให้ และสามารถบอกความสัมพันธ์ได้ 3. เมื่อกำหนดแบบรูปของจำนวนที่ลดลงทีละ 2 ทีละ 10 และทีละ 100 ให้ สามารถบอกจำนวนต่อไปที่อยู่

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

วิทยาลัยพนัส งานวิจัย สำนักวิทยบริการฯ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

ตารางที่ 1 (ต่อ)

สาระหลัก	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี
		ในรูปแบบรูปที่กำหนดให้ และสามารถบอกความสัมพันธ์ได้
5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น	-	-
6. ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์	กิจกรรมเสริมทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ผ่านสาระการเรียนรู้ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต	1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาได้ 2. สามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ 3. สามารถอธิบายเหตุผลประกอบการหาคำตอบได้ 4. เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาให้สามารถแสดงในรูปประโยคสัญลักษณ์ได้ 5. สามารถเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น ๆ ได้ 6. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการทำงาน

จากการศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 1 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 สรุปได้ว่า การจัดการศึกษาตามหลักสูตรนี้มุ่งเน้นเพื่อเป็นพื้นฐานและเครื่องมือในการเรียนรู้สาระต่าง ๆ ตลอดจนพัฒนาความรู้ความสามารถของตนเอง มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่กำหนดไว้นี้ เป็นมาตรฐานที่จำเป็น

84358

สำหรับผู้เรียนทุกคน สำหรับสาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 สถานศึกษาสามารถปรับให้สอดคล้องตามความสามารถและความสนใจของผู้เรียนในแต่ละชั้นได้ จากการพิจารณาในสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 1 และสาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนได้ถูกกำหนดให้เรียนโจทย์ปัญหาและสถานการณ์ การบวก การลบ การคูณ การหาร การบวกลบคูณหารระคน การวัด การชั่ง การตวง และเงิน เพื่อสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

1.6 ทฤษฎีการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

การพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพนั้น มักมีการใช้ทฤษฎี หลักการ และโมเดลที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นกรอบแนวคิดในการพัฒนา ทฤษฎี หลักการ และโมเดลเหล่านั้นจึงมีความสำคัญต่อการเรียนรู้ในชั้นเรียน (ทิศนา แขมมณี. 2545 : 1-5)

1.6.1 ทฤษฎีการเรียนคณิตศาสตร์ของดีนส์ (Dienes's Theory of Mathematics Learning) แนวคิดของดีนส์ กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยกฎหรือหลัก 4 ข้อ ดังนี้

1) กฎของภาวะสมดุล (The Dynamic Principle) กฎนี้กล่าวไว้ว่า ความเข้าใจที่แท้จริงในมโนทัศน์ใหม่นั้นเป็นการพัฒนาการที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียน 3 ขั้น คือ

ขั้นที่หนึ่ง เป็นขั้นพื้นฐานที่ผู้เรียนประสบกับมโนทัศน์ในรูปแบบที่ไม่มีโครงสร้างใดๆ เช่น การที่เด็กเรียนรู้จากของเล่นชิ้นใหม่โดยการเล่นของเล่นนั้น

ขั้นที่สอง เป็นขั้นที่ผู้เรียนได้พบกับกิจกรรมที่มีโครงสร้างมากขึ้น ซึ่งเป็นโครงสร้างที่คล้ายคลึงกับโครงสร้างของมโนทัศน์ที่ผู้เรียนจะได้เรียน

ขั้นที่สาม เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่จะเห็นได้ถึงการนำมโนทัศน์เหล่านั้นไปใช้ในชีวิตประจำวันขั้นตอนทั้งสามเป็นกระบวนการที่ดีนส์เรียกว่า วัฏจักรการเรียนรู้ ซึ่งเป็นสิ่งที่เด็กจะต้องประสบในการเรียนรู้มโนทัศน์คณิตศาสตร์ใหม่ ๆ

2) กฎความหลากหลายของการรับรู้ (The Perceptual Variability Principle) กฎนี้เสนอแนะว่าการเรียนรู้มโนทัศน์จะมีประสิทธิภาพดีเมื่อผู้เรียนมีโอกาสรับรู้มโนทัศน์เดียวกันในหลาย ๆ รูปแบบ ผ่านบริบททางกายภาพ นั่นคือ การจัดสิ่งที่เป็นรูปธรรมที่หลากหลายให้ผู้เรียนเพื่อให้เข้าใจโครงสร้างทางมโนทัศน์เดียวกันนั้น จะช่วยในการได้มาซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนเป็นอย่างดี

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3) กฎความหลากหลายทางคณิตศาสตร์ (The Mathematical Variability Principle) กฎข้อนี้กล่าวว่า การอ้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หรือการนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ไปใช้ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้นถ้าตัวแปรที่ไม่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ เปลี่ยนไปอย่างเป็นระบบ ในขณะที่ไว้ซึ่งตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้น ๆ เช่น การสอนมโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ตัวแปรที่ควรเปลี่ยนไป คือ ขนานของมุม ความยาวของด้าน แต่สิ่งที่ควรจะคงไว้ คือ ลักษณะที่สำคัญของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่ต้องมีด้านทั้งสี่ด้าน และด้านตรงกันข้ามขนานกัน

4) กฎการสร้าง (The Constructivity Principle) กฎข้อนี้ให้ความสำคัญกับการสร้างความรู้ว่าผู้เรียนควรได้รับการพัฒนามโนทัศน์ จากประสบการณ์ในการสร้างความรู้ เพื่อก่อให้เกิดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญและมั่นคงจากพื้นฐานที่มั่นคงเหล่านี้ จะนำไปสู่การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ต่อไป ดีนส์และโกลดิง (Dienes & Golding. 1971) ให้ความเห็นว่าการสร้างความรู้ควรมาก่อนการวิเคราะห์เสมอ เพราะเป็นไปไม่ได้ที่มนุษย์จะวิเคราะห์ในสิ่งที่ตนไม่รู้ กฎข้อนี้เสนอแนะให้ผู้สอนจัดสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมนั้น และสามารถวิเคราะห์สิ่งที่สร้างนั้นต่อไปได้

1.6.2 ทฤษฎีการเรียนการสอนของบรูเนอร์ (Bruner's Theory of Instruction)

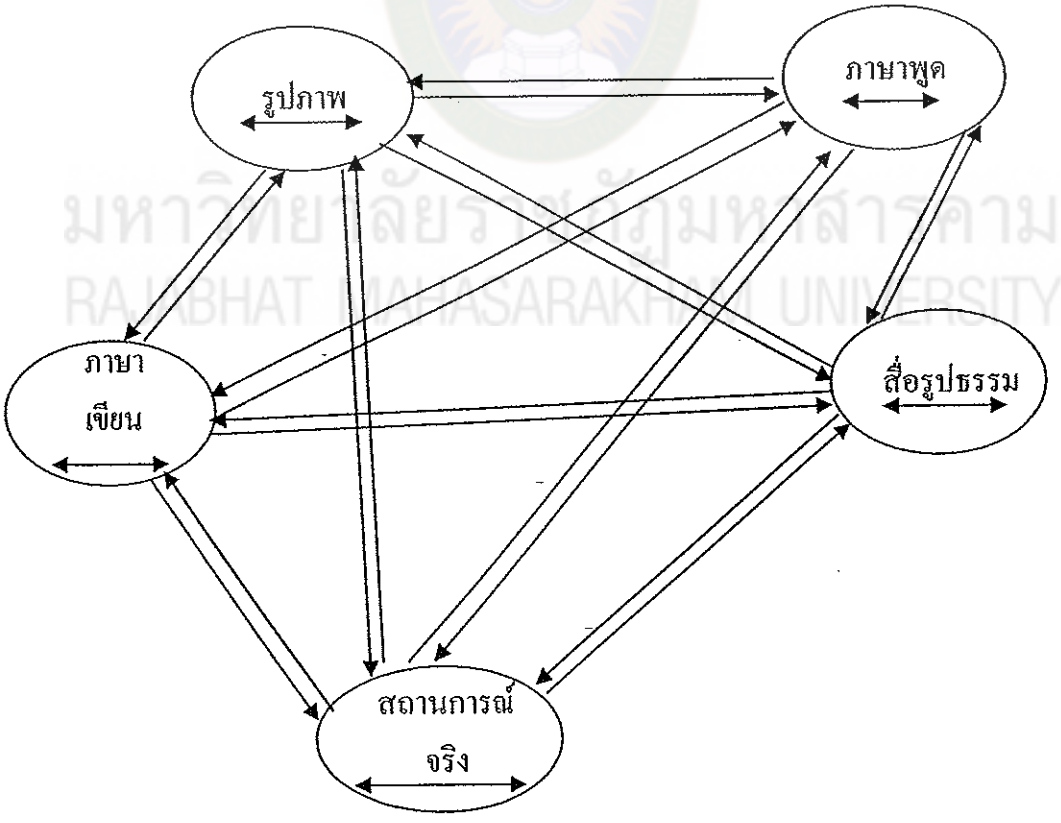
ทฤษฎีนี้เกี่ยวข้องโดยตรงกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยกล่าวถึงการเรียนการสอนที่ดีว่าต้องประกอบด้วยองค์ประกอบสำคัญ 3 ประการ คือโครงสร้างของเนื้อหาสาระ ความพร้อมที่จะเรียนรู้ การหยั่งรู้โดยการคะเนจากประสบการณ์อย่างมีหลักเกณฑ์และแรงจูงใจที่จะเรียนเนื้อหาใด ๆ บลูเนอร์ได้ให้ความสำคัญกับสมดุลระหว่างผลลัพธ์กับกระบวนการเรียนการสอน นอกจากนั้นยังให้แนวคิดว่ามนุษย์สามารถเรียนหรือคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ 3 ระดับ ดังนี้

1) ระดับที่มีประสบการณ์ตรงและสัมผัสได้ (Enactive Stage) เช่น ผู้เรียนรวมของ 4 ชิ้น กับของ 5 ชิ้น เพื่อเป็นของ 9 ชิ้น ซึ่งเป็นการสัมผัสกับสิ่งที่เป็นรูปธรรม

2) ระดับการใช้ภาพสื่อในการมองเห็น (Iconic Stage) เช่น การใช้รูปภาพไดอะแกรมฟิล์ม ที่เป็นสื่อทางสายตา ตัวอย่างการเรียนรู้ระดับนี้ เช่น ผู้เรียนดูรูปรถ 4 คัน ในภาพแรก ดูรูปรถ 5 คัน ในแผนภาพที่สอง และดูรูปรถ รวม 9 คัน ในแผนภาพที่สามซึ่งเป็นภาพรวมของรถในแผนภาพที่หนึ่งและแผนภาพที่สอง รถ 9 คัน ในที่นี้เกิดจากการที่ผู้สอนให้ผู้เรียนเรียนรู้ มิใช่เกิดจากตัวผู้เรียนเอง

3) ระดับการสร้างความสัมพันธ์และใช้สัญลักษณ์ (Symbolic Stage) ซึ่งเป็นระดับที่ผู้เรียนสามารถเขียนสัญลักษณ์แทนสิ่งที่เห็นในระดับที่สอง หรือสิ่งที่สัมผัสในระดับที่หนึ่งได้ เช่น การเขียน 5+4 = 9 เป็นสัญลักษณ์แทนภาพในระดับสอง

แนวคิดของบรูเนอร์ปรากฏในผลงานของเลช (Lesh) ซึ่งเป็นที่รู้จักกันดีในนามของโมเดลของเลช เลชใช้แนวคิดข้างต้นของบลูเนอร์ในการสร้างโมเดลที่แสดงว่า ผู้เรียนสามารถใช้วิธีแสดงความคิดเห็นทางคณิตศาสตร์ในหลาย ๆ รูปแบบ เช่น จากความรู้ที่เกิดจากการใช้สื่อรูปธรรม สามารถแสดงความรู้นั้นในรูปของรูปภาพ ภาษาเขียน ภาษาพูด และสถานการณ์จริงได้ โมเดลนี้ทำให้เกิดการพัฒนาด้านอื่น ๆ ที่ผู้สอนควรคำนึงถึง เช่น การที่ผู้เรียนได้พูดและได้เขียนมากขึ้น การได้พูดและเขียนเป็นการเปลี่ยนวิธีแสดงความคิดเห็นที่สะท้อนถึงความเข้าใจของผู้เรียน ตามโมเดลที่เลชได้เสนอนั้น ผู้สอนสามารถประเมินความเข้าใจของผู้เรียนได้จากการดูว่า ผู้เรียนสามารถเปลี่ยนความเข้าใจจากรูปแบบหนึ่งไปเป็นอีกรูปแบบหนึ่งได้หรือไม่ เช่น ถ้าผู้เรียนสามารถเขียนสิ่งที่ตนอธิบายให้เพื่อนฟังเป็นภาษาเขียนได้ แสดงว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในสิ่งที่พูด เนื่องจากเปลี่ยนภาษาพูดเป็นภาษาเขียนได้ โมเดลการเปลี่ยนของเลชมีรายละเอียดดังแผนภาพที่ 1



แผนภาพที่ 1 โมเดลของเลช (Lesh's Model)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1.6.3 ทฤษฎีการเรียนรู้ของกานเย (Gagne's Theory of Learning)

ทฤษฎีการเรียนรู้ของกานเยมีสาระสำคัญเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากกานเยใช้คณิตศาสตร์เป็นสื่อสำหรับการใช้ทฤษฎีของเขาอธิบายการเรียนรู้ กานเยจำแนกสาระในการเรียนคณิตศาสตร์เป็น 4 ประเภท คือ

1) ข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Fact) เป็นข้อเท็จจริงที่พบในทางคณิตศาสตร์ เช่น ตัวเลขสาม (3) เป็นสัญลักษณ์จำนวนหรือของสามสิ่ง เครื่องหมายลบ (-) เป็นสัญลักษณ์สำหรับการดำเนินการหักออกหรือลดลง

2) ทักษะทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Skills) เป็นการกระทำตามขั้นตอนการทำงานที่ผู้เรียนทำความถูกต้องและรวดเร็ว ทักษะเฉพาะใด ๆ อาจถูกนิยามได้จากกฎหรือลำดับขั้นตอนการทำงานที่เรียกว่า ขั้นตอนหรือวิธีการ

3) มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concept) เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ทางความท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับลักษณะของสามเหลี่ยม เป็นต้น

4) กฎหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Principle) เป็นขั้นตอนในมโนทัศน์หรือความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ต่าง ๆ เช่น รูปสามเหลี่ยมสองรูปจะคล้ายกันก็ต่อเมื่อรูปสามเหลี่ยมสองรูปมีด้านสองด้านเท่ากัน และมุมระหว่างด้านคู่ที่เท่ากันนั้นเท่ากันด้วย

กานเย แบ่งการเรียนรู้ออกเป็น 8 ประเภท คือ

1. การเรียนสัญญาณ (Signal Learning)
2. การเรียนสิ่งเร้าการตอบสนอง (Stimulus - Response Learning)
3. การเรียนแบบลูกโซ่ (Chaining)
4. การเรียนโดยการใช้ความสัมพันธ์ทางภาษา (Verbal Association)
5. การเรียนแบบจำแนกความแตกต่าง (Discrimination Learning)
6. การเรียนมโนทัศน์ (Concept Learning)
7. การเรียนกฎ (Rule Learning)
8. การเรียนการแก้ปัญหา (Problem Learning)

กานเย เชื่อว่าการเรียนรู้ทั้ง 8 ประเภทข้างต้น เกิดขึ้นในผู้เรียนเป็นลำดับ 4 ขั้นตอนดังนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1. ขั้นรับหรือจับใจความ (Apprehending Phase) เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนตระหนักถึงสิ่งเร้าที่ตนเองประสบ ทำให้รู้ลักษณะของสิ่งเร้านั้น ซึ่งผู้เรียนแต่ละคนอาจรับรู้ในสิ่งเดียวกันแตกต่างกัน การเรียนในขั้นนี้จึงสามารถใช้อธิบายว่า เพราะเหตุใดเมื่อผู้สอนสอนสิ่งเดียวกัน นักเรียนจึงตีความสิ่งนั้นแตกต่างกัน

2. ขั้นได้มาซึ่งความรู้ (Acquisition Phase) เป็นขั้นที่ผู้เรียนรับและครอบครองความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง ทักษะ มโนทัศน์ และกฎหรือหลักการ ที่ตนเรียนภายหลังได้สัมผัสกับสิ่งเร้าในขั้นที่หนึ่ง

3. ขั้นการจัดเก็บความรู้ (Storage Phase) เป็นขั้นที่ผู้เรียนจำหรือจัดเก็บสิ่งที่เรียนรู้มาเป็นความจำ ซึ่งมี 2 ชนิด คือ ความจำระยะสั้น และคือ ความจำระยะยาว

4. ขั้นการการระลึกหรือดึงความรู้มาใช้ (Retrieval Phase) เป็นขั้นที่ผู้เรียนระลึกถึงหรือดึงข้อมูลเก็บไว้ในความทรงจำออกมา ซึ่งขั้นตอนนี้มีความซับซ้อนทางสมองมากกว่าขั้นตอนอื่น ๆ

1.6.4 ทฤษฎีพัฒนาการของเปียเจต์ (Piaget)

ครูสอนคณิตศาสตร์จะปรับปรุงประสิทธิภาพการสอนได้ดี ถ้าเข้าใจพัฒนาการของเด็ก โดยเฉพาะทฤษฎีพัฒนาการของเปียเจต์ ซึ่งแสดงให้เห็นถึงการเจริญเติบโต และพัฒนาการ โดยผ่านขั้นตอนต่าง ๆ ทฤษฎีพัฒนาการของเปียเจต์แสดงให้เห็นถึงพัฒนาการทางสติปัญญา (Cognitive) ทัศนคติ (Affective) และทางกายภาพ (Physical) อีกด้วย และย้ำว่าวุฒิภาวะทางกายภาพ จะมีอิทธิพลอย่างใหญ่หลวงต่อความเจริญงอกงามทางสติปัญญาและทัศนคติ (สมทรง สุวพานิช. 2549 : 164-166)

เปียเจต์ได้แบ่งพัฒนาการทางสติปัญญาออกเป็น 4 ขั้น

1) ขั้นพัฒนาการด้านประสาทสัมผัส (Sensorimotor Peroid)

2) ขั้นเตรียมสำหรับความคิดที่มีเหตุผล (Preoperation Peroid)

3) ขั้นการคิดอย่างมีเหตุผลเชิงรูปธรรม (Concrete Operational Peroid)

4) ขั้นการคิดอย่างมีเหตุผลเชิงนามธรรม (Formal Operational Peroid)

1) ขั้นพัฒนาการด้านประสาทสัมผัส (ตั้งแต่เกิด – 2 ปี) ในขั้นนี้สติปัญญาและความคิดของเด็กแสดงออกโดยการกระทำต่อสภาพแวดล้อม ซึ่งการกระทำนี้จะเกิดจากการรับรู้โดยการใช้ประสาทสัมผัสที่เกี่ยวกับการเคลื่อน ไหวเป็นส่วนใหญ่ เช่น การไขว่คว้า การดูด การมอง พฤติกรรมที่แสดงออกมาเป็นไปในลักษณะปฏิกิริยาสะท้อน มีพฤติกรรมน้อยมากที่แสดงออกถึงความเข้าใจ เพราะเด็กยังไม่สามารถแยกตนเองออกจากสิ่งแวดล้อมได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ความคิดของเด็กถูกจำกัดด้วยประสบการณ์ทางประสาทสัมผัสดังนั้นในระยะนี้เด็กยังไม่สามารถพูด ใช้ภาษา หรือสัญลักษณ์ต่าง ๆ ได้ แต่อย่างไรก็ตามเด็กในช่วงนี้มีการกระทำและพยายามทำความเข้าใจโลกรอบตัวเขา การกระทำครั้งแรกจะเป็นไปโดยบังเอิญ ต่อไปจะเป็นการกระทำที่มีการวางแผนและเป็นไปตามประสบการณ์ของตน

2) ขั้นเตรียมสำหรับความคิดที่มีเหตุผล (อายุ 2 – 7 ปี) เป็นขั้นที่เด็กมีพัฒนาการทางด้านภาษาและความคิดอย่างรวดเร็ว เด็กสามารถใช้ภาษาบอกสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่รอบตัวได้ จากการรู้จักชื่อวัตถุ เด็กจะเริ่มเกิดความคิด รวบยอดเกี่ยวกับความเหมือนกัน ใหญ่กว่ามากกว่า แก่กว่า แต่เป็นความคิดรวบยอดที่อยู่ในภาวะที่รับรู้ตามประสบการณ์การรับรู้ด้วยประสาทสัมผัสมากกว่าความคิดเชิงเหตุผล ทั้งนี้เพราะเด็กวัยนี้จะยึดตัวเองเป็นศูนย์กลางการคิดแก้ปัญหาของเด็กจะไม่คำนึงถึงเหตุผลที่แท้จริงหรือการเปลี่ยนแปลงของวัตถุ แต่มุ่งความสนใจในลักษณะของการรับรู้สิ่งที่ตนเห็นเป็นสำคัญ

3) ขั้นการคิดอย่างมีเหตุผลเชิงรูปธรรม (อายุ 7 – 11 ปี) พัฒนาการทางความคิดของเด็กในวัยนี้เริ่มเข้ารูปเข้ารอย คือเริ่มมีความสามารถแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผลและเป็นระบบ โดยที่ปัญหาจะต้องมีลักษณะเป็นรูปธรรม คือเป็นสิ่งที่สามารถจับต้องหรือสัมผัสได้ สามารถเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องความคงตัวของสิ่งต่าง ๆ (Conservation) มีความสามารถในการคิดย้อนกลับ (Reversibility) การที่เด็กได้เรียนรู้ประสบการณ์เชิงรูปธรรมจากวัตถุ จะทำให้มีความคิด ความเข้าใจในเชิงคณิตศาสตร์ คือมีความเข้าใจในเรื่องการจำแนก การจัดลำดับ การนับ การวัด และอื่น ๆ โดยสามารถมองวัตถุได้ถึงสองลักษณะในเวลาเดียวกัน คือ สามารถคิดถึงขนาดและน้ำหนัก หรือขนาดและปริมาตรไปพร้อม ๆ กันได้

4) ขั้นการคิดอย่างมีเหตุผลเชิงนามธรรม (อายุ 12 ปี ขึ้นไป) เป็นขั้นที่เด็กเริ่มเข้าสู่วัยรุ่นและเป็นผู้ใหญ่ เด็กวัยนี้จะมีพัฒนาการทางด้านสติปัญญาและความคิดขั้นสูงสุด คือ สามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เป็นนามธรรม โดยใช้การคิดหาเหตุผลอย่างแท้จริง เริ่มมีความคิดแบบผู้ใหญ่ คือ สามารถคิดหาเหตุผลนอกเหนือจากข้อมูลที่มีอยู่ มีความพอใจที่จะคิดถึงสิ่งที่ไม่มีตัวตนหรือสิ่งที่เป็นนามธรรม มีลักษณะการคิดแบบตั้งสมมติฐาน

2. โจทย์ปัญหาและรูปแบบการสร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่สำคัญอันหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาความคิดของนักเรียนและพัฒนาทักษะพื้นฐานที่จำเป็นในการแก้ปัญหา ตลอดจนรู้จักปัญหาในสถานการณ์จริงในชีวิต ดังนั้นเพื่อทำให้เกิดความเข้าใจในโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จึงควรศึกษา

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา RAJABHAT PHRANAKHONSRIAYUTTHAYA UNIVERSITY

ความหมาย ประเภท รูปแบบ รูปแบบและลักษณะของโจทย์ปัญหา การบวก และ การลบ และรูปแบบการสร้างโจทย์ปัญหา ดังรายละเอียดแต่ละหัวข้อต่อไปนี้

2.1 ความหมายของปัญหา (Problem) ได้มีผู้แสดงทัศนะไว้มากมายดังนี้

ครูลิค และรุดนิค (Krulik and Rudnick. 1988 : 2) ให้ความหมายว่าปัญหาเป็นสถานการณ์อาจเป็นเชิงปริมาณหรือด้านอื่น ซึ่งคนหนึ่งๆ หรือกลุ่มคนเผชิญอยู่และต้องอาศัยความตั้งใจมั่นคงในการหาทางแก้ปัญหาและต้องไม่เคยเห็นวิธีการหรือแนวทางแก้ปัญหาที่ชัดเจนนั้นมาก่อน

รีด (Rays. 1984 : 6) กล่าวว่าปัญหานั้นจะเกี่ยวข้องกับสถานการณ์ที่คนคนหนึ่งต้องการบางสิ่งบางอย่างและในขณะนั้นเขาไม่รู้ว่าต้องทำอย่างไร

เบิร์น (Burns. 1984 : 6) กล่าวว่าปัญหาเป็นสถานการณ์ซึ่งคนค้นหาจุดหมายบางอย่าง แต่การกระทำอันเหมาะสมในการค้นหานั้นยังไม่เกิดขึ้นในทันที ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต้องกระทำทางคณิตศาสตร์, ความคิดรวบยอด หรือกระบวนการเพื่อที่จะไปถึงจุดหมายนั้น

โพลยา (Polya. 1962 : 117) กล่าวว่าปัญหา หมายถึง การแสวงหาวิธีที่เหมาะสม ทำความเข้าใจกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งให้ชัดเจน แต่วิธีการนั้นไม่ได้มาจากการค้นพบในทันทีทันใด แต่ต้องอาศัยความพยายามในการแสวงหา ดังนั้นการแก้ปัญหาคือ การค้นพบวิธีการที่จะปฏิบัติให้เหมาะสมกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นนั้นๆ ได้

บรูนี (Bruni. 1982 : 10) กล่าวว่าปัญหาคือ สิ่งที่เกี่ยวข้องกับคำถามหรือสถานการณ์ที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใดจะต้องใช้ความพยายามในการเลือกใช้ความรู้ และทักษะเดิมให้เหมาะสมมาใช้แก้ปัญหานั้น

จากความหมายของปัญหาที่นักคณิตศาสตร์ศึกษาได้ให้นิยามไว้แล้วนั้น พอที่จะสรุปลักษณะของปัญหาได้ดังนี้

1. ปัญหาในรูปสถานการณ์ซึ่งอาจเป็นในเชิงปริมาณ
2. ปัญหาในรูปคำถาม
3. ปัญหาขึ้นอยู่กับบุคคล
4. ปัญหานั้นมาสามารถจะแก้ได้โดยวิธีการง่าย ๆ และทันทีต้องใช้ความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ ทักษะต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้
5. ปัญหาต้องใช้เวลาในการค้นหาผลลัพธ์ ปัญหาคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อเขาเกิดคำถามเชิงปริมาณที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ในขณะนั้น

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ครูลิค และรุดนิค (Krulik and Rudnick. 1988 : 2) ได้ให้ความหมายของแบบฝึกหัด (Exercise) และปัญหา (Problem) ว่ามีความหมายแตกต่างกันดังนี้ แบบฝึกหัด (Exercise) เป็นสถานการณ์ที่รวมถึงการฝึกหัดและการปฏิบัติเพื่อส่งเสริมทักษะหรือแนวคิดที่ได้เรียนมา การทำแบบฝึกหัดนั้นต้องค้นหาแนววิธีที่ถูกต้องแล้วใช้แก้ปัญหา ปัญหา (Problem) เป็นสถานการณ์หรือคำถามเชิงปริมาณซึ่งอาศัยความคิดและการสังเคราะห์สิ่งที่ได้เรียนมาก่อนมาประยุกต์ใช้โดยที่มีแนววิธีในการแก้ปัญหา ปัญหาใดจะเป็นปัญหาที่แท้จริงหรือเป็นเพียงแบบฝึกหัดนั้น ขึ้นอยู่กับบุคคลที่เผชิญกับมัน ปัญหาที่เป็นปัญหาสำหรับคน ๆ หนึ่ง อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกคนหนึ่งก็ได้ ปัญหาในวันนี้อาจจะไม่เป็นปัญหาอีกต่อไปในวันพรุ่งนี้ก็ได้เช่นเดียวกัน

2.2 ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักวิชาการที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาคณิตศาสตร์ ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ดูอิคแซงค์ และเซฟฟิลด์ (Cruikshank Douglas E. and Sheffield Linda J. , 1980 : 37) ได้กล่าวถึงโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้สรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่มีเนื้อหาสาระเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ โดยที่บางปัญหาเป็นปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลข และสามารถหาคำตอบได้โดยใช้ในการให้เหตุผลทางด้านตรรกศาสตร์

อดัมส์ (Adams. 1997 : 176) ได้กล่าวว่า ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ว่า "โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง ปัญหาที่มีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหา โจทย์เรื่องราว หรือโจทย์เชิงสนทนาจะบอกลักษณะของปัญหาด้วยข้อความ หรือข้อความประกอบกับปริมาณหรือจำนวน"

สุวร กาญจนมยูร (2534 : 9) ได้กล่าวว่า "โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์" หมายถึง โจทย์ปัญหาที่มีลักษณะของข้อความที่เขียนเป็นตัวหนังสือ หรืออยู่ในลักษณะของคำทายที่ให้นักเรียนหาคำตอบ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 62-74) ได้กล่าวถึงความหมายของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวนหรือคำอธิบายให้เหตุผล

2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องอาศัยทักษะและประสบการณ์หลายอย่างมาประมวลเข้าด้วยกันเพื่อหาคำตอบ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับผู้แก้ปัญหาและเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลอื่น ปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นในปัจจุบัน

ยุพิน พิพิธกุล (2545 : 5) ได้กล่าวว่า "โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์" หมายถึง โจทย์ปัญหาที่มีลักษณะให้ค้นหาความจริง ข้อสรุป โดยอาศัยเหตุผล และโจทย์ปัญหาที่มีเนื้อหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่าง ๆ มาใช้ในการหาคำตอบโดยใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ หรือข้อความเชิงบรรยาย เกี่ยวกับจำนวนหรือปริมาณ ซึ่งไม่ได้แสดงเครื่องหมายการกระทำทางคณิตศาสตร์ให้เห็น ผู้ตอบไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องใช้ความพยายามอย่างเป็นกระบวนการจึงจะได้คำตอบ

2.3 ประเภทของปัญหาและโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

2.3.1 ประเภทของปัญหา

การจัดประเภทของปัญหาโดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาได้ว่า เมื่อแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามจุดประสงค์ของปัญหาสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ

1) ปัญหาให้ค้นหาคำตอบ เป็นโจทย์ปัญหาระดับประถมศึกษา ที่มีจุดประสงค์ให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการอาจเป็นโจทย์ปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือเชิงปฏิบัติอาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม เช่น การหาผลบวก ผลต่าง หรือผลหารของจำนวน ซึ่งมีส่วนประกอบ 3 ส่วน คือ

(1) สิ่งที่โจทย์ต้องการคำตอบ

(2) สิ่งที่กำหนดให้มา

(3) เงื่อนไข

2) ปัญหาที่ให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่แสดงอย่างสมเหตุสมผล ว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ ส่วนประกอบของปัญหาลักษณะนี้มี 2 ส่วน คือ

(1) สมมุติฐานหรือสิ่งที่กำหนด

(2) ผลสรุปหรือสิ่งที่ต้องพิสูจน์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

การแยกส่วนประกอบของปัญหาออกเป็นส่วน ๆ ทำให้ผู้แก้ปัญหาเข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้นและสามารถกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา หรือการพิสูจน์ได้รวดเร็ว โพลยา (Polya. 1962 : 154-156)

2.3.2 ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

แอชล็อกและคณะ และ ชาร์ลส์ (สมทรง สุวพานิช.2544 : 15 อ้างอิงมาจาก Ashlock and Others.1983 : 239 Charles. 1987 : 18) ได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ ดังนี้

1. ปัญหาอยู่ในหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ทั่วไป (Textbook Problems) เป็นปัญหาที่มุ่งพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับการกระทำเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ อันได้แก่ การบวก การลบ การคูณ และการหาร เพื่อให้นักเรียนสามารถประยุกต์หรือนำความรู้เกี่ยวกับการกระทำเหล่านี้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ซึ่งปัญหาเหล่านี้อาจเสนอในรูปของ รูปภาพหรือแผนภาพ วลีหรือประโยคสั้น ๆ เป็นข้อความหรือเรื่องสั้น ๆ หรือผสมผสานกันหลายรูปแบบในระดับต้น ๆ เช่น ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 – 2 ปัญหาอาจอยู่ในรูปแผนภาพหรือรูปภาพ รูปภาพหรือแผนภาพประกอบคำพูด หรือข้อความหรือประโยคสั้น ๆ ในระดับกลาง เช่น ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 – 4 รูปภาพหรือแผนภาพจะลดน้อยลง แต่ปัญหาในรูปเป็นเรื่องราวและสถานการณ์ หรือข้อความจะมีมากขึ้น แต่จะอยู่ในรูปวลีหรือประโยคสั้น ๆ ง่าย ๆ แต่ในระดับประถมศึกษาตอนปลาย มักจะออกมาในรูปของเรื่องราวบรรยายสถานการณ์เต็มรูปแบบ

2. ปัญหาเน้นขบวนการแก้ปัญหา (Process Problems) ปัญหาในแบบเรียนระดับประถมศึกษาเน้นการประยุกต์การกระทำเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน แต่ปัญหาชนิดนี้ จะเน้นที่เทคนิคหรือกลวิธีในการแก้ปัญหา เน้นขบวนการแก้ปัญหามากกว่าผลลัพธ์ หรือคำตอบของปัญหา มุ่งพัฒนาและฝึกกลวิธีในการแก้ปัญหาเป็นสำคัญ โดยการจัดโอกาสให้นักเรียนได้คิดค้นวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเองหรือโดยความร่วมมือของเพื่อนในกลุ่มเพื่อสร้างความมั่นใจในการแก้ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2544 : 29) ได้แบ่งการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การแก้ปัญหาที่พบเห็นโดยทั่วไปหรือโจทย์ปัญหา เป็นปัญหาที่นักเรียนมีคนคุ้นเคยมีโครงสร้างที่ไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับโครงสร้าง

2. การแก้ปัญหาที่ไม่เคยพบเห็นมาก่อน ปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย มีโครงสร้างซับซ้อนแก่ผู้แก้ปัญหา ต้องประมวลความรู้ ความคิดรวบยอด และหลักการต่าง ๆ มาแก้ปัญหา ซึ่งแบ่งออกได้อีก 2 ชนิด คือ

2.1 ปัญหากระบวนการ(Process Problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้กระบวนการคิดอย่าง มีลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

2.2 การคิดในรูปเชิงปริศนา (Puzzle Problems) เป็นปัญหาที่ท้าทายและให้ความสนุกสนาน ทำให้นักเรียนได้มีโอกาสทดลองเล่นอาจเป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นันทนาการ ปัญหาลักษณะนี้ทำให้มองเห็นความยืดหยุ่นของความคิด การคาดเดา การมองปัญหาในหลายลักษณะ

นักคณิตศาสตร์ได้จัดประเภทของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกได้หลายลักษณะด้วยเกณฑ์ในการจัดที่แตกต่างกันออกไป แต่อย่างไรก็ตาม ไม่ว่าจะจัดประเภทของโจทย์ปัญหาด้วยเกณฑ์ใดก็ตาม โจทย์ปัญหาเหล่านั้นล้วนแต่ช่วยฝึกฝนและทำให้นักเรียนรู้จักคิดแก้ปัญหา และเป็นสิ่งที่นักเรียนจะต้องพบเจอในชีวิตจริง จึงอาจสรุปโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทคือ 1) โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบจำลอง เป็นโจทย์ปัญหาที่สมมุติขึ้นแล้วให้นักเรียนหาทางแก้ปัญหา หรือหาคำตอบ ซึ่งจะพบในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ 2) โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เป็นปัญหาที่ผู้เรียนประสบและต้องใช้ความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้าไปแก้ปัญหาหรือหาคำตอบ เช่น ดอกเบี้ย การซื้อขาย กำไร- ขาดทุน เวลา ปริมาตร น้ำหนัก ความยาวหรือระยะทาง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.4 รูปแบบและลักษณะของโจทย์ปัญหาการบวก และ การลบ

2.4.1 รูปแบบของโจทย์ปัญหาการบวก การลบ

สมทรง สุวพานิช (2544 : 17) อ้างอิงมาจาก ริเอล เซล (Riedesel. 1990 : 92) ได้จัดรูปแบบของโจทย์ปัญหามีลักษณะ ดังนี้

1. รูปแบบของโจทย์ปัญหาการบวก (เรียงลำดับง่ายไปหายาก)

1.1 เอมีตุ๊กตาตัวใหญ่ 3 ตัว ตัวเล็ก 2 ตัว เอมีตุ๊กตาทั้งหมดกี่ตัว (Part-Part-Whole)

1.2 นะมีสมุด 3 เล่ม ซื้อมาอีก 2 เล่ม นะมีสมุดกี่เล่ม (Joining)

1.3 หนูดีมีเงิน 5 บาท อ้อมมีมากกว่าหนูดี 3 บาท อ้อมมีเงินกี่บาท (Comparison)

1.4 บีให้เงินน้องไป 3 บาท แต่ยังเหลืออีก 5 บาท เดิมบีมีเงินกี่บาท

(Complementary Subtraction)

2. รูปแบบของโจทย์ปัญหาการลบ (เรียงลำดับง่ายไปหายาก)

2.1 น้อยมีลูกหิน 5 ลูกทำหาย 3 ลูก เหลือลูกหินกี่ลูก (Separating)

2.2 นะมีเงิน 7 บาท เอมีเงิน 3 บาท (Comparison)

2.3 หนูดีมีเงินน้อยกว่าบอลกี่บาท

2.4 สองคนมีเงินต่างกันกี่บาท

2.5 วารีมีกระเป๋าถือ 5 ใบ ใบใหญ่ 3 ใบ ที่เหลือเป็นใบเล็ก วารีมีกระเป๋าใบเล็กกี่ใบ (Part-Part-Whole with Missing Addend)

2.6 ธนามีเงิน 3 บาทต้องการซื้อปากการาคา 15 บาท ธนาขาดเงินกี่บาท (Joining with Missing Addend)

2.7 ลัดดามีเงินอยู่จำนวนหนึ่ง พ่อให้อีก 5 บาท ทำให้ลัดดามีเงิน 17 บาท เดิมลัดดามีเงินกี่บาท (Complementary Addition)

2.8 ตลอดวันนี้น้อยใช้เงินไป 15 บาท ตอนเช้าใช้ไป 8 บาท ตอนบ่ายน้อยใช้เงินไปกี่บาท (Vector Subtraction)

2.4.2 ลักษณะของโจทย์ปัญหาการบวก และการลบ

รอมเบิร์ก และ คอลลิส (Romberg and Collis. 1987: 5-7) ได้จำแนกลักษณะของโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับการบวกและการลบได้ 4 ลักษณะ ดังนี้

1. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลง (Change)
2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการรวมหมู่ (Combine)
3. ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบ (Compare)
4. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเท่ากัน (Equalize)

1. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลง (Change) เป็นโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการกระทำหรือพฤติกรรม แบ่งได้เป็น 2 ชนิด ดังนี้

1.1 โจทย์ปัญหาการเปลี่ยนแปลงแบบรวมเข้า (Change Join Problem) เป็นพฤติกรรมที่บ่งถึงการเพิ่มปริมาณขึ้นจากจำนวนเดิมที่มีอยู่

1.2 โจทย์ปัญหาการเปลี่ยนแปลงแบบนำออก (Change Separate) เป็นพฤติกรรมที่บ่งถึงการนำปริมาณออกจากจำนวนเดิมที่มีอยู่ ปัญหาทั้ง 2 ชนิดข้างต้นได้แยกเป็น 3 ลักษณะ ดังนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ลักษณะที่ 1 การกำหนดปริมาณที่มีอยู่เดิมและกำหนดจำนวนที่จะให้มีการเปลี่ยนแปลง ผลของการเปลี่ยนแปลง คือ คำตอบ เช่น

ตัวอย่างที่ 1 รุ้งมีสมุด 5 เล่ม แยมให้อีก 8 เล่ม รุ้งจะมีสมุดทั้งหมดเท่าใด (แบบรวมเข้า)

ตัวอย่างที่ 2 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม ให้แยม 8 เล่ม รุ้งจะมีสมุดกี่เล่ม(แบบนำออก)

ลักษณะที่ 2 กำหนดปริมาณที่มีอยู่เดิมและผลของการการเปลี่ยนแปลง เช่น

ตัวอย่างที่ 1 รุ้งมีสมุด 5 เล่ม รุ้งจะต้องหามาเพิ่มอีกเท่าใด จึงจะมีสมุดรวมทั้งสิ้น 13 เล่ม (แบบรวมเข้า)

ตัวอย่างที่ 2 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม หลังจากให้สมุดแยมไปแล้ว รุ้งเหลือสมุด 8 เล่ม อยากทราบว่ารุ้งให้สมุดแยมไปกี่เล่ม (แบบนำออก)

ลักษณะที่ 3 ให้หาปริมาณเดิมที่มีอยู่ เช่น

ตัวอย่างที่ 1 รุ้งมีสมุดจำนวนหนึ่ง แยมให้อีก 8 เล่ม รุ้งมีสมุดรวมทั้งสิ้น 13 เล่ม อยากทราบว่าเดิมแดงมีสมุดกี่เล่ม (แบบรวมเข้า)

ตัวอย่างที่ 2 รุ้งมีสมุดจำนวนหนึ่ง ให้แยม 8 เล่ม ขณะนี้รุ้งเหลือสมุด 5 เล่ม อยากทราบว่าเดิมรุ้งมีสมุดกี่เล่ม (แบบนำออก)

2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการรวมกลุ่ม (Combine) เป็นความสัมพันธ์ระหว่างเซตย่อย 2 เซตใหญ่ซึ่งเกิดจากเซตย่อย 2 เซต ที่กำหนดให้รวมกัน ซึ่งจำแนกได้ 2 ชนิด ดังนี้

2.1 กำหนดขนาดของเซตย่อย 2 เซต ให้หาขนาดของเซตใหญ่ที่เกิดจากเซตย่อย 2 เซต รวมกัน เช่น

ตัวอย่างที่ 1 รุ้งมีสมุดปกอ่อน 5 เล่ม และสมุดปกแข็ง 8 อยากทราบว่าแดงมีสมุดกี่เล่ม

2.2 กำหนดเซตย่อย 1 เซต และขนาดของเซตใหญ่ที่เกิดจากเซตย่อย 2 เซต รวมกัน ให้หาขนาดของเซตอีกเซตหนึ่ง

ตัวอย่างที่ 2 รุ้งมีสมุดทั้งหมด 13 เล่ม เป็นสมุดปกอ่อน 5 เล่ม อยากทราบว่ารุ้งมีสมุดปกแข็งกี่เล่ม

3. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบ (Compare) เป็นการเปรียบเทียบ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ระหว่างเซตย่อย 2 เซต เมื่อเซต 2 เซต ได้ถูกนำมาเปรียบเทียบกัน เซตหนึ่งจะเรียกว่าเซตอ้างอิง (Referent Set) และอีกเซตหนึ่งจะเรียกว่า เซตเปรียบเทียบ (Compared Set) ผลที่ได้คือความแตกต่างซึ่งอาจจะมากกว่าหรือน้อยกว่า โจทย์ปัญหาประเภทนี้ตัวไม่ทราบค่า ซึ่งเป็นสิ่งที่โจทย์ให้หาอาจจะเป็นความแตกต่าง ๆ หรือเซตเปรียบเทียบ หรือเซตอ้างอิง เช่น

3.1 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม แยมมีสมุด 8 เล่ม อยากทราบว่ารุ้งมีสมุดมากกว่าแยมกี่เล่ม

3.2 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม แยมมีสมุด 8 เล่ม อยากทราบว่ารุ้งมีสมุดน้อยกว่าแยมกี่เล่ม

3.3 แยมมีสมุด 8 เล่ม รุ้งมีสมุดมากกว่าแยม 5 เล่ม อยากทราบว่ารุ้งมีสมุดกี่เล่ม

3.4 ว่านมีสมุด 8 เล่ม น้ำมีสมุดมากกว่าว่าน 5 เล่ม อยากทราบว่าน้ำมีสมุดกี่เล่ม

3.5 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม เขามีมากกว่าแยม 5 เล่ม อยากทราบว่าแยมมีสมุดกี่เล่ม

3.6 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม แยมมีสมุดน้อยกว่ารุ้ง 5 เล่ม อยากทราบว่าแยมมีสมุดกี่เล่ม

4. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเท่ากัน (Equalize) โจทย์มีลักษณะก้ำกึ่งระหว่างโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับการเปรียบเทียบและโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลง คือจะมีส่วนเกี่ยวข้องกับการกระทำ (Action) เช่นเดียวกับปัญหาที่เกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลง แต่อยู่บนพื้นฐานของการเปรียบเทียบของเซต 2 เซต เช่น ขณะที่เซต 2 เซต เปรียบเทียบกัน คำถามก็คือ "ทำอย่างไรจึงจะทำให้อีกเซตหนึ่งมีปริมาณเท่ากับอีกเซตหนึ่ง" ถ้าทำให้เซตที่เล็กกว่าเท่ากับเซตที่ใหญ่กว่าเราเรียกโจทย์ปัญหาชนิดนี้ว่าโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับการเท่ากับแบบรวมเข้า (Equalize Join Problem) แต่จะทำให้เซตใหญ่มีขนาดเล็กลงเท่ากับเซตเล็ก เราจะเรียกโจทย์ปัญหาชนิดนี้ว่า โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเท่ากันแบบนำออก (Equalize Separate Problem)

4.1 ตัวอย่างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเท่ากันแบบรวมเข้า

4.1.1 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม แยมมีสมุด 8 เล่ม อยากทราบว่าแยมจะต้องหาสมุดมาเพิ่มกี่เล่มจึงจะเท่ากับจำนวนสมุดของรุ้ง

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

4.1.2 แยมมีสมุด 8 เล่ม ถ้าเขาหามาอีก 5 เล่ม เขาจะมีจำนวนสมุดเท่ากับรุ้งพอดี อยากทราบว่ารุ้งมีสมุดกี่เล่ม

4.1.3 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม ถ้าแยมหาสมุดมาได้อีก 8 เล่ม แยมจะมีจำนวนสมุดเท่ากับแดงพอดี อยากทราบว่าแยมมีสมุดกี่เล่ม

4.2 ตัวอย่างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเท่ากันแบบนำออก

4.2.1 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม แยมมีสมุด 8 เล่ม อยากทราบว่ารุ้งจะต้องเอาสมุดออกจำนวนเท่าใดจึงจะมีจำนวนสมุดเท่ากับรุ้งพอดี

4.2.2 แยมมีสมุด 8 เล่ม ถ้ารุ้งทำสมุดหาย 5 เล่ม รุ้งจะมีจำนวนสมุดเท่ากับรุ้งพอดี อยากทราบว่ารุ้งมีสมุดกี่เล่ม

4.2.3 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม ถ้าเขาทำหาย 5 เล่ม รุ้งจะมีจำนวนสมุดเท่ากับแยมพอดี อยากทราบว่ารุ้งมีสมุดกี่เล่ม

จากรายละเอียดข้างต้น คาร์เพนเตอร์และโมเซอร์ (สมทรง สุวพานิช. 2544 : 22 อ้างอิงมาจาก Carpenter and Moser. 1983 : 5-6) ได้สรุปลักษณะของโจทย์ปัญหาตามตารางที่ 2 ดังนี้

ตารางที่ 2 สรุปโจทย์ปัญหาตามลักษณะต่าง ๆ

ประเภทของปัญหา	การรวมเข้า(Join)	การนำออก(Separate)
1. การเปลี่ยนแปลง (Change)	1.1 รุ้งมีสมุด 5 เล่ม แยมให้อีก 8 เล่ม รุ้งจะมีสมุดทั้งหมดเท่าใด 1.3 รุ้งมีสมุด 5 เล่ม รุ้งจะต้องหามาเพิ่มอีกเท่าใด จึงจะมีสมุดรวมทั้งสิ้น 13 เล่ม 1.5 รุ้งมีสมุดจำนวนหนึ่ง แยมให้อีก 8 เล่ม รุ้งมีสมุดรวมทั้งสิ้น 13 เล่ม อยากทราบว่าเดิมแดงมีสมุดกี่เล่ม	1.2 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม ให้แยม 8 เล่ม รุ้งจะมีสมุดกี่เล่ม 1.4 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม หลังจากให้สมุดแยมไปแล้ว รุ้งเหลือสมุด 8 เล่ม อยากทราบว่ารุ้งให้สมุดแยมไปกี่เล่ม 1.6 รุ้งมีสมุดจำนวนหนึ่ง ให้แยม 8 เล่ม ขณะนี้รุ้งเหลือสมุด 5 เล่ม อยากทราบว่าเดิมรุ้งมีสมุดกี่เล่ม
2. การรวมกลุ่ม (Combine)	2.1 รุ้งมีสมุดปกอ่อน 5 เล่ม และสมุดปกแข็ง 8 อยากทราบว่าแดงมีสมุดกี่เล่ม	2.2 รุ้งมีสมุดทั้งหมด 13 เล่ม เป็นสมุดปกอ่อน 5 เล่ม อยากทราบว่ารุ้งมีสมุดปกแข็งกี่เล่ม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 2 (ต่อ)

ประเภทของปัญหา	การรวมเข้า(Join)	การนำออก(Separate)
3. การเปรียบเทียบ (Compare)	3.1 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม แยมมีสมุด 8 เล่ม อยากทราบว่ารุ้งมีสมุดมากกว่าแยมกี่เล่ม	3.2 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม แยมมีสมุด 8 เล่ม อยากทราบว่ารุ้งมีสมุดน้อยกว่าแยมกี่เล่ม
	3.3 แยมมีสมุด 8 เล่ม รุ้งมีสมุดมากกว่าแยม 5 เล่ม อยากทราบว่ารุ้งมีสมุดกี่เล่ม	3.4 แยมมีสมุด 13 เล่ม เขามีสมุดน้อยกว่ารุ้ง 5 เล่ม อยากทราบว่าแยมมีสมุดกี่เล่ม
	3.5 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม เขามีมากกว่าแยม 5 เล่ม อยากทราบว่าแยมมีสมุดกี่เล่ม	3.6 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม แยมมีสมุดน้อยกว่ารุ้ง 5 เล่ม อยากทราบว่าแยมมีสมุดกี่เล่ม
4.การเท่ากัน (Equalize Problem)	4.1 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม แยมมีสมุด 8 เล่ม อยากทราบว่าแยมจะต้องหาสมุดมาเพิ่มกี่เล่มจึงจะเท่ากับจำนวนสมุดของรุ้ง	4.2 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม แยมมีสมุด 8 เล่ม อยากทราบว่ารุ้งจะต้องเอาสมุดออกจำนวนเท่าใดจึงจะมีจำนวนสมุดเท่ากับรุ้งพอดี
	4.3 แยมมีสมุด 8 เล่ม ถ้าเขาหามาอีก 5 เล่ม เขาจะมีจำนวนสมุดเท่ากับรุ้งพอดี อยากทราบว่ารุ้งมีสมุดกี่เล่ม	4.4 แยมมีสมุด 8 เล่ม ถ้ารุ้งทำสมุดหาย 5 เล่ม รุ้งจะมีจำนวนสมุดเท่ากับรุ้งพอดี อยากทราบว่ารุ้งมีสมุดกี่เล่ม
	4.5 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม ถ้าแยมหาสมุดมาได้อีก 8 เล่ม แยมจะมีจำนวนสมุดเท่ากับแดงพอดี อยากทราบว่าแยมมีสมุดกี่เล่ม	4.6 รุ้งมีสมุด 13 เล่ม ถ้าเขาทำหาย 5 เล่ม รุ้งจะมีจำนวนสมุดเท่ากับแยมพอดี อยากทราบว่ารุ้งมีสมุดกี่เล่ม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

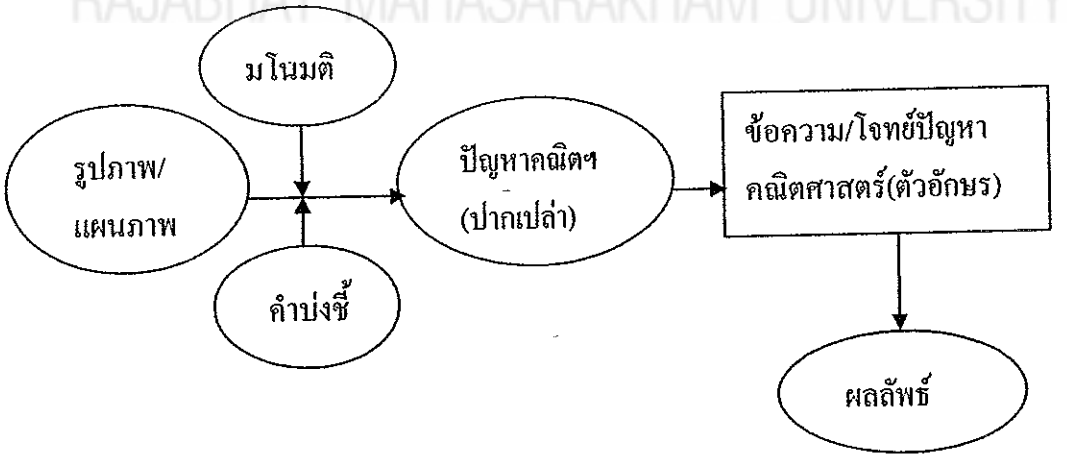
2.5 รูปแบบการสร้างโจทย์ปัญหา

2.5.1 รูปแบบการสร้างโจทย์ปัญหาของ สุลัดดา ลอยฟ้าและคณะ (2530 : 23) กล่าวว่า นักคณิตศาสตร์หลายท่านเชื่อว่า ถ้านักเรียนมีประสบการณ์ในการสร้างปัญหาด้วยตนเอง จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนให้ได้ดีขึ้น เพราะนักเรียนจะข้าใจปัญหาและโครงสร้างปัญหาได้ดีกว่า โดยในระดับประถมศึกษานั้น ได้เสนอแนวทางในการสร้างโจทย์ปัญหาไว้ 3 ลักษณะดังนี้

1) ทักษะการสร้างโจทย์ปัญหาจากรูปภาพ ทักษะการสร้างโจทย์ปัญหาจากรูปภาพ เป็นทักษะการแก้โจทย์ปัญหาอันหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนระดับประถมศึกษาเข้าใจปัญหา และสามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ ทั้งนี้เพราะทักษะการสร้างโจทย์ปัญหาจากรูปภาพนั้น ผู้เรียนจะต้องอาศัยการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแผนภาพที่กำหนดให้ และสังเคราะห์ออกมาเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอยู่บนพื้นฐานของความเข้าใจในมโนมติของการกระทำทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอยู่บนพื้นฐานของความเข้าใจในมโนมติของการกระทำทางคณิตศาสตร์ และเข้าใจเกี่ยวกับคำบ่งชี้ของแต่ละการกระทำ รวมทั้งสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์ในชีวิตจริงของนักเรียนแต่ละคน กับปัญหาทางคณิตศาสตร์

กลวิธี "รูปภาพ ⟶ ข้อความ" เป็นเทคนิคที่มีความสำคัญมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งกับนักเรียนที่อ่อน นักเรียนควรได้เห็นและสังเกตรูปภาพที่ครูกำหนดให้แล้วตีความออกมาเป็นคำพูดที่เกี่ยวข้องกับปัญหาคณิตศาสตร์ จากนั้นจึงเขียนออกมาเป็นข้อความและหาคำตอบหรือผลลัพธ์ของปัญหา ซึ่งสรุปลำดับขั้นของกลวิธี ดังแผนภาพ

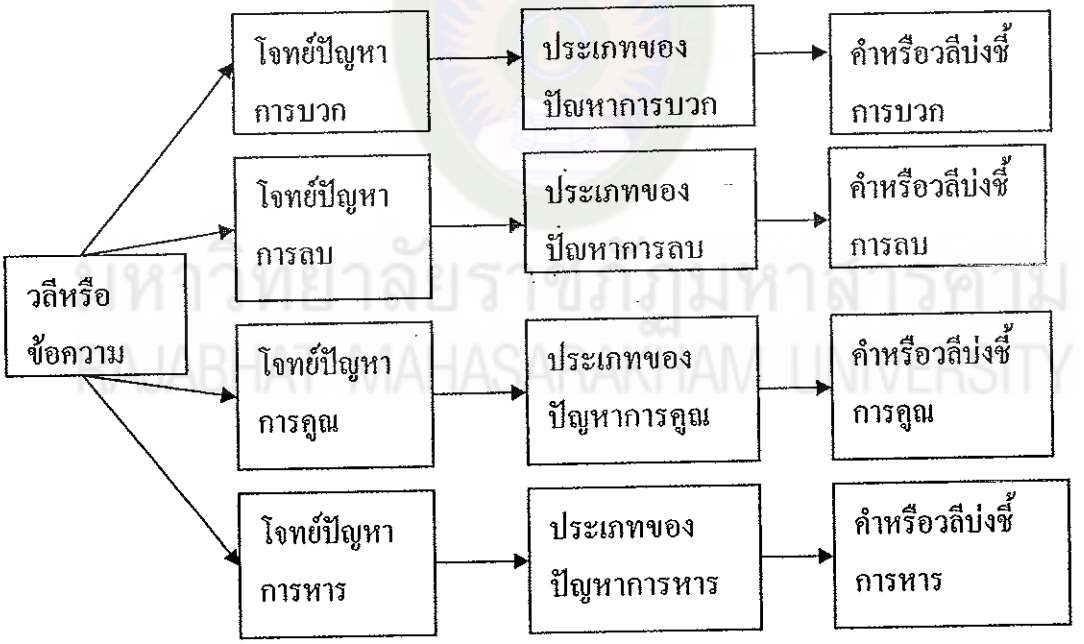
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



แผนภาพที่ 2 ลำดับขั้นตอนของกลวิธีสร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จากรูปภาพ

กลวิธี "รูปภาพ ⟶ ข้อความ" จะช่วยให้นักเรียนสนุกในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ด้วยตัวของเขาเองและขณะเดียวกันก็สามารถแก้ปัญหาของเขาด้วยตนเองอีกด้วย

2) ทักษะการสร้างโจทย์ปัญหาจากวลีหรือข้อความสั้น ๆ ทักษะการสร้างโจทย์ปัญหาจากวลีหรือข้อความ จะช่วยให้นักเรียนระดับประถมศึกษาตอนต้น เข้าใจโครงสร้างของปัญหาคณิตศาสตร์ว่าจะต้องประกอบด้วยเงื่อนไขของปัญหาที่เพียงพอสำหรับตอบคำถามของปัญหานั้น นอกจากนี้ยังเน้นถึงการสร้างโจทย์ปัญหาของแต่ละการกระทำจากวลีหรือข้อความสั้น ๆ ซึ่งอาศัยความเข้าใจเกี่ยวกับมโนมติของแต่ละการกระทำกับความเข้าใจเกี่ยวกับคำหรือวลีที่ชี้บ่งการกระทำสั้น ๆ เป็นพื้นฐานในการสร้างโจทย์ปัญหาของการกระทำดังกล่าว รวมทั้งการได้ศึกษาถึงประเภทของโจทย์ปัญหาของแต่ละการกระทำที่นักเรียนจะได้พบในชีวิตประจำวัน จะทำให้นักเรียนสามารถมองเห็นแนวทางและเลือกการกระทำที่ถูกต้องไปใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงของเขา ลำดับขั้นของมโนมติเกี่ยวกับการพัฒนาทักษะการสร้างโจทย์ปัญหาจากวลีหรือข้อความสั้น ๆ มีดังนี้



แผนภาพที่ 3 ลำดับการพัฒนาทักษะการสร้างโจทย์ปัญหาจากข้อความสั้น ๆ

3) ทักษะการสร้างโจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะที่เหมาะสำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษา ที่มีมโนมติด้านการกระทำทางคณิตศาสตร์มาแล้วแล้วนำประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงกับประสบการณ์ในชีวิตจริง โดยขั้นตอนสรุปได้ดังนี้

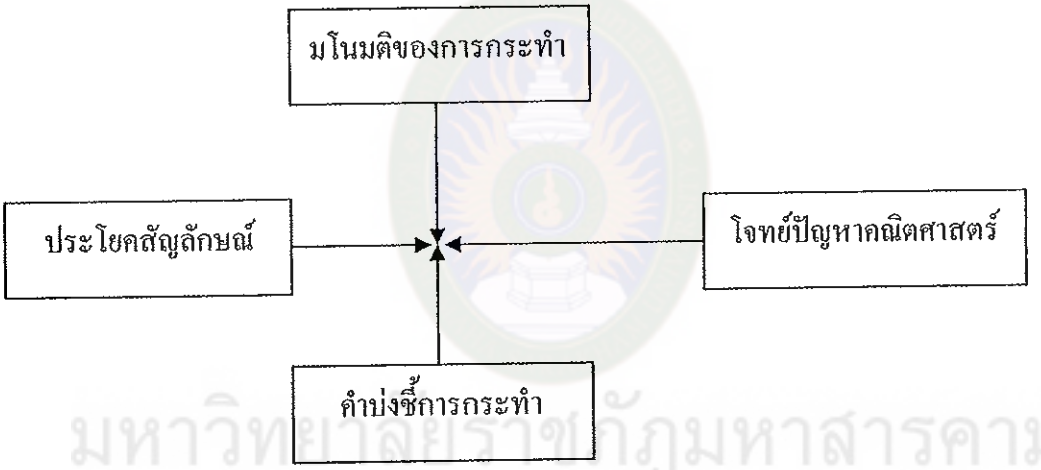
(1) ให้ประโยคสัญลักษณ์

(2) กำหนดมโนมติทางคณิตศาสตร์

(3) กำหนดคำบ่งชี้การกระทำทางคณิตศาสตร์

(4) สร้างโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ซึ่งแสดงเป็นแผนภาพได้ดังนี้



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แผนภาพที่ 4 โครงสร้างการสร้างโจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์

2.5.2 รูปแบบการสร้างโจทย์ปัญหาของ สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2534 : 25) ได้เสนอว่าควรให้นักเรียนได้มีโอกาสในการแต่งโจทย์ปัญหาใน 4 ลักษณะ คือ

1) แต่งโจทย์ปัญหาจากรูปภาพที่ครูกำหนด

2) แต่งโจทย์ปัญหาเองตามเงื่อนไขที่ครูกำหนด

3) แต่งโจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์

4) แต่งโจทย์ปัญหาตามความนึกคิด และจินตนาการของตนเอง

2.5.3 รูปแบบการสร้างโจทย์ปัญหาของ ดวงเดือน อ่อนน่วม (2538 : 28) ได้เสนอแนวการสร้างโจทย์ปัญหา โดยให้นักเรียนได้สร้างโจทย์ปัญหาใน 3 ลักษณะ คือ

1) การสร้างโจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์

2) การสร้างโจทย์ปัญหาเพียงบางส่วน

3) การสร้างโจทย์ปัญหาเองทั้งหมด

2.5.4 รูปแบบการสร้างโจทย์ปัญหาของ สมทรง สุวพานิช (2549 : 151-152) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการสร้าง และปรับโจทย์ปัญหาว่า ครูผู้สอนจะต้องมีเทคนิคในการสร้าง/ปรับโจทย์ปัญหา โดยเริ่มจากโจทย์ปัญหาที่ไม่ซับซ้อน และใช้ตัวเลขมีค่าน้อย ๆ ก่อนแล้วค่อย ๆ แต่งโจทย์ปัญหาที่ค่อนข้างยากขึ้น ใช้ตัวเลขที่มีค่ามากขึ้น เพื่อให้นักเรียนตีความ แปลความ และสรุปผล ตลอดจนวิเคราะห์ข้อความในโจทย์ได้ว่าจะแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีการใด สื่อใกล้ตัวที่ครูไม่ควรละเลย คือ ใบโฆษณาสินค้าของห้างสรรพสินค้าต่าง ๆ ครูสามารถนำข้อมูลเหล่านั้นมาสร้างเป็นโจทย์ปัญหาโดยให้สัมพันธ์กับเรื่องที่กำลังสอน เก็บสะสมไว้เพื่อเป็นโจทย์ปัญหาพิเศษในการเพิ่มความสามารถการแก้โจทย์ปัญหาของเด็ก อีกวิธีหนึ่งคือ ครูมอบโฆษณาของห้างสรรพสินค้า ให้นักเรียนคนละ 1 ภาพ ให้แต่ละคนสร้างโจทย์ปัญหาจากภาพเหล่านั้นแล้วจัดแต่งให้น่าสนใจ และสวยงาม ลงบนกระดาษแข็งขนาด 5″×9″ ให้ชื่อว่าบัตรโจทย์ปัญหา ด้านหลังทำเฉลยและเขียนชื่อผู้สร้างไว้ด้วย ครูเก็บรวบรวมใส่กล่องไว้ ตั้งชื่อว่าธนาคารโจทย์ปัญหา หลังจากที่ครูนำเสนอโจทย์จากบทเรียนแล้ว ท้ายชั่วโมงอาจหยิบโจทย์ปัญหาจากธนาคารโจทย์ปัญหา แล้วให้เจ้าของโจทย์ปัญหามาดำเนินการนำเสนอ เพื่อให้เพื่อนร่วมชั้นช่วยกันแก้โจทย์ปัญหานั้น หากเพื่อนทำไม่ได้ เจ้าของโจทย์ปัญหาก็จะเฉลย นับว่าเป็นวิธีการที่ดีในการสร้างเจตคติในการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนเกิดความภาคภูมิใจ และเชื่อมั่นในตนเอง ครูมีโจทย์ปัญหาหลากหลายในการฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาให้แก่เด็ก โดยครูอาจจะหัดให้เด็กแปลงโจทย์ที่มีอยู่เพิ่มเติมเงื่อนไขบางอย่างลงไป โดยนักเรียนอาจสร้างโจทย์จากประโยคสัญลักษณ์, จากข้อมูล, จากภาพ, เลียนแบบโจทย์ในห้องเรียน หรือสร้างด้วยตนเอง

ตัวอย่าง เทคนิคการสร้าง/ปรับโจทย์ปัญหา

1. แดงและดำ ชวนกันไปซื้อของที่ตลาดสวนจตุจักร แดงซื้อกางเกงยีนส์ 1 ตัว ราคา 199 บาท และเสื้อยืดอีก 1 ตัว ราคา 70 บาท ดำนำเงินติดตัวไป 500 บาท แต่ซื้อเสื้อยืดเพียงตัวเดียวราคา 70 บาท

2. ปิยะพงษ์ มีหมูและไก่จำนวนหนึ่ง เขาพบว่าทั้งหมูและไก่รวมกัน มี 70 หัว และ200 ขา จงสร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

3. ชาวนาจะนำไก่ 32 ตัวไปขายที่ตลาด เขาต้องการที่จะบรรจุไก่ใส่กรง ๆ ละ 4 ตัว จงสร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.5.5 รูปแบบการสร้างโจทย์ปัญหาของ ดรีสโคล (สมทรง สุวพานิช. 2549 : 141 อ้างอิงมาจาก Driscoll. 1992 : 49) ควรให้นักเรียนมีโอกาสแต่งโจทย์ปัญหาเองบ้าง เช่น แปลงโจทย์ที่มีอยู่แล้วโดยเพิ่มเติมเงื่อนไขบางอย่างลงไป การทำเช่นนี้จะต้องทำให้นักเรียนต้องสนใจ ความหมายของการบวก ลบ คูณ และหาร นอกจากนั้นยังต้องสนใจรายละเอียดเงื่อนไขต่างๆ ของโจทย์ซึ่งจะเป็นผลดีในการทำโจทย์ปัญหา

1) การให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหา มีวิธีการดังนี้ คือให้นักเรียน แต่งโจทย์จากประโยคสัญลักษณ์ เช่น ให้นักเรียนแต่งโจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์

$27 + 31 = \square$

$\square - 14 = 35$

$4 \times 18 = \square$

$63 \div 7 = \square$

มีข้อสังเกตคือ การให้นักเรียนแต่งโจทย์จากประโยคสัญลักษณ์เช่นนี้ นักเรียนมักจะแต่งโจทย์ที่มีโครงสร้างอย่างเดียวกันหมด เช่น การแต่งโจทย์ $13 - 7 = \square$ มักแต่งเป็นแบบเอาออกหมด แทนที่จะเป็นลักษณะเปรียบเทียบหรือบวกเพิ่ม เป็นต้น ถ้านักเรียนแต่งโจทย์ได้หลายแบบ เป็นจุดที่แสดงว่านักเรียนเข้าใจความหมาย และการตีความของโจทย์หลาย ๆ แบบมาเป็นการลบได้ถูก

2) ให้นักเรียนเขียนคำถามเองจากข้อมูลที่กำหนดให้ เช่น "พี่มีเงิน 35 บาท น้องมีเงิน 22 บาท"

3) แต่งโจทย์จากภาพ

4) ให้นักเรียนแต่งเลียนแบบโจทย์ที่มีอยู่ หรือดัดแปลงเล็กน้อย

5) ให้นักเรียนแต่งโจทย์ปัญหาเองทั้งหมด

การสร้างโจทย์ปัญหาด้วยตัวเอง ดังกล่าว นักเรียนสามารถสร้างโจทย์ปัญหาโดยใช้ภาษาของตัวเอง และหาคำตอบจากประโยคสัญลักษณ์ที่กำหนดให้ได้ หลักการนี้เพื่อเน้นให้นักเรียนเห็นว่า ประโยคสัญลักษณ์กับโจทย์ปัญหานั้นเป็นเรื่องที่เกี่ยวพันกันแยกจากกันไม่ได้ จากหลักการดังกล่าวจะมีประโยชน์ดังนี้

1. นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างโจทย์ปัญหากับประโยคสัญลักษณ์
2. แต่งโจทย์ปัญหาด้วยความคิดและภาษาของตนเอง
3. โจทย์ปัญหาที่แต่งขึ้นจะสอดคล้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน
4. โจทย์ปัญหาที่แต่งขึ้นสามารถตรวจสอบจุดประสงค์การเรียนรู้ได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

5. สะสมไว้เพื่อเป็นผลงานนักเรียนได้

6. โจทย์ปัญหาที่นักเรียนแต่งเองนั้นสามารถแลกเปลี่ยนกันระหว่างนักเรียนด้วยกัน เพื่อหาคำตอบของโจทย์ได้

7. การแต่งโจทย์ปัญหาด้วยตัวนักเรียนเองทำให้รู้สึกพอใจ ภูมิใจ โดยไม่คิดว่าตนเองจะเป็นผู้แก้โจทย์ปัญหาที่คนอื่นกำหนดให้เท่านั้น แต่ตนเองสามารถแต่งโจทย์ปัญหาให้คนอื่นแก้ปัญหา หาคำตอบได้ด้วย

8. ฝึกทักษะการคำนวณ การกำหนดประโยคสัญลักษณ์เพื่อให้นักเรียนแต่งเป็นโจทย์ปัญหา นักเรียนต้องใช้ความสามารถในการสร้างเรื่องราวของโจทย์ขึ้นมาให้สัมพันธ์สอดคล้องกับประโยคสัญลักษณ์ที่กำหนดให้มาคำนวณ จึงเป็นการฝึกคิดคำนวณในขณะเดียวกันไปพร้อมกันด้วย

2.5.6 รูปแบบการสร้างโจทย์ปัญหาของ อิงลิส (English. 1998 : 103-106) แห่งมหาวิทยาลัยเทคโนโลยี ควีนส์แลนด์ ประเทศออสเตรเลีย ได้พัฒนากิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหาโดยใช้กิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหาโดยประกอบด้วยกิจกรรม ต่อไปนี้

1) กิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์ ประโยคดังกล่าวจะถูกนำเสนอบนกระดาษแต่ละใบ เด็กนักเรียนสามารถจะเลือกกระดาษใบไหนก็ได้ที่ต้องการ โดยกระดาษแต่ละใบจะต้องมีทั้งตัวอย่างของการบวกและการลบเลข

2) กิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหาจากวลี เด็ก ๆ จะตั้งปัญหาโดยมีพื้นฐานอยู่บนประโยคข้อความสั้น ๆ หรือวลี

3) กิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหาจากภาพ กิจกรรมนี้จะต้องให้เด็ก ๆ มาตั้งปัญหา โดยใช้ภาพขนาดใหญ่

4) กิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหาจากวรรณกรรม เป็นการให้เด็กรวมเป็นกลุ่มใหญ่และอ่านหนังสือวรรณกรรมและให้เด็กแต่ละคนได้ตั้งปัญหา

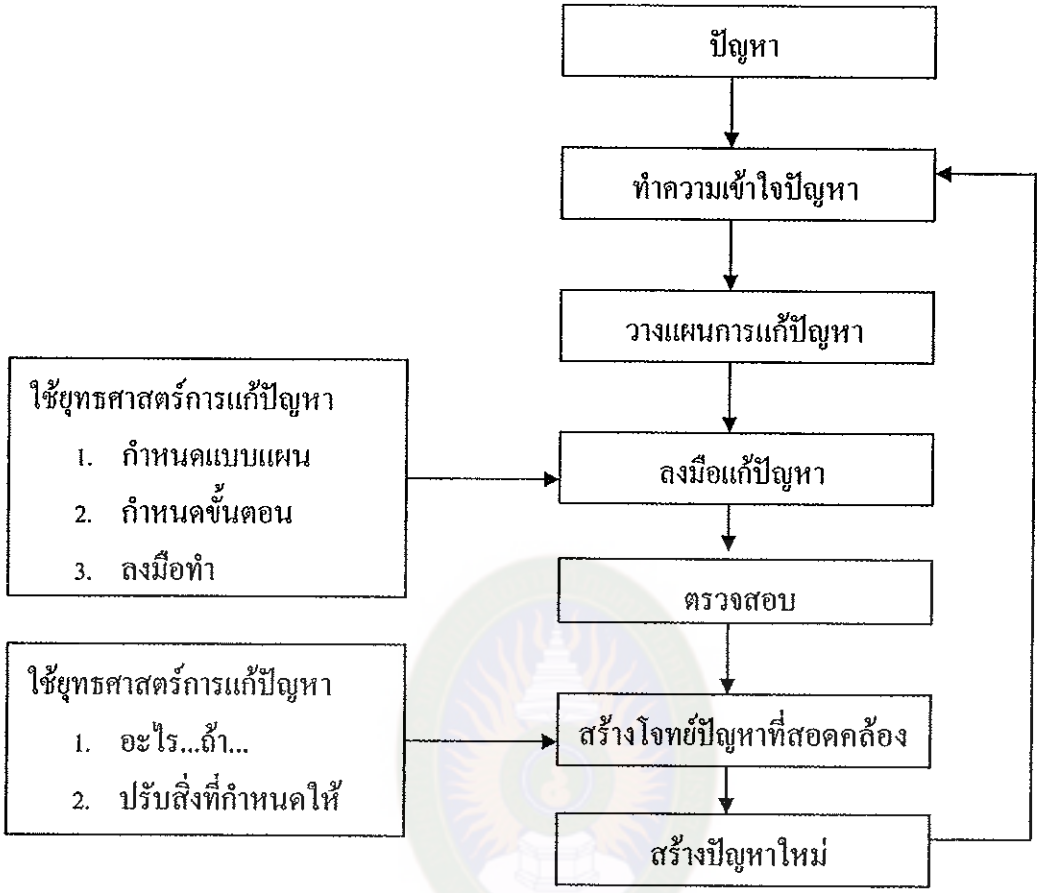
กิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหา นั้นประกอบด้วยชุดของกิจกรรมพัฒนาทักษะการสร้างโจทย์ปัญหา กิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหา ประกอบด้วยบททดสอบขนาดความยาว 45 นาที จำนวน 16 บท สองบทต่อหนึ่งสัปดาห์ ในช่วงเวลาภาคเรียนที่สองของปีการศึกษาของโรงเรียน ภาพรวมของกิจกรรมได้นำเสนอไว้ในตารางที่ 3 ส่วนที่น่าสนใจในการอภิปราย คือ กิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหา ดังนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 3 ภาพรวมของกิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหา

บทที่	กิจกรรม
1 – 5	เป็นการนำเข้าสู่กิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหา โดยให้นักเรียนได้ทำความรู้จักกับโจทย์ปัญหาและการตั้งปัญหา
6 – 9	เริ่มเข้าสู่รูปแบบการสร้างโจทย์ปัญหาโดยให้นักเรียนลองสร้างโจทย์ปัญหาจากรูปภาพง่าย ๆ ให้เป็นคำพูดหรือข้อความสั้นๆ และยกตัวอย่างการสร้างโจทย์ปัญหาง่าย ๆ ทั้งที่เป็นประโยคสัญลักษณ์และไม่เป็นประโยคสัญลักษณ์ โดยให้เด็กทำให้ สมบูรณ์และสร้างรูปแบบของพวกเขาเอง
10	สร้างโจทย์ปัญหา จากวลี เกี่ยวกับ เรื่อง ของ เจ้า สุนัข รูฟัส
11 – 12a	สร้างโจทย์ปัญหา จากประโยคสัญลักษณ์ (ไม่เกิน 9 + 9)
12b – 13	สร้างโจทย์ปัญหา จากภาพถ่ายเกี่ยวกับร้านขายของเด็กเล่น
14	ตั้งปัญหาจากงานวรรณกรรม เรื่อง บลู กัม อาร์ค
15 - 16	ครูพานักเรียนแก้ปัญหาที่ตนเองสร้าง อภิปรายสรุป และ จัดนิทรรศการแสดงผลงาน

2.5.7 รูปแบบการสร้างโจทย์ปัญหาของ เอวแซด (El Sayed 1999 : 1-6) แห่งมหาวิทยาลัย Saltan Qaboos ได้พัฒนารูปแบบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ให้ผู้เรียนได้สร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ให้ผู้เรียนได้สร้างโจทย์ปัญหาด้วยตนเอง และได้นำเสนอเป็นแผนภาพที่ 5 ดังนี้



แผนภาพที่ 5 ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาที่ให้ผู้เรียนสร้างโจทย์ปัญหาด้วยตนเอง

สรุปได้ว่า การสร้างโจทย์ปัญหาเป็นสิ่งหนึ่งที่สะท้อนถึงความเข้าใจในมโนมติเกี่ยวกับการกระทำทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งครูสามารถจัดสถานการณ์ให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาได้หลายลักษณะ ตามความเหมาะสมของนักเรียน โดยในการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำรูปแบบการสร้างโจทย์ปัญหามาจากงานวิจัยของ อิงลิส (English. 1998 : 103-106) ซึ่งประกอบด้วย 4 รูปแบบคือ 1) การสร้างโจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์ 2) การสร้างโจทย์ปัญหาจากวลี 3) การสร้างโจทย์ปัญหาจากภาพ และ 4) การสร้างโจทย์ปัญหาจากวรรณกรรม