

### 3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การเรียนการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาของทั้งครูและนักเรียน เนื่องจากการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นทักษะระดับสูง นักเรียนต้องอาศัย ความรู้ ความเข้าใจ ตลอดจนทักษะทางคณิตศาสตร์หลายอย่าง จึงมีนักเรียนจำนวนมากที่มีความบกพร่องในเรื่องนี้ อีกประการหนึ่ง โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ข้อความที่เป็นภาษาหนังสือ และตัวเลขที่มีลักษณะเป็นนามธรรมมาก ไม่มีเครื่องหมาย บวก ลบ คูณ หาร นักเรียนต้องอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้เข้าใจว่า จะต้องทำโดยวิธีใด และต้องใช้ความรู้ทักษะ มากกว่าโจทย์ในรูปแบบประโยคสัญลักษณ์ แม้ในบางครั้งอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แล้ว ก็ยังไม่รู้ว่าจะต้องทำโดยวิธีใด ไม่ว่าจะเป็วิธี บวก ลบ คูณ หรือหาร ถ้านักเรียนสามารถวิเคราะห์ได้ว่า จำนวนต่าง ๆ ที่ปรากฏในโจทย์ปัญหานั้น มีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันอย่างไร ปัญหาจะไม่เป็นปัญหาอีกต่อไป จึงอาจกล่าวได้ว่า สาเหตุที่ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ คือ นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้ว่า จะใช้วิธีบวก ลบ คูณ หรือหาร ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นๆ คาร์เพนเตอร์ และคณะ (Carpenter et al, 1980, P. 50) ได้เสนอแนะว่า การสอนโจทย์ปัญหา จะต้องฝึกให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์ปัญหาให้ได้ เพื่อจะสามารถนำผลการวิเคราะห์ไปวางแผนแก้โจทย์ปัญหาต่อไป

นอกจากสาเหตุดังกล่าวมาแล้ว ปัญหาการเรียนการสอนโจทย์ปัญหาส่วนหนึ่งก็ขึ้นอยู่กับวิธีการสอนของครู ที่ใช้ไม่เหมาะสมกับการแก้โจทย์ปัญหา เช่น ละเลยการใช้ประสบการณ์ในชั้นการใช้ของจริง ครูสอนโดยเน้นให้เด็กจำ “คำหลัก” เพื่อใช้บอกวิธีทำ ครูสอนโดยเน้นการสอนตามวิธีการ หรือตามตัวอย่างในหนังสือ และครูสอนโดยไม่คำนึงถึงวิธีหรือขั้นตอนในการคิด นอกจากนี้ ยังไม่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล คือครูสอนโดยใช้เทคนิควิธีสอนเดียวกัน ให้ทำแบบฝึกหัดเหมือนกันทั้งห้อง การกระทำเช่นนี้ ก่อให้เกิดปัญหาทั้งกลุ่มอ่อน และกลุ่มเก่งอย่างแน่นอน นักเรียนที่เรียนช้าและมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่ำนั้น จะมีปัญหาในหลาย ๆ ด้าน เช่น ปัญหาด้านภาษาและการอ่าน ความจำ และสติปัญญา

ปัญหาด้านภาษาและการอ่าน นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่ำ มักจะมีความด้อยในด้านอื่น ๆ ด้วย เช่น ด้านภาษา การอ่าน การเขียน การวิเคราะห์ นักเรียนบางคนอาจจะไม่เข้าใจ ความหมายของคำหรือภาษาใน โจทย์ปัญหา เช่น การเพิ่ม การเอาออก การแบ่ง และถ้านักเรียนไม่สามารถอ่านคำ หรือเข้าใจคำใน โจทย์ปัญหาแล้ว นักเรียนก็ไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหานั้น ได้ปัญหาด้านความจำและสติปัญญา นักเรียนมักจะ

ไม่สามารถจำจำนวนและความรู้ใหม่ คิดคำนวณซ้ำ มีความลำบากในการทบทวนบทเรียน นักเรียนที่มีปัญหาเกี่ยวกับความจำแม้ว่าจะเข้าใจจำนวนแต่ก็ไม่สามารถนึกถึงจำนวนได้อย่างรวดเร็ว รวมทั้ง ไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนได้

นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่ำ มักจะมีพฤติกรรมและลักษณะดังนี้ เช่น นักเรียนมีเจตคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ไม่ชอบเข้าชั้นเรียน ไม่ทำงานที่ได้รับมอบหมายให้เสร็จ ไม่มีความมั่นใจในตัวเอง มีนิสัยการเรียนที่ไม่ดี ชอบเดา ขาดการเอาใจใส่ในการเรียน ขาดความพยายาม ไม่มีระเบียบวินัย ชอบฝันกลางวัน นั่งใจลอย มีความสัมพันธ์ทางสังคมที่ไม่ดี พฤติกรรมก้าวร้าว ขี้อาย ซึ่งพฤติกรรมเช่นนี้ค่อย ๆ กลายเป็นนิสัยที่ติดตัวนักเรียนไป และในที่สุดก็จะกระทบไปถึงพัฒนาการด้านอื่น ๆ ด้วย

การมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โจทย์ปัญหานั้น ส่วนหนึ่งมาจาก ลักษณะส่วนตัวของนักเรียนเอง และอีกส่วนหนึ่ง เกิดจากการจัดการเรียนการสอนในโรงเรียน ที่ไม่สอดคล้องกับความต้องการของ นักเรียน ซึ่งเรายอมรับว่า ศักยภาพของนักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน ฉะนั้น การจัดการเรียนการสอน โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ควรจะคำนึงถึงหลักจิตวิทยาควบคู่ไปด้วย เพราะในกระบวนการเรียนการสอน ที่มีประสิทธิภาพนั้น ครูจำเป็นต้องคำนึงถึงหลักการเรียนรู้และความแตกต่างระหว่างบุคคล ซึ่งมีความแตกต่างกันทั้งในด้านสติปัญญา อารมณ์ จิตใจ ลักษณะนิสัย โดยเฉพาะอย่างยิ่ง การเรียนการสอน โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จะให้นักเรียนมีความสามารถเหมือนกันไม่ได้ นักเรียนบางคนที่มีสติปัญญาคิด สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่าง คล่องแคล่ว แต่นักเรียนบางคนไม่สามารถทำได้ ครูจะต้องให้กำลังใจแก่เขา และจัดการเรียนให้เหมาะสม การสอนที่ทำให้นักเรียนทุกคนเรียนรู้ในแต่ละบทเรียน ในระยะเวลาที่เท่าเทียมกัน และวิธีการอย่างเดียวกัน ผู้ที่จะได้รับประโยชน์จากการสอนด้วยวิธีนี้ คือ นักเรียนที่มีพื้นฐานความรู้และความถนัดอย่างดีแล้ว ส่วนนักเรียนที่มีพื้นฐานไม่เพียงพอ จะได้รับประโยชน์น้อยมาก และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำอยู่อย่างเดิม

จากลักษณะของนักเรียนที่เรียนซ้ำ และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่ำ จะเห็นได้ว่า การจัดการกิจกรรมและวิธีสอนตามปกติ ที่ใช้กับนักเรียนทั่วไป ย่อมไม่เหมาะสมที่จะนำมาใช้กับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่ำ จำเป็นจะต้องมีวิธีสอนหรือโปรแกรมสำหรับนักเรียนกลุ่มนี้ โดยเฉพาะ ซึ่งวิธีสอนหรือกิจกรรมย่อมแตกต่างวิธีสอนตามปกติบ้าง เช่น จัดกิจกรรมให้นักเรียนรู้ที่ละน้อย มีเวลามากพอสำหรับขั้นตอนในแต่ละขั้น ฝึกทักษะมาก ๆ ใช้การเรียนเป็นคู่เพื่อจะให้นักเรียน

สามารถช่วยกันได้ การใช้คำถามจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นองค์ประกอบที่สำคัญในการแก้ โจทย์ปัญหา และช่วยให้นักเรียนฟังสิ่งที่กระบวนการแก้ปัญหา ว่าตอนนี้เขากำลังทำอะไรอยู่ ขณะเดียวกันก็ช่วยเตือนตนเองในขณะที่กำลังแก้ปัญหาการอ่านออกเสียงเป็นวิธีที่จะช่วยให้ผู้แก้ปัญหาลดการลืมสิ่งที่คิดในขณะกำลังแก้โจทย์ปัญหาการคิดออกเสียงจะช่วยให้นักเรียน ตระหนักและมีใจจดจ่ออยู่กับสิ่งที่อ่าน การจดบันทึกช่วยให้นักเรียนไม่ลืมสิ่งที่นักเรียนคิด ตามลำดับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา มองเห็นความชัดเจนของข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็น และ การวาดภาพจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ และ เป็นการรวบรวมข้อมูลที่กระจัดกระจายให้เป็นเรื่องราวที่สั้น กระชับ ได้ใจความซึ่งจะช่วยให้ เข้าใจ โจทย์และมองเห็นลู่ทางในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นต้น เพื่อช่วยให้นักเรียน เรียนด้วยความเข้าใจ ไม่เบื่อหน่าย และสามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งจะทำให้ นักเรียนมีทัศนคติ ที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้นด้วย

โพลยา (Polya. 1957 : XVI - XVII) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ว่า จะต้องอาศัยขั้นตอนต่าง ๆ 4 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understand the Problem) นั่นคือ เข้าใจว่าอะไร คือสิ่งที่ไม่รู้ อะไรคือข้อมูล โจทย์กำหนดเงื่อนไขอะไรบ้าง และเพียงพอที่จะแก้หรือไม่ หาก เกิดความกำกวมหรือสับสนหรือขัดแย้ง ควรใช้การวาดรูป และควรแยกสภาพการณ์หรือ เงื่อนไขออกเป็นส่วน ๆ โดยการเขียนลงบนกระดาษ จะทำให้เข้าใจปัญหามากขึ้น

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา (Devise a Plan) เป็นขั้นที่ค้นหาความเชื่อมโยง ระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ไม่รู้ ถ้าหากไม่สามารถหาความเชื่อมโยงได้ ก็ควรอาศัยหลักการ วางแผนในการแก้ปัญหา ดังนี้

- 2.1 เป็นโจทย์ปัญหาที่เคยประสบมาก่อนหรือเปล่า หรือมีลักษณะคล้ายคลึง กับโจทย์ที่เคยแก้มาก่อน หากแต่แตกต่างกันที่รูปแบบ
- 2.2 รู้จักโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับ โจทย์ที่จะแก้หรือไม่ และรู้จัก ทฤษฎีที่จะใช้แก้หรือไม่
- 2.3 พิจารณาสິงที่ไม่รู้ใน โจทย์ และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกัน และดูว่าจะใช้วิธีแก้ปัญหาที่เคยประสบ มาใช้กับโจทย์ปัญหาที่กำลังจะแก้
- 2.4 ควรอ่าน โจทย์ปัญหาอีกครั้ง และวิเคราะห์เพื่อดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่ เคยประสบหรือไม่

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carry Out the Plan) เป็นขั้นของการปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ และต้องตรวจสอบแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบกลับ (Looking Back to Examine the Solution Obtained) เป็นการตรวจสอบการแก้ปัญหาว่าถูกต้องหรือไม่ โดยจะต้องมีการตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ว่าถูกต้อง อาจใช้วิธีการอีกวิธีหนึ่งตรวจสอบ เพื่อดูว่าผลลัพธ์ที่ได้ตรงกัน หรืออาจใช้การประมาณคำตอบอย่างคร่าว ๆ

บาร์ดี้ (Baroody, 1987, P. 254 - 257) เห็นด้วยว่า ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จำเป็นต้องใช้การคิดวิเคราะห์ตามรูปแบบของโพลยา และยังเสนอแนะว่า เพื่อให้การแก้โจทย์ปัญหามีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น จำเป็นต้องอาศัยสิ่งต่อไปนี้ คือ

1. ความเข้าใจ (Understanding) หมายถึง ความเข้าใจปัญหาอย่างแจ่มชัด อันได้แก่ ความสามารถในการนิยามปัญหา คือ อะไรที่ไม่รู้ อะไรคือสิ่งที่โจทย์ปัญหาต้องการ ซึ่งจะช่วยในการตัดสินใจว่า ข้อมูลอะไรที่จำเป็นและไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา วิธีอะไรที่เหมาะสมและไม่เหมาะสมในการแก้ปัญหา และการแก้ปัญหาสมเหตุสมผลหรือไม่ ความเข้าใจโจทย์ปัญหาบางชี้ให้เห็นถึงศักยภาพทางสมอง ว่ามีองค์ความรู้ทางด้านข้อเท็จจริง (Facts) และมโนคติ (Concept) ทางคณิตศาสตร์เพียงพอหรือไม่

2. ทักษะในการแก้ปัญหา (Problem Solving Skills) เมื่อเผชิญกับ โจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (คือ เป็นสิ่งที่ไม่เคยรู้มาก่อน มีกรรมวิธีแก้ปัญหาและคำตอบไม่ชัดเจน) สิ่งที่จะช่วยในการวิเคราะห์ปัญหาคือ ทักษะหรืออุปกรณ์ซึ่งเรียกว่า เครื่องชี้แนะ (Heuristics) ที่ช่วยในการวิเคราะห์ปัญหาได้ดีขึ้นก็คือ การวาดรูป แผนผัง หรือแผนภูมิ โดยจะช่วยให้นักเรียนสามารถนิยามปัญหา ตัดสินใจเลือกวิธีแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบมากขึ้น

3. แรงขับ (Drive) ในการแก้ปัญหาแปลก ๆ ใหม่ ๆ นักเรียนจะต้องมีศักยภาพในการเข้าใจ และทักษะในการวิเคราะห์ปัญหามากขึ้น นั่นคือ นักเรียนต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการวิเคราะห์อย่างเต็มที่ ซึ่งแรงขับนี้มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง และความพยายามหรือความตั้งใจของนักเรียนเป็นสำคัญ

4. ความยืดหยุ่น (Flexibility) หัวใจของการแก้ปัญหาก็คือ ความยืดหยุ่น เป็นความสามารถในการปรับทรัพยากรที่มีอยู่ อันได้แก่ ความเข้าใจ ทักษะการแก้ปัญหา และแรงขับ ในลักษณะบูรณาการองค์ความรู้เป็นอย่างดี อันจะทำให้นักเรียนมีความสามารถในการรับปัญหาใหม่ ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

แบงก์ (Banks, 1959, P. 373 - 377) ได้เสนอวิธีการปรับปรุงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 วิธี ได้แก่

1. วิธีการวิเคราะห์ (The Analysis Method) เป็นวิธีที่นิยมสอนกันอย่างแพร่หลายตามหนังสือคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

ขั้นที่ 2 โจทย์ต้องการให้หาอะไร

ขั้นที่ 3 พิจารณาความสัมพันธ์ในเชิงปริมาณ ระหว่างสิ่งที่โจทย์ให้ กับสิ่งที่โจทย์ต้องการหา และพิจารณาว่าจะใช้วิธีใดแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ประมาณคำตอบ

ขั้นที่ 5 ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบ

ขั้นที่ 6 ตรวจสอบคำตอบ

สิ่งที่สำคัญที่สุดที่จะทำให้การแก้ปัญหาสำเร็จก็คือ ความสามารถในการแปลงประโยคภาษาให้เป็นประโยคคณิตศาสตร์ หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และการบ่งชี้ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์ กับข้อมูลที่โจทย์ต้องการ ดังนั้น ขั้นที่ 3 จึงเป็นขั้นตอนที่สำคัญยิ่ง

2. วิธีอุปมาอุปมัย (The Method of Analogies) เป็นวิธีที่ยึดหลักการอุปมาอุปมัยหรือ การเปรียบเทียบ โดยพยายามแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปที่เข้าใจง่ายหรือคุ้นเคย เช่น การสมมติตัวเลขใหม่ที่ง่าย ๆ เข้าแทนที่ตัวเลขที่สลับซับซ้อน เช่น เศษส่วน ทศนิยม วิธีนี้จะทำให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ และสามารถขยายความเข้าใจจากสิ่งที่คุ้นเคยไปสู่สิ่งที่ไม่คุ้นเคย

3. วิธีการหาความสัมพันธ์เชิงพึ่งพิง (The Method of Dependence) เป็นวิธีที่ยึดหลักความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน หรือความเชื่อมโยงของข้อมูลต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหา โดยมุ่งจากคำตอบที่ต้องการจะหาว่าขึ้นกับตัวแปรหรือข้อมูลอะไรบ้าง เป็นระดับขั้นตามหลักเหตุผล ซึ่งจะทำให้ ผู้แก้ปัญหาสามารถแก้ปัญหาได้ โดยดำเนินการย้อนรอยทีละขั้นตามลำดับจนได้คำตอบในที่สุด วิธีนี้จะมีประสิทธิภาพมากในการพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูล และช่วยบ่งชี้ข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา

4. วิธีใช้กราฟหรือรูปภาพ (The Graphic Method) เป็นวิธีที่เหมาะสมมากกับการแก้ปัญหาที่วิธีอื่นไม่สามารถใช้ได้เหมาะสม วิธีนี้ประกอบด้วย การใช้กราฟ รูปภาพ หรือแผนผัง เพื่อแสดงถึงสภาพปัญหา ซึ่งจะทำให้ค้นพบความสัมพันธ์ในเชิงปริมาณได้

ชัดเจนและแจ่มชัด แต่อย่างไรก็ตาม การใช้วิธีนี้จะประสบผลสำเร็จได้ก็ต่อเมื่อ นักเรียนมีความเข้าใจในความสัมพันธ์ของเนื้อหาวิชา จึงจะวาดรูปได้ถูกต้องกับข้อเท็จจริงที่โจทย์ระบุ นอกจากนี้ แบงส์ (Banks, 1959, P. 377 - 378) ยังกล่าวถึงว่า ในการสอนแก้โจทย์ปัญหาว่า ผู้สอนควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. ควรจะสอนให้นักเรียนใช้คำหลักหรือคำชี้แนะ (Word Cues) และจำนวนแนะ (Number Cues) ในการแก้ปัญหหรือไม่ในการใช้เทคนิคการชี้แนะ (Cues) นั้น มีทั้งข้อดีและข้อเสีย ขึ้นกับว่าใช้อย่างไร หากใช้โดยการจำคำหลัก เช่น มากกว่าหมายถึงการลบ ก็อาจก่อให้เกิดความผิดพลาด แต่ถ้าหากใช้โดยอาศัยการคิดเชิงเหตุผล และตีความภายใต้บริบทของโจทย์ปัญหานั้น ๆ ก็จะทำให้การแก้ปัญหามีประสิทธิภาพและถูกต้อง
2. ควรใช้โจทย์ที่มีข้อมูลไม่เพียงพอ หรือข้อมูลที่เกินความจำเป็นหรือไม่ ปัญหาในชีวิตจริงมักจะมีข้อมูลที่หลากหลาย ซึ่งเราต้องพิจารณาว่า ข้อมูลใดเป็นสิ่งจำเป็นหรือไม่ จำเป็นหรือไม่เพียงพอ ฉะนั้น โจทย์ปัญหาควรผูกโยงกับสภาพความเป็นจริงของชีวิต เพื่อพัฒนาทักษะในการแก้ปัญห
3. ควรเน้นให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาโดยการพูดปากเปล่าหรือไม่ เป็นเวลานานแล้วที่หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา มักจะสอนให้นักเรียนคิดแก้โจทย์ปัญหาด้วยสติปัญญาอย่างเงียบ ซึ่งทำให้ครูไม่ทราบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านใด
4. ควรจะแก้ปัญหด้วยรูปแบบใด การที่จะแก้ปัญหด้วยรูปแบบใดนั้น ขึ้นกับวัตถุประสงค์ของโจทย์ปัญหาว่านำไปเพื่ออะไร ถ้าใช้โจทย์ปัญหาเพื่ออธิบาย หรือพัฒนาทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์แล้ว โจทย์ปัญหาที่ดีควรมีลักษณะหลากหลาย พอที่จะอธิบายหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ หากนำไปเพื่อประโยชน์ทางสังคมและการดำเนินชีวิต โจทย์ปัญหาควรมีลักษณะเป็นปัญหาทั่วไป ซึ่งแตกต่างจากหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

ครุยค์แซงก์ พิตเซอร์ลด์ และเจนเซน (Cruikshank, Fitzgerald, and Jensen, 1980, P. 233 - 234) กล่าวว่า เด็กสามารถเรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหพื้นฐานได้ หากได้รับประสบการณ์ที่เหมาะสม ครูต้องให้ปัญหาที่เหมาะสมกับเด็ก โดยเลือกปัญหาที่จำเป็นและเหมาะสมกับระดับการรับรู้ทางนามธรรมของเด็ก ลักษณะการเสนอปัญหาที่เป็นสิ่งสำคัญ ปัญหาควรจะง่ายเพียงพอที่เด็กสามารถเข้าใจได้โดยไม่ยุ่งยากเกินไป แต่ก็มีความยากพอที่จะพัฒนาความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหา ดังนั้น ลักษณะของปัญหาที่ดีควรมีลักษณะ 3 ประการ ดังนี้

1. ตั้งคำถามที่เด็กเข้าใจได้ง่าย
  2. มีวิธีการเสนอข้อมูลในปัญหาด้วยรูปแบบต่าง ๆ
  3. เป็นปัญหาที่พอเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา โดยไม่ทำให้เด็กเกิดความสับสนมากเกินไป และควรให้เด็กได้รับปัญหาอยู่เสมอ เพื่อฝึกกระบวนการแก้ปัญหาหนึ่งหรือมากกว่า โดยที่ปัญหาควรจะ
    - 3.1 มีองค์ประกอบที่เป็นนามธรรมไม่มากนัก นั่นคือ โจทย์บ่งบอกความสัมพันธ์ที่เห็นและจับต้องได้
    - 3.2 ปัญหาควรต้องใช้ขั้นตอนในการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งขั้นตอน ซึ่งทำให้เด็กต้องใช้กระบวนการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งกระบวนการ
    - 3.3 ปัญหาควรมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ ซึ่งเป็นการส่งเสริมให้เด็กได้พัฒนาทักษะในการแสวงหาข้อมูล และยังได้รับประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากยิ่งขึ้น ถ้าเด็กรับรู้ว่ามีคำตอบอื่น ๆ ที่พวกเขาสามารถค้นหาได้
    - 3.4 ปัญหาควรมีลักษณะเน้นการวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้เด็กสามารถเผชิญกับปัญหาในชีวิตประจำวันได้
- มาร์กสและคณะ (Marks and Other, 1975, P. 296 - 315) ได้เสนอวิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ ดังต่อไปนี้
1. ให้นักเรียนมีโอกาสสำรวจและค้นพบปัญหาด้วยวิธีทางต่าง ๆ โดยที่ครูควรยึดหลัก ดังนี้
    - 1.1 เน้นกิจกรรมการแก้ไขโจทย์ปัญหาด้วยวิธีการวิเคราะห์มากกว่าคำตอบ
    - 1.2 ควรให้นักเรียนได้พัฒนาทัศนคติเชิงทดลอง คือยอมนำตัวเองเผชิญกับสิ่งใหม่ ๆ โดยไม่ท้อแท้ แม้ว่าจะแก้ปัญหาไม่สำเร็จ
    - 1.3 ควรให้นักเรียนได้ค้นพบการแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะและสนับสนุน
    - 1.4 ความสามารถในการแก้ปัญหา สามารถพัฒนาให้ก้าวหน้าได้ และในกิจกรรมการเรียนการสอน ครูควรจะ ถามคำถามที่จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นองค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหา
    - 1.5 ตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนในเรื่องคำศัพท์ ข้อมูลอะไรที่ต้องการหา และข้อมูลอะไรที่เป็นประโยชน์

1.6 แนะนำนักเรียนให้รู้จักการวางแผนเพื่อจัดกระทำข้อมูล ซึ่งจะช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล

1.7 ให้ความสำคัญในเรื่องทัศนคติของนักเรียนมากพอ ๆ กับความรู้ความเข้าใจของนักเรียน

## 2. การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

2.1 การพัฒนาความเข้าใจปัญหา บางครั้งนักเรียนอาจไม่คุ้นเคยกับโจทย์ปัญหาบางลักษณะ จึงไม่สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหานั้นได้ วิธีแก้ก็คือควรแปลงโจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยให้อยู่ในลักษณะที่คุ้นเคย ตัวอย่างเช่น โจทย์เกี่ยวกับการเดินทางของยานอวกาศไปยังดาวพระศุกร์ นักเรียนบางคนอาจไม่สามารถมองเห็นข้อมูลในโจทย์ได้ ควรเปลี่ยนเป็น โจทย์เกี่ยวกับ รถคันหนึ่งเดินทางระหว่างเมือง 2 เมือง

2.2 จัดทัศนศึกษาหรือประสบการณ์ครั้งแรกให้แก่ นักเรียน วิธีที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจถึงรูปแบบของปัญหา ก็คือการไปเยี่ยมชมห้างร้านธุรกิจและองค์กรของรัฐ ซึ่งจะทำให้ให้นักเรียน ได้สัมผัสกับสภาพปัญหาและข้อเท็จจริง

2.3 การเล่นเกมหรือบทบาทสมมติ บางปัญหาเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่สามารถเข้าใจได้อย่างแจ่มชัด แม้ว่า จะใช้วิธีที่ 2.1 หรือ 2.2 หากแต่ต้องใช้การเล่นละครหรือบทบาทสมมติจึงจะเข้าใจปัญหา

2.4 ใช้สื่อรูปธรรม สื่อรูปธรรมจะช่วยให้ นักเรียนมองเห็นและเข้าใจปัญหาได้กระจ่างชัดขึ้น สื่อรูปธรรมอาจใช้วัสดุที่หาง่าย เช่น กระป๋องนม ขวด โย เส้นด้าย เมล็ดพืช เป็นต้น

2.5 ใช้รูปภาพ ฟิล์ม ฟิล์มสตริป และบุคคล ปัญหาบางอย่างอาจจะคลุมเครือสำหรับนักเรียน แต่สามารถทำให้กระจ่างชัดขึ้น โดยใช้รูปภาพ หรือฟิล์ม หรือฟิล์มสตริป หรือบุคคล แล้วแต่ความสามารถ

2.6 การสอนที่เกี่ยวกับการอ่าน โดยเฉพาะ โดยทั่วไป นักเรียนมักจะคุ้นเคยกับการอ่านเล่าเรื่องซึ่งมีลักษณะผิวเผิน แต่ โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีลักษณะย่อและรวบรัด ดังนั้น การอ่าน โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงจำเป็นต้องใช้สมาธิและพยายามเก็บรายละเอียดหรือข้อมูลทั้งหมด และต้องสามารถบอกได้ว่า ข้อมูลส่วนใดสำคัญ การจัดกิจกรรมเพื่อปรับปรุงทักษะที่จำเป็นในการอ่าน โจทย์ปัญหา จึงควรจัดเป็นชั่วโมงที่สอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยควรควรทบทวนระดับความสามารถในการอ่านของนักเรียนก่อน แล้วจึงจัดประสบการณ์ในการอ่าน โจทย์ปัญหาให้กับนักเรียนที่มีปัญหา



2.7 ใช้หนังสือที่มีข้อมูลเชิงปริมาณ เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการอ่าน และตีความสาระทางคณิตศาสตร์ ครูควรให้นักเรียนได้มีโอกาสได้อ่านหนังสือ หรือบทความที่บรรจุข้อมูลเชิงปริมาณ โดยอาจจัดประสบการณ์การอ่าน และตอบคำถามเกี่ยวกับเนื้อหาที่น่าสนใจ เช่น เรื่อง อวกาศ การอนุรักษ์ธรรมชาติ กีฬา เป็นต้น อันจะเป็นการเพิ่มความสามารรถในการอ่านข้อมูลเชิงปริมาณให้แก่ นักเรียน

2.8 การสอนการอ่านในชั่วโมงคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่มักจะอ่านโจทย์ปัญหาโดยขาดความระมัดระวัง วิธีการที่มีประสิทธิภาพ ในการปรับปรุงความสามารถในการอ่าน ก็คือ ให้นักเรียนได้อ่านโจทย์ปัญหาทุก ๆ วัน ก่อนที่นักเรียนจะแก้โจทย์ปัญหา โดยให้นักเรียนอ่านออกเสียงและถกเถียงเกี่ยวกับสาระในโจทย์ปัญหา ครูก็สามารถจะตัดสินได้ว่า นักเรียนคนใดมีระดับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาอยู่ในระดับใด และทำให้สามารถพัฒนาได้อย่างตรงเป้าหมายมากขึ้น

3. การสร้างโมเดลทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์ ครูควรใช้เทคนิคต่อไปนี้

3.1 วาดรูปภาพ ครูอาจสอนให้นักเรียนเห็นปัญหาโดยการวาดรูป และต่อไปอาจให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาโดยการวาดรูป ซึ่งจะทำให้นักเรียนมองเห็นว่าข้อมูลใดที่รู้และไม่รู้ และยังมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ

3.2 ฝึกการตั้งโจทย์ปัญหา ให้นักเรียนตั้งโจทย์ปัญหาจากสภาพที่คุ้นเคย และให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า มีข้อมูลใดที่เหมาะสมหรือไม่เหมาะสม

3.3 วิเคราะห์รูปแบบการแก้ปัญหา ครูให้โจทย์พร้อมวิธีการแก้ปัญหา ครูตั้งคำถามให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย ว่าวิธีการดังกล่าวเหมาะสมหรือไม่

3.4 ใช้ตัวเลขใหม่ในปัญหาเดิม นักเรียนมักจะ ไม่ชอบตัวเลขเศษส่วนหรือตัวเลขจำนวนมาก ๆ ดังนั้น เมื่อเห็นโจทย์ที่มีตัวเลขลักษณะนี้ ก็จะคิดว่า โจทย์ข้อนี้ยากมาก ครูควรแนะนำให้ใช้ตัวเลขง่าย ๆ แทน

3.5 ตรวจสอบข้อมูลอย่างรอบคอบ ปัญหาในชีวิตจริงมิใช่จะมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็นเท่านั้น หากแต่มีข้อมูลมากมาย ทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น หรืออาจไม่เพียงพอ ดังนั้น ควรจะมีโจทย์ที่มีข้อมูลทั้งที่จำเป็น ไม่จำเป็น มากเกินไป หรือไม่เพียงพอ โดยครูและนักเรียนช่วยกันสร้าง

3.6 ใช้ประโยชน์คณิตศาสตร์ ในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาในระดับประถมศึกษา วิธีที่แสดงโมเดลทางคณิตศาสตร์ก็คือ วิธีแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ประโยชน์คณิตศาสตร์ เพราะจะทำให้ นักเรียนสามารถเข้าใจเนื้อหาสาระของ โจทย์และปัญหาได้อย่างมีระบบ

#### 4. การตรวจสอบการคำนวณ

ในการแก้โจทย์ปัญหานั้น ครูควรสอนให้นักเรียนรู้จักประมาณ และตรวจสอบคำตอบหรือผลการคำนวณว่าถูกต้องหรือไม่ ซึ่งโดยทั่วไป ครูมักจะสอนให้นักเรียนตรวจสอบการคำนวณทุกขั้นตอน หากแต่วิธีที่ดีที่สุดในการตรวจสอบการคำนวณนั้นก็คือการประมาณคำตอบโดยไม่ได้ดินสอและกระดาษ คือ การคิดในใจนั่นเอง ทั้งนี้เพราะในชีวิตจริงนั้น เรามักจะประมาณคำตอบโดยไม่มีดินสอและกระดาษ อีกทั้งปัญหาที่เราเผชิญในชีวิตประจำวันนั้น ไม่จำเป็นต้องการคำตอบที่เที่ยงตรงแน่นอน ดังนั้น ครูควรจัดแบบฝึกหัด โดยเฉพาะเพื่อฝึกการประมาณคำตอบ

#### 5. การแก้ปัญหอย่างกว้างขวาง

นอกเหนือจากการสอนการแก้โจทย์ปัญหาแล้ว ครูควรจัดแบบฝึกการแก้ปัญหในวงกว้าง ซึ่งจะเป็นการพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหของนักเรียน โดยแบบฝึกควรมีลักษณะหลากหลาย เพื่อให้ นักเรียนสามารถเชื่อมโยงกฎเกณฑ์ หรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์ระบุ เช่น โจทย์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต ชุดของตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ เป็นต้น

อดัม เอลลิส และบีสัน (Adam, Ellis and Beeson, 1997, P. 175 - 177) กล่าวว่า ความจริงการแก้โจทย์ปัญหาจำเป็นต้องใช้การคิดแบบสร้างสรรค์ (Creative Thinking) ซึ่งมิได้หมายความว่า ครูไม่สามารถสอนให้เด็กแก้โจทย์ปัญหาได้ ทั้งนี้เพราะครูอาจไม่แน่ใจว่าจะสามารถสอนให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผลและสร้างสรรค์ อย่างไรก็ตาม มีวิธีการสอนที่สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหโดยสอนให้นักเรียนรู้จักคิด แต่ทั้งนี้ ครูจะต้องมีทัศนคติที่ดีและสร้างบรรยากาศที่ดีเพื่อให้เด็กคิดสร้างสรรค์ ต่อไปนี้

#### 1. วิธีการสอนที่พัฒนาทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนประถมต้น

1.1 ฝึกให้ค้นหารายละเอียด ครูควรสอนให้นักเรียนรู้จักค้นหารายละเอียดจากภาพหรือเรื่องราว ซึ่งทำให้เกิดความเพลิดเพลิน และฝึกทักษะในการเห็นหรือได้ยิน

1.2 ฝึกแก้ปัญหาโดยไม่มีตัวเลข ฝึกให้นักเรียนตัดสินใจว่าควรทำอย่างไร โดยไม่ต้องมีการคำนวณ ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนมีโอกาฝึก เช่น การเล่าเรื่อง แล้วครูคอยซักถาม

1.3 ฝึกให้รู้จักตั้งคำถามฝึกให้นักเรียนรู้จักตั้งคำถามหลาย ๆ รูปแบบ เป็นการพัฒนานิสัยการคิดวิเคราะห์ โดยครูตั้งโจทย์ที่ไม่มีคำถาม แล้วให้นักเรียนตั้งคำถามเอง และต่อไปอาจฝึกให้นักเรียนตั้งโจทย์ปัญหาเองทั้งหมด

1.4 ฝึกให้รู้จักโจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลมากเกินไปความต้องการฝึกให้นักเรียนรู้จักหาข้อมูลที่จำเป็นจากโจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลมากเกินไปความต้องการ

2. วิธีการสอนเพื่อพัฒนาทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา ของนักเรียนประถมศึกษาตอนปลายและมัธยมศึกษาตอนต้น ความจริงเทคนิคการแก้โจทย์ปัญหาจะไม่เปลี่ยนแปลงในแต่ละระดับชั้นเรียน หากแต่จะสลับซับซ้อนมากขึ้นในระดับชั้นที่สูงขึ้น ดังนั้น ในระดับประถมศึกษาตอนปลายและมัธยมศึกษา นักเรียนจะได้เรียนพีชคณิต ซึ่งเป็นเรื่องของสมการ โจทย์ปัญหาที่จะมีความซับซ้อนมากขึ้น เทคนิควิธีการสอนแก้ปัญหาจึงมีดังนี้

2.1 ฝึกให้อธิบายปัญหาครุควรฝึกให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและคิดโดยการพูดได้ตอบคำถามต่อไปนี้

2.1.1 อะไรคือปัญหา นั่นคือ โจทย์ต้องการอะไร

2.1.2 อะไรคือข้อมูลที่โจทย์ให้มา คือ หาข้อมูลที่จำเป็น

2.1.3 ทำอย่างไรจึงจะใช้ข้อมูลที่โจทย์ให้มาแก้ไขโดยครูมีบทบาทเป็นเพียงผู้ชี้แนะ กระตุ้นให้นักเรียนคิดโดยอาศัยคำถาม 3 ข้อข้างต้น พร้อมทั้งควรจะช่วยแนะให้นักเรียน รู้จักแยกแยะมโนคติหลักออกเป็นมโนคดีย่อย ๆ และทำให้เห็นขั้นตอนย่อย ๆ ที่ละขั้นของการแก้ปัญหา

2.2 ฝึกแก้โจทย์ปัญหาที่คล้ายคลึงกับที่เคยประสบมาในระดับประถมศึกษาตอนปลาย โจทย์ปัญหาจะมีลักษณะซับซ้อน และค่อนข้างยากกว่าระดับประถมศึกษาตอนต้น ดังนั้น ครูควรฝึกให้นักเรียนรู้จักแก้ปัญหาค่อนข้างยาก แต่มีลักษณะคล้ายคลึงกับ โจทย์ปัญหาที่นักเรียนเคยประสบมา ในระดับประถมศึกษาตอนต้น ซึ่งจะช่วยพัฒนาความคิดแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดี

2.3 ฝึกให้รู้จักใช้เทคนิคการวาดรูป ครูควรให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหา โดยอาศัยวิธีการวาดรูป ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ของตัวแปรต่าง ๆ ที่โจทย์ระบุ และเข้าใจปัญหาต่าง ๆ มากขึ้น เทคนิคการวาดรูปนี้ เหมาะที่จะใช้จำแนกข้อมูลของโจทย์ปัญหาที่เป็นเรื่องราวของการวัด เช่น ความยาวพื้นที่ อัตราความเร็ว ระยะทาง เวลา เป็นต้น

นอกจากนี้ อัดัม เอลลิส และบีสัน (Adam, Ellis, and Beeson, 1997, P. 180) ยังได้เสนอว่า ในการพัฒนาทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน ครูควรฝึกให้นักเรียนรู้จักแปลงสภาพของปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ โดยมุ่งตอบคำถาม 3 ข้อดังกล่าวข้างต้น คือ โจทย์ให้อะไรมา โจทย์ต้องการให้หาอะไร และจะอย่างไรจึงได้คำตอบ โดยที่นักเรียนจะต้องหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์ให้มากับสิ่งที่ไม่รู้ซึ่งจะต้องหา ครูควรฝึกนักเรียนเป็นรายบุคคล ให้รู้จักแปลงประโยคภาษาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ และควรมุ่งฝึกให้นักเรียนแปลงประโยคคณิตศาสตร์เป็นประโยคภาษาด้วย

สรุปได้ว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ควรดำเนินการตามขั้นตอนที่นักคณิตศาสตร์ศึกษาได้เสนอแนะอย่างหลากหลายแต่ขั้นตอนที่เป็นที่นิยมคือขั้นตอนการสอนของ โพลยา ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นวิเคราะห์โจทย์ ขั้นวางแผนแก้ปัญหาลงมือแก้ปัญหาลงมือ และขั้นตรวจสอบคำตอบ อย่างไรก็ตามการที่จะเกิดทักษะการแก้โจทย์ปัญหาจะต้องมีการฝึกฝน ตามยุทธวิธีต่าง ๆ ของการแก้โจทย์ปัญหา ตลอดจนการจัดบรรยากาศที่เอื้อต่อการแก้ปัญหาลงมือด้วย

#### 4. ยุทธวิธีการแก้โจทย์ปัญหา

นักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านได้ใช้ความพยายามอย่างเต็มที่ที่จะหาคำตอบว่า “ทำอย่างไร เราจึงจะสอนให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์” ผลของความพยายามนี้ ทำให้เราได้ทราบวิธีการที่จะช่วยนักเรียนได้บ้าง แม้ว่าจะยังไม่เป็นที่น่าพอใจนักก็ตาม สมาคมครูผู้สอนคณิตศาสตร์ของอเมริกา (NCTM) ได้รวบรวมผลงานวิจัยของนักการศึกษาและผู้สนใจแล้วสรุปไว้ในหนังสือ Teaching and Learning: A Problem Solving - Focus ซึ่งมีสาระบางประการที่น่าสนใจเกี่ยวกับการสอนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ (สมทรง สุวพานิช, 2549 : 116-158)

1. การสอนยุทธวิธีการแก้ปัญหาลงมือต่าง ๆ ให้แก่นักเรียนช่วยเพิ่มหนทางในการแก้ปัญหาลงมือแก่นักเรียน ในการจัดการกับโจทย์ปัญหา ถ้าวิธีการหนึ่งไม่ได้ผลก็ยังมีอีกวิธีหนึ่งที่ น่าจะลองดู

2. การวางระบบการสอนแก้โจทย์ปัญหา ช่วยเพิ่มความสามารถของนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหา อีกทั้งการสอนยุทธวิธีเฉพาะเรื่อง เป็นสิ่งที่จะช่วยนักเรียนได้ดี
3. การเขียนแผนผัง การทบทวน โจทย์ไปมา การเขียนข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้มาช่วยได้อย่างมากในการคิดแก้โจทย์ปัญหา อย่างน้อยก็ช่วยให้เกิดภาพของโจทย์ที่เป็นรูปธรรม ช่วยในเรื่องของการคิดต่อ และช่วยให้จำ โจทย์ได้ง่ายขึ้น
4. การอภิปรายซักถามเกี่ยวกับยุทธวิธีที่ใช้ พร้อมให้เหตุผลด้วยว่าทำไมจึงใช้ยุทธวิธีเช่นนั้น การรู้ไม่เพียงแต่ว่า “ ทำอะไร ” แต่รู้ด้วยว่า “ ทำไมต้องทำเช่นนั้น ” ช่วยเสริมในการถ่ายโยงวิธีการไปยังปัญหาอื่น ๆ ได้ด้วย
5. การแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่า เราตีความจากโจทย์ออกมาเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร เป็นเรื่องสำคัญในการแก้โจทย์ปัญหา
6. การทำงานรวมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพื่อแก้โจทย์ปัญหา เป็นทางหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนมีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาได้ดีขึ้น
7. เทคนิคและยุทธวิธีในการแก้ปัญหา สามารถสอนหรือเรียนรู้ได้ นอกเหนือจากประสบการณ์การแก้ปัญหา นักเรียนควรได้รับการเสนอแนะเทคนิค วิธีที่มีประสิทธิภาพ และหลากหลายในการแก้ปัญหาด้วย
8. ไม่มีเทคนิควิธีการแก้ปัญหาใดที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหาได้ทุกรูปแบบการแก้ปัญหาหนึ่งอาจใช้ เทคนิควิธีการแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธี
9. การสอนให้นักเรียนรู้จักเทคนิควิธีการแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธี จะเป็นการเตรียมให้นักเรียนให้พร้อมที่จะเลือกเทคนิควิธีที่เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์ ปัญหาที่เขาเผชิญ
10. ควรจัดประสบการณ์ให้มีโอกาสในการแก้ปัญหา ในหลายรูปแบบและเป็นปัญหาที่นักเรียนต้องใช้ความพยายามในการแก้ปัญหารวมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนใช้เทคนิควิธีต่าง ๆ หลาย ๆ วิธี เพื่อให้ตระหนักว่าการแก้ปัญหาไม่จำเป็นจะต้องมีวิธีการแก้ปัญหาเพียงวิธีเดียว
11. ปัญหาความเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน เพราะความสามารถในการแก้ปัญหาสัมพันธ์กับระดับการพัฒนาการของนักเรียน
 

ชูแคม กล่าวเพิ่มเติมอีกว่า ถึงแม้ว่างานวิจัยจะไม่สามารถให้คำตอบที่แน่นอน แต่ก็ให้แนวทางที่น่าเชื่อถือได้ว่า การที่จะช่วยให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาได้ดีขึ้นนั้นควรจะ

  1. ให้นักเรียนได้มีโอกาสแก้โจทย์ปัญหาม่อย ๆ
  2. มีปัญหาที่ดีให้นักเรียนได้ฝึกทำ

### 3. สอนยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาให้แก่นักเรียน

#### 4.1 การสอนแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา

แนวทางในการแก้โจทย์ปัญหานี้จะเป็นเครื่องที่จะนำพาให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหา แนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา อาจหมายถึง กระบวนการที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา หรืออาจหมายถึง วิธีการเฉพาะที่เหมาะสมกับสภาพของปัญหา ซึ่งใช้ช่วยในการหาคำตอบ โดยแต่ละ แนวทางมีรายละเอียดดังนี้

##### 4.1.1 แนวทางการแก้โจทย์ปัญหาที่หมายถึงกระบวนการ

กระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาที่นิยมกันอย่างแพร่หลาย คือ กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา ซึ่งมีลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ

1) การเข้าใจปัญหา ต้องทำความเข้าใจว่า สิ่งที่เราต้องการค้นหา สิ่งใดคือ ข้อมูล สิ่งใดคือเงื่อนไข และเงื่อนไขนั้นจะเป็นตัวนำไปสู่สิ่งที่เราค้นหาหรือไม่ จากนั้นเป็นการวาดแผนผัง เพื่อแสดงให้เห็นถึงจุดที่สำคัญได้ และแยกเงื่อนไขออกเป็นตอน ๆ

2) การคิดวางแผนในการแก้โจทย์ปัญหา เป็นการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล กับ สิ่งที่ต้องการค้นหา แต่หากไม่สามารถหาพบได้ในทันทีทันใด ต้องรู้จักพิจารณาปัญหาข้างเคียงประกอบการวางแผน ในการคิดวางแผนนี้ต้องพิจารณาว่า เคยเห็นปัญหานั้นมาก่อนหรือไม่ ทราบข้อมูลที่เกี่ยวข้อง หรือทฤษฎีที่จะเป็นประโยชน์ต่อการแก้โจทย์ปัญหาหรือไม่ ถ้าไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาทั้งหมดได้ ก็พยายามแก้โจทย์ปัญหามางส่วนก่อน และพิจารณาว่าปัญหานั้นเป็นปัญหาทั่วไป หรือเป็นปัญหาที่เฉพาะเจาะจง

3) การดำเนินการตามแผน ในการลงมือแก้ปัญหานั้น ต้องมีการทบทวนขั้นตอนแต่ละ ขั้นตอน ดูว่าเป็นขั้นตอนที่ถูกต้องหรือไม่ สามารถทดสอบได้หรือไม่ว่าถูกต้อง

4) การตรวจสอบการดำเนินการ เป็นการทบทวนผลลัพธ์ จากการดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา และพิจารณาว่าสามารถใช้วิธีการนี้กับปัญหาอื่น ๆ ได้หรือไม่

##### 4.1.2 แนวทางการแก้โจทย์ปัญหาเน้นวิธีการเฉพาะ

แนวทางการแก้โจทย์ปัญหาเน้นวิธีการเฉพาะ ที่เป็นเครื่องมือในการ แก้โจทย์ปัญหา ได้แก่ ยุทธวิธีต่าง ๆ เช่น ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and Check), ใช้ตัวแปร (Use a Variable), ค้นหารูปแบบ (Look for a Pattern), วาดภาพ (Draw a Diagram), สร้างรายการ (Make a List), ทำย้อนกลับ (Work Backward), สร้างตาราง (Construct a Table), ทำปัญหาให้ง่ายกว่า (Solve a Simpler or Similar Problem) เป็นต้น การนำเสนอยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาสำหรับนักเรียน สิ่งที่จะต้องตระหนักอยู่เสมอ คือ

1. ยุทธวิธีทั้งหลาย สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีอยู่อย่างหลากหลาย
2. ยุทธวิธีสามารถประยุกต์ใช้ในแนวทางต่างกัน สำหรับปัญหาที่ต่างกัน
3. การแก้ปัญหาสามารถแก้ได้หลากหลายวิธี ไม่จำเป็นเสมอที่จะใช้ยุทธวิธีที่

เฉพาะเจาะจง

4. นักเรียน ไม่บรรลุผลในระดับเดียวกันทั้งหมดในการใช้แต่ละยุทธวิธี

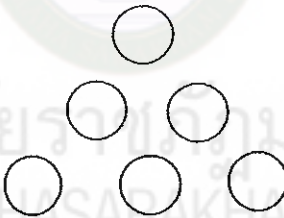
5. กระบวนการเลือกใช้ยุทธวิธีมีความสำคัญพอ ๆ กับความถูกต้องของการแก้ปัญหา เมื่อแก้ปัญหาได้คำตอบไม่ถูกต้องนักเรียนควรมีโอกาสเลือกและลองใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น ๆ

6. นักเรียนทุกคนต้องมีโอกาสที่จะเรียน และใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ในการแก้ปัญหานั้น การรู้จักเลือกใช้ยุทธวิธีให้เหมาะสมกับปัญหานั้นับว่ามีความสำคัญ นอกจากจะส่งผลให้สามารถแก้ปัญหาได้แล้ว ยังทำให้แก้ปัญหาได้ง่ายและรวดเร็วอีกด้วย

#### 4.1.3 ตัวอย่างแนวทางการแก้โจทย์ปัญหาด้วยกระบวนการและวิธีการเฉพาะ

##### 1) ยุทธวิธีเดาและทดสอบ

ปัญหาที่ 1 ให้บรรจุตัวเลข 1, 2, 3, 4, 5, 6 ลงในวงกลมตามรูป โดยให้ผลบวกของตัวเลขในวงกลมทั้ง 3 ของแต่ละด้านของสามเหลี่ยมเท่ากับ 12



เราจะแก้ปัญหาโดยการเดาสัก 3 วิธี เพื่อให้สมกับชื่อของกลยุทธ์ที่เราเลือกไว้ แล้วทดสอบดูว่าผลเฉลยนั้นถูกไหม ถ้าไม่ถูกต้องก็ลองใหม่จนได้รับผลเฉลยที่ถูกต้อง

ขั้นที่ 1 : เข้าใจปัญหา

ตัวเลขแต่ละตัวจะใช้ได้เพียงครั้งเดียวเท่านั้น และเมื่อบรรจุลงในวงกลมแล้ว ผลรวมของแต่ละด้านต้องเท่ากับ 12

ทดลองเดาครั้งที่ 1 : เดาแบบสุ่ม ๆ และตรวจสอบ

ขั้นที่ 2 : คิดแผน

ถือกระดาษ 6 ชิ้น เขียนหมายเลขกำกับ 1–6 แล้วลองวางสลับกันดู

จนกระทั่งได้ผลที่ต้องการ

ขั้นที่ 3 : ดำเนินการตามแผน

เอากระดาษที่มีตัวเลขกำกับวางลงในวงกลม แล้วเช็คผลบวกของแต่ละด้านว่าได้ 12 หรือไม่ พยายามทำต่อไปจนประสบผลสำเร็จ

ทดลองเดาครั้งที่ 2 : เดาอย่างมีระบบและตรวจสอบ

ขั้นที่ 2 : คิดแผน

แทนที่จะบรรจุหมายเลขลงในวงกลมแบบสุ่ม ๆ เราเริ่มต้นด้วยการบรรจุตั้งแต่เลขที่น้อยที่สุด (1, 2, 3) ในวงกลมตรงมุมทั้งสาม ถ้าไม่ได้ผล ก็เพิ่มขึ้นไปเรื่อย ๆ (1, 2, 3, 4, ...)

ขั้นที่ 3 : ดำเนินการตามแผน

ทำตามที่คิดไว้ในขั้นที่ 2

ทดลองเดาครั้งที่ 3 : เดาแบบอ้างอิง และทดสอบ

ขั้นที่ 2 : คิดแผน

เริ่มต้นโดยการสมมติว่า เลข 1 ต้องอยู่ตรงมุมของสามเหลี่ยม แล้วสำรวจผลที่ตามมา

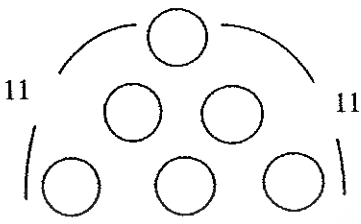
ขั้นที่ 3 : ดำเนินการตามแผน

ถ้าเอาเลข 1 ไว้ที่มุม เราต้องหาเลข 2 คู่ (จากที่เหลือ) ซึ่งผลรวมแต่ละคู่เป็น 11 (คูรูปที่ 1) จากการตรวจสอบแล้วเลขที่เหลือคือ 2, 3, 4, 5, 6 มีเพียง 5+6 เท่านั้นที่เท่ากับ 11 ดังนั้นเราจึงอ้างได้ว่า เลข 1 ไม่ควรจะอยู่ตรงมุม ถ้าเอาเลข 2 ไว้ที่มุม เราต้องหาเลขอีก 2 คู่ ซึ่งผลรวมของแต่ละคู่เป็น 10 (คูรูปที่ 2) แต่ทว่า จากเลขที่เหลือ 1, 3, 4, 5, 6 นั้น มีเพียง 4+6 เท่านั้นที่เท่ากับ 10 ดังนั้นเราจึงอ้างได้ว่า เลข 2 ไม่ควรจะอยู่ตรงมุมในที่สุดสมมติว่าเอาเลข 3 ไว้ที่มุม (ตามรูปที่ 3) แต่ทว่ามีเพียง 1 คู่เท่านั้น คือ 5 และ 4 ที่รวมกันแล้วได้ 9 แต่เราต้องการ 2 คู่ ดังนั้นจึงไม่ควรเป็นเลข 3 ที่วางไว้ที่มุม เพราะฉะนั้นถ้ามีผลเฉลยว่า 4, 5 และ 6 ต้องอยู่ที่มุม (ดังรูปที่ 4) ด้วยการบรรจุเลข 1 ระหว่าง 5 และ 6 แล้วเลข 2 ระหว่าง 4 และ 6 แล้วเลข 3 ระหว่าง 4 และ 5 เราก็จะได้ผลเฉลยที่ต้องการ

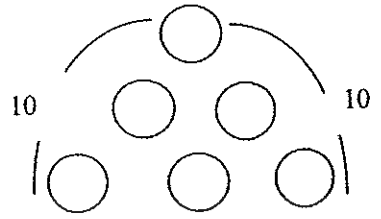


### ขั้นที่ 4 : มองย้อนกลับ

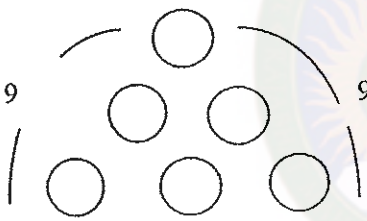
ลองสังเกตวิธีที่เราทดลองใช้วิธีเดาทั้ง 3 วิธี แก้ปัญหาดูดังนี้ “วิธีเดาแบบสุ่ม ๆ และ ทดสอบ” ถูกใช้บ่อยในการเริ่มต้น แต่มักจะ หลงทางได้ง่าย “วิธีเดาแบบมีระบบ และทดสอบ” นี้ดีกว่าวิธีแรกเพราะว่ามีหลักเกณฑ์มากกว่าจึงเป็นการประกันได้ว่า เราได้ทดลองทางที่น่าจะเป็นไปได้ แต่ทว่า “วิธีเดาแบบอ้างอิงและทดสอบ” นั้นดีที่สุด เพราะประหยัดเวลาและแรงงาน



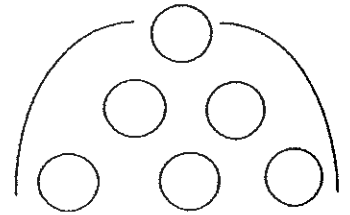
รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3



รูปที่ 4

### 2) ยุทธวิธีวาดรูป

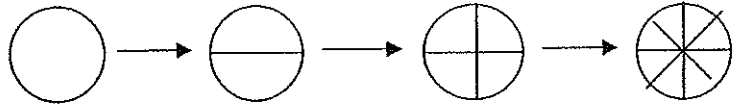
ปัญหาที่ 1 ตัดขนมเค้กรูปวงกลมออกเป็น 11 ชิ้น โดยให้ตัดเป็นเส้นตรง 4 ครั้งเท่านั้น

ขั้นที่ 1 : เข้าใจปัญหา

ชิ้นขนมเค้กที่ถูกตัดจะต้องเป็นขนาดเดียวกันหรือไม่

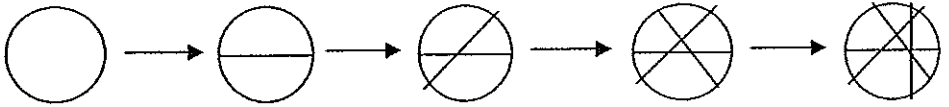
ขั้นที่ 2 : คิดแผน

เป็นที่แน่ชัดว่าต้องใช้วิธีวาดรูปเท่านั้น (ดูรูป) ถ้าท่านลองแล้วไม่ได้ 11 ชิ้น ก็ลองใหม่ แต่ว่าโชคไม่ดีที่ท่านลองตัดวิธีนี้แล้วได้เพียง 8 ชิ้นเท่านั้น



ขั้นที่ 3 : ดำเนินการตามแผน

ลองตัดดูใหม่อีกครั้ง (ดูรูป) จะได้ขนมเค้ก 11 ชิ้น ตามที่โจทย์ต้องการ



ขั้นที่ 4 : มองย้อนกลับ

ปัญหานี้ไม่ได้กำหนดให้ตัดออกเป็นชิ้น ๆ เท่ากัน ทดลองคิดดูเล่น ๆ ก็ได้  
ว่าถ้าตัดตรง ๆ 5 ครั้ง จะได้กี่ชิ้น

### 3) ยุทธวิธีสร้างแบบ

ปัญหา เจ้าของธุรกิจขนาดเล็กสังเกตว่า ในขณะที่เขาทำธุระข้างนอกบริษัท  
ของเขา แล้วโทรกลับเข้าบริษัท ปรากฏว่าสายไม่ว่างครั้งต่อครั้ง เขาเกิดความสงสัยว่า  
สถานการณ์จะเปลี่ยนไปอย่างไร ถ้าเขาติดตั้งโทรศัพท์อีกสายหนึ่งเพื่อการ โทรเข้าบริษัท

ขั้นที่ 1 : ขั้นทำความเข้าใจกับปัญหา

ถ้าการโทรเข้ามีโอกาส 50 ต่อ 50 (ครึ่งต่อครึ่ง) ที่จะโทรคิดสำหรับ  
สายเดียว แต่ถ้ามี 2 สาย สถานการณ์โทรเข้าจะเปลี่ยนไปอย่างไร สมมติว่าคนจำนวนเท่าเดิม  
โทรเรียกเข้าบริษัท จะมีสักกี่รายโดยเฉลี่ยที่จะโทรเข้าบริษัทแล้วพบว่าสายไม่ว่าง ถ้าบริษัท  
ติดตั้งสายที่ 2 แล้ว แต่ค่าใช้จ่ายจะสูงเกินไป ที่จะติดตั้งสายที่สองเพื่อจะทดสอบในเรื่องนี้

ขั้นที่ 2 : ขั้นวางแผนเพื่อใช้แก้ปัญหา

เรากำหนดให้ การได้หัวจากรายการโยนเหรียญ 1 เหรียญ แทนการโทร  
เข้าแล้วคิด ส่วนก้อยแทนการโทรเข้าแล้วสายไม่ว่าง และให้การโยนเหรียญ 1 เหรียญ 100  
ครั้ง เป็นต้นแบบแทนการโทรเข้า 100 ครั้ง เมื่อติดตั้งสายที่ 2 แต่ถ้าใช้การโยนเหรียญ 2  
เหรียญ เป็นต้นแบบแทนการโทรเข้า และให้การออกหัวบนเหรียญใดเหรียญหนึ่ง หรือทั้ง  
2 เหรียญโทรเข้าแล้วคิด ส่วนถ้าออกก้อยทั้ง 2 เหรียญ แสดงว่า สายไม่ว่าง ซึ่งผลจากการ  
โยนเหรียญ 2 อัน 100 ครั้ง ดังตารางที่...

ขั้นที่ 3 : ขั้นดำเนินการตามแผน

จากวิธีการวางแผนในขั้นที่ 2 สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 จำนวนครั้งในการได้หัว/หัว หัว/ก้อย และก้อย/ก้อย

หัว/หัว	หัว/ก้อย	ก้อย/ก้อย
25	51	24

ขั้นที่ 4 : ขั้นตรวจสอบหรือประเมินผลการแก้ปัญหา

จากค่าเฉลี่ยการเกิด ก้อย/ก้อย เป็นประมาณ 25% ของการโยนเหรียญ 100 ครั้ง แสดงให้เห็นว่าถ้าติดตั้งโทรศัพท์สายที่ 2 แล้ว สามารถลดโอกาสที่จะโทรเข้าแล้วไม่ติด หรือ สายไม่ว่าง ลงประมาณ 25 ครั้ง ทุก ๆ การโทรเข้า 100 ครั้ง สังเกตดูจะเห็นว่าการเกิด หัว/ก้อย จะมีมากเป็น 2 เท่าของการเกิด หัว/หัว หรือ ก้อย/ก้อย ลองพิจารณาดูเงื่อนไขที่จะทำให้การโทรเข้าแล้วติด (เมื่อติดตั้งโทรศัพท์สายที่ 2 แล้ว) มีดังนี้ สายที่ 1 ไม่ว่าง สายที่ 2 ว่าง, สายที่ 1 ว่าง สายที่ 2 ไม่ว่าง หรือว่างทั้งคู่ แต่จะมีเพียงเงื่อนไขเดียวเท่านั้นที่จะโทรเข้าแล้วไม่ติด คือ สายไม่ว่างทั้งคู่ จะเห็นได้ว่า เงื่อนไขที่ควรเรียกเข้าแล้วติดนั้นมีถึง 3 ใน 4 ซึ่งมากกว่าครึ่งต่อครึ่งแน่นอน

4) ยุทธวิธีแทนด้วยค่าที่ง่ายกว่า

ปัญหา จากตารางที่ 5 แสดงถึงอัตราความสิ้นเปลืองเชื้อเพลิงที่คาดหวังสำหรับรถที่วิ่งโดยเปิดแอร์และไม่เปิดแอร์ ถ้ามันจะต้องจ่ายเงินเพิ่มอีกเท่าไร ในการวิ่งรถเปิดแอร์เป็นเวลา 4 ชั่วโมง 45 นาที ที่ความเร็ว 55 ก.ม./ช.ม. ถ้าราคาน้ำมันเชื้อเพลิงลิตรละ 10.09 บาท

ตารางที่ 5 อัตราความสิ้นเปลืองเชื้อเพลิงสำหรับรถที่วิ่งโดยเปิดแอร์ และไม่เปิดแอร์

ก.ม./ลิตร	40 ก.ม./ช.ม.	45 ก.ม./ช.ม.	50 ก.ม./ช.ม.	55 ก.ม./ช.ม.	60 ก.ม./ช.ม.
รถวิ่งไม่เปิดแอร์	34	33	31	29	26
รถวิ่งเปิดแอร์	32	31	28	26	22

ขั้นที่ 1 : ขั้นทำความเข้าใจกับปัญหา

หาค่าน้ำมันในการเดินทางโดยรถยนต์เมื่อเปิดแอร์และไม่เปิดแอร์ ถ้าการเดินทางใช้เวลาประมาณ 5 ชั่วโมง และค่าเชื้อเพลิงสูงกว่า 10 บาท/ชั่วโมง เพียงนิดหน่อย

### ขั้นที่ 2 : ชั้นวางแผนเพื่อแก้ปัญหา

สมมติว่า การเดินทางครั้งนี้ใช้เวลาเพียง 1 ชั่วโมง และน้ำมันเชื้อเพลิงราคา ลิตรละ 10 บาทพอดี ใน 1 ชั่วโมงที่ความเร็ว 55 กิโลเมตร/ชั่วโมง รถยนต์จะวิ่งได้ 55 กิโลเมตร ด้วยความเร็วขนาดนี้รถยนต์คันนี้กินน้ำมันเชื้อเพลิง 1 ลิตรทุกๆ 29 กิโลเมตร ถ้าวิ่ง 55 กิโลเมตร รถยนต์คันนี้จะกินน้ำมันเชื้อเพลิงประมาณ 2 ลิตร (55/29) และถ้าวิ่ง 5 ชั่วโมง ก็จะใช้น้ำมันเชื้อเพลิงประมาณ 10 ลิตร (275/29) ค่าน้ำมันเชื้อเพลิงก็จะประมาณ 100 บาท

### ขั้นที่ 3 : ชั้นดำเนินการตามแผน

จากการวางแผนในขั้นที่ 2 สามารถหาคำตอบได้ดังนี้

4 ชั่วโมง 45 นาที เขียนเป็น 4.75 ชั่วโมง

$$4.75 \times 55 = 261.25 \text{ กิโลเมตร}$$

$$261.25/29 = 9.01 \text{ ลิตร (ไม่เปิดแอร์)}$$

$$261.25/26 = 10.05 \text{ ลิตร (เปิดแอร์)}$$

$$9.01 \times 10.09 = 90.91 \text{ บาท (ไม่เปิดแอร์)}$$

$$10.05 \times 10.09 = 101.40 \text{ บาท (เปิดแอร์)}$$

### ขั้นที่ 4 : ชั้นตรวจสอบหรือประเมินผลการแก้ปัญหา

ในการเดินทางด้วยรถยนต์ครั้งนี้ ต้องจ่ายค่าเชื้อเพลิงเพิ่มขึ้น เนื่องจากเปิดแอร์ 10.49 บาท (101.40 – 90.91) รถยนต์คันนี้วิ่งที่ความเร็ว 55 กิโลเมตร/ชั่วโมง นั่นคือ ถ้าเปิดแอร์จะเปลืองเงินเพิ่มขึ้นอีกประมาณ 2.21 บาท/ชั่วโมง (10.49/4.75) ลองใช้แผนภูมิค้นหาว่า ค่าใช้จ่าย ในการเปิดแอร์ขณะรถวิ่งเปลี่ยนแปลงอย่างไร เมื่อเพิ่มหรือลดความเร็วของรถยนต์

### 5) ยุทธวิธีแบ่งปัญหาออกเป็นส่วน ๆ

ปัญหา ในหมู่บ้านแห่งหนึ่งมีข้อตกลงว่า จะเขียนบ้านเลขที่บ้านเลขที่บนตู้ไปรษณีย์หน้าบ้านทุกหลัง เพื่อปรับปรุงการจ่ายไปรษณีย์ภัณฑ์ ซึ่งบ้านเลขที่ที่จะเรียงกันตามลำดับ (1, 2, 3, 4,...) ค่าใช้จ่ายในการเขียนเลขที่บ้านบนตู้ไปรษณีย์เป็น 1 บาท ต่อตัวเลข 1 ตัว ถ้ามว่า ถ้าคณะกรรมการหมู่บ้านแห่งนี้ ได้คิดคำนวณค่าใช้จ่ายในการเขียนเลขที่บ้านบนตู้ไปรษณีย์ทั้งหมดเป็นเงิน 100 บาทพอดี อยากทราบว่าหมู่บ้านแห่งนี้มีบ้านอยู่ที่หลังคาเรือน

ขั้นที่ 1 : ขั้นทำความเข้าใจกับปัญหา

พิจารณาเห็นว่าค่าใช้จ่ายของแต่ละตู้ไปรษณีย์ สัมพันธ์กับจำนวนตัวเลขของเลขที่บ้าน เลขที่บ้านต้องเป็นเลขหนึ่งหลัก สองหลักหรือสามหลัก เพราะว่าถ้าเป็นเลขสี่หลักแล้ว ค่าใช้จ่ายจะเกิน 600 บาททันที ถึงแม้จะให้ค่าใช้จ่ายเพียงหลักละ 1 บาทก็ตาม

ขั้นที่ 2 : ขั้นวางแผนเพื่อใช้แก้ปัญหา

เริ่มด้วยคำนวณค่าใช้จ่ายบ้านที่มีเลขที่บ้านเป็นตัวเลขหลักเดียว 1 ถึง 9 ( $1 \times 9 = 9$  บาท) ต่อไปคำนวณค่าใช้จ่ายบ้านที่มีเลขที่บ้านเป็นตัวเลขสองหลัก 10 ถึง 99 ( $2 \times 90 = 180$  บาท) จะได้ค่าใช้จ่ายสำหรับบ้าน 99 หลังแรก เป็น 189 บาท สำหรับบ้านเลขที่ 100 ถึง 199 ค่าใช้จ่ายเป็น 300 บาท ( $3 \times 100 = 300$  บาท) ก็จะได้เป็นค่าใช้จ่ายสำหรับบ้านเลขที่ 1 ถึง 199 เป็น 489 บาท ( $189 + 300 = 489$  บาท) สำหรับเงินที่ยังเหลือ 111 บาท ( $600 - 489 = 111$  บาท) นั้น พอที่จะเขียนเลขที่บ้านอีก 37 หลังที่เป็น

เลข 3 หลัก  $\left( \frac{111}{3} = 37 \text{ หลัง} \right)$

ขั้นที่ 3 : ขั้นดำเนินการตามแผน

จากการคิดวางแผนในขั้นที่ 2 เราสามารถจัดระเบียบการคิดออกมาเป็นตาราง ดังตารางที่ 6 เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาให้ง่ายขึ้น

ตารางที่ 6 เลขที่บ้าน ค่าใช้จ่าย และจำนวนบ้าน

เลขที่บ้าน	ค่าใช้จ่ายในการเขียน (บาท)	จำนวนบ้าน (หลัง)
1 - 9	9	9
10 - 99	180	90
100 - 199	300	100
200 - 236	111	37
รวม	600	236

ขั้นที่ 4 : ขั้นตรวจสอบหรือประเมินผลการแก้ปัญหาต้องมีบ้านเพียง 236 หลังเท่านั้นในหมู่บ้านแห่งนี้ ถ้างบประมาณจัดสรรให้ 600 บาทพอดี สำหรับการเขียนเลขที่บ้าน ลองคิดว่าถ้าหมู่บ้านอื่นจะทำอย่างนี้บ้าง และให้งบประมาณมา 2,893 บาทพอดี จะมีบ้านอยู่ กี่หลัง

## 6) ยุทธวิธีทำรายการที่เป็นระบบ

ปัญหา ถ้าจะแลกเหรียญ 10 บาท จะทำได้กี่วิธี โดยใช้เหรียญ 1 บาท, เหรียญ 2 บาท, เหรียญ 5 บาท และเหรียญ 10 บาท

ขั้นที่ 1 : ขั้นทำความเข้าใจกับปัญหา

เราต้องการหาวิธีต่าง ๆ จะเป็น 1 เหรียญ หรือมากกว่า 1 เหรียญ โดยให้แต่ละวิธีรวมกันแล้วเท่ากับ 10 บาท เราสามารถใช้เหรียญแต่ละชนิดมากเท่าไรก็ได้ตามที่จำเป็น

ขั้นที่ 2 : ขั้นวางแผนเพื่อใช้แก้ปัญหา

เป็นการยากที่จะจำวิธีผสมผสานเหรียญต่าง ๆ ให้ได้เท่ากับ 10 บาท ได้หมด จึงต้องใช้วิธีจัดบันทึกเป็นรายการลงบนกระดาษอย่างเป็นระบบระเบียบ (ดูในตาราง..... ประกอบ) จากตารางเราเริ่มต้นด้วยเหรียญที่มีค่าสูงสุด คือเหรียญ 10 บาท จนกระทั่งถึงเหรียญที่มีค่าต่ำสุด คือ เหรียญ 1 บาท

ขั้นที่ 3 : ขั้นดำเนินการตามแผน

ตารางที่ 7 จำนวนเหรียญที่ใช้ในการแลกเหรียญ 10 บาท เป็นเหรียญต่าง ๆ

วิธี	เหรียญ 10 บาท	เหรียญ 5 บาท	เหรียญ 2 บาท	เหรียญ 5 บาท
1	1	0	0	0
2	0	2	0	0
3	0	1	0	5
4	0	1	1	3
5	0	1	2	1
6	0	0	0	10
7	0	0	1	8
8	0	0	2	6
9	0	0	3	4
10	0	0	4	2
11	0	0	5	0

#### ขั้นที่ 4 : ชั้นมองย้อนกลับหรือประเมินผลเฉลย

การแลกเหรียญ 10 บาท ทำได้ 11 วิธี ถ้าเราจะแลกเหรียญ 25 บาท เราจะสามารถนำเทคนิคนี้ไปใช้ได้ไหม ให้พิจารณารูป (Pattern) ใน ตารางที่เป็นระบบจะทำให้เข้าใจง่าย บางทีเราแบ่งปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ แล้วให้นักเรียนไปทำเป็นกลุ่มย่อย หรือทำคนเดียวในแต่ละส่วน แล้วนำผลแต่ละส่วนมารวมกันเป็นผลลัพธ์สุดท้ายก็ได้ ดังตารางที่ 7

#### 7) ยุทธวิธีลดให้เป็นกรณีอย่างง่าย

ปัญหา สร้างบันไดสูง 20 ขั้น โดยเรียงหินรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซ้อนเป็นแท่งขึ้นไปโดย แต่ละแท่งที่ซ้อนนั้นสูงกว่าแท่งที่แล้ว 1 ก้อน และให้บันไดหนาเพียงความหนาของก้อนหิน 1 ก้อนเท่านั้น

##### ขั้นที่ 1 : ชั้นทำความเข้าใจปัญหา

เราต้องการแท่งหินสี่เหลี่ยมจัตุรัสกี่ก้อนในการสร้างเป็นรูปบันไดสูง 20 ขั้นตามรูป

##### ขั้นที่ 2 : ชั้นวางแผนเพื่อใช้แก้ปัญหา

แทนที่จะนับก้อนหินที่มาเรียงกันเป็นแท่งจนเป็นบันได 20 ขั้น ว่าได้กี่ก้อน ลองพิจารณาว่า ถ้าเป็นบันได 5 ขั้น เราพอจะเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนของขั้นบันได และจำนวนของก้อนหินนั้นเป็นอย่างไร

บันได 1 ขั้น ใช้ก้อนหิน 1 ก้อน

บันได 2 ขั้น ใช้ก้อนหิน 3 ก้อน

บันได 3 ขั้น ใช้ก้อนหิน 6 ก้อน

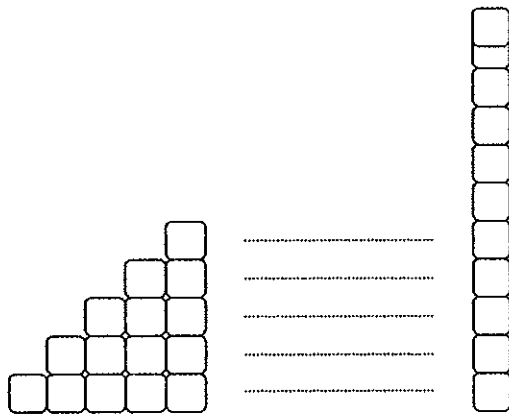
บันได 4 ขั้น ใช้ก้อนหิน 10 ก้อน

บันได 5 ขั้น ใช้ก้อนหิน 15 ก้อน

เราจะสังเกตได้ว่าจำนวนก้อนหินที่ต้องใช้ในการสร้างบันได 4 ขั้นนั้น เท่ากับจำนวนหินที่ใช้ในการสร้างบันได 3 ขั้น (6 ก้อน) รวมกับ ก้อนหินที่ใช้เพิ่มขึ้นในการสร้างบันไดขั้นที่ 4 (4 ก้อน) นั่นก็คือ  $6 + 4 = 10$  ก้อน ซึ่งเป็นจำนวนหินที่ต้องการในการสร้างบันได 4 ขั้น ทำต่อไปจนถึงขั้นที่ 19 (190 ก้อน) แล้วลองคำนวณดูว่า ถ้าสร้างบันไดจนครบ 20 ขั้น ตามที่ต้องการแล้วจะใช้ก้อนหินทั้งหมดกี่ก้อน

##### ขั้นที่ 3 : ชั้นดำเนินการตามแผน

จากการวางแผนในข้อที่ 2 สามารถสรุปเป็นแผนภาพที่ 6 เพื่อสะดวกในการคิดคำนวณ



แผนภาพที่ 6 แสดงการสร้างบันไดด้วยก้อนหิน

ชั้นที่ 4 : ชั้นตรวจสอบหรือประเมินผลการแก้ปัญหา

จำนวนก้อนหินที่ต้องใช้ในการสร้างบันได 20 ชั้น คือ 210 ก้อน ( $190 + 20$ ) ถ้าต้องการทราบจำนวนก้อนหินที่ต้องใช้ในการสร้างบันได ที่มากกว่า 20 ชั้น ก็คำนวณแบบที่ทำมาแล้วต่อไปก็จะได้คำตอบ

8) ยุทธวิธีค้นหารูปแบบ

ปัญหาเราจะใช้หินซ้อนกันทั้งหมดกี่ก้อน จึงจะเป็นรูปบันไดคู่ตามรูปแบบที่แสดงไว้

ชั้นที่ 1 : ชั้นทำความเข้าใจกับปัญหา

บันไดคู่มีขั้นขึ้น – ลงตามลำดับจำนวนเท่ากัน ความสูงของบันไดก็คือจำนวนขั้นที่ขึ้นจนถึงจุดยอด

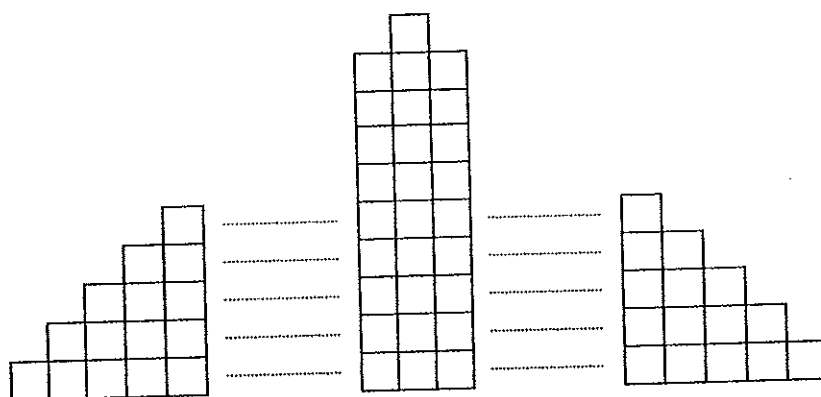
ชั้นที่ 2 : ชั้นวางแผนเพื่อใช้แก้ปัญหา

พิจารณากรณีที่ง่าย ๆ สำหรับปัญหานี้ และค้นหารูปแบบซึ่งจะเป็นการช่วยให้เราสามารถนับจำนวนของก้อนหินที่ต้องการใช้ได้ บันไดคู่ชั้นเดียวต้องการหินเพียงก้อนเดียว บันไดคู่แบบ 2 ชั้น ต้องการหิน 4 ก้อน ตาราง... แสดงถึงจำนวนหินที่ต้องการใช้ในการสร้างบันไดคู่ ตั้งแต่ 1-5 ชั้น (ดังรูป)

ชั้นที่ 3 : ชั้นดำเนินการตามแผน

จากยุทธวิธีในข้อที่ 2 สามารถแสดงเป็นรูปแบบของจำนวนหินที่ต้องการใช้ในจำนวนคู่ ตั้งแต่ 1-5 ชั้น ดังแผนภาพที่ 7





บันไดคู่ 10 ชั้น

แผนภาพที่ 7 จำนวนหินที่ต้องการใช้ในจำนวนคู่ ตั้งแต่ 1-5 ชั้นนำจำนวนก้อนหินในการ  
สร้างบันไดคู่ลงมา

ตารางที่ 8 จำนวนก้อนหินในการสร้างบันไดคู่

ความสูงของบันไดคู่	จำนวนก้อนหินที่ต้องใช้
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	.....

ตารางที่ 9 จำนวนก้อนหินในการสร้างบันไดคู่ และความแตกต่าง

ความสูงของบันไดคู่	จำนวนก้อนหินที่ต้องใช้	ความแตกต่าง
1	1	-
2	4	3
3	9	5
4	16	7
5	25	9
6	36	11
7	.....	.....
8	.....	.....
9	.....	.....
10	.....	.....

การที่จะหาค่าถัดไปจากตารางให้ดูว่า ค่าในสดมภ์ (Column) ที่ 2 เพิ่มขึ้นอย่างไร ในตารางที่ 9 ความแตกต่างระหว่างค่าแต่ละคู่ที่ติดกันในสดมภ์ (Column) ที่ 3 นั้น ดูเหมือนว่าจะเป็นรูปแบบเลขคี่ (3, 5, 7, 9,...) จากรูปแบบนี้พอจะชี้ให้เห็นว่า ค่าความแตกต่างถัดไปจะเป็น 11 เพื่อจะเป็นการพิสูจน์ให้เห็นว่าค่านี้เป็นจริง ให้ลงนับก้อนหินในการสร้างบันไดคู่ 6 ขั้น เพื่อยืนยัน ฉะนั้น จำนวนก้อนหินที่ต้องการใช้ในการสร้างบันไดคู่แต่ละขั้นถัดไป ดู เหมือนว่าจะเพิ่มขึ้นในรูปแบบเลขคี่ที่เรียงกัน เราจึงสามารถที่จะคำนวณจำนวนก้อนหินที่ต้องการใช้ในการสร้าง สร้างบันไดคู่จะกี่ขั้นก็ได้โดยทำตามรูปแบบดังกล่าว

ขั้นที่ 4 : ขั้นตรวจสอบหรือประเมินผลการแก้ปัญหา

เพื่อที่จะคำนวณหาจำนวนก้อนหินที่ต้องใช้ในการสร้างบันไดคู่ 10 คู่ ให้ทำตามรูปแบบข้างต้น เพื่อหาจำนวนก้อนหินที่ต้องใช้ในการสร้างบันไดคู่ 9 ขั้น (81 ก้อน) และบวกด้วยค่าลำดับที่ 9 ในลำดับเลขคี่ (19) เพราะฉะนั้น จำนวนก้อนหินที่ต้องใช้ในการสร้างบันไดคู่ 10 ขั้น ก็คือ 100 ก้อน (81 + 19) นั่นเอง ข้อสังเกตของปัญหาที่ 9 นี้ สัมพันธ์กับปัญหาที่ 7 จะสังเกตได้ว่า บันไดคู่ก็คือผลบวกของบันไดคี่ที่เรียงลำดับกัน ยกตัวอย่างเช่น บันไดเดี่ยว 4 ขั้น บวกกับบันไดเดี่ยว 5 ขั้น จะทำให้เกิดบันไดคู่ 5 ขั้น ลองตรวจสอบดูว่าเป็นจริงหรือไม่ สำหรับบันไดคู่ที่มากขึ้นขึ้นไป

## 9) ยุทธวิธีเลือกบางอย่างเข้าไปในสถานการณ์ปัญหา

ปัญหา สมมติว่ามีลูกหินที่เหมือนกันอยู่ในถุงจำนวนหนึ่ง ถ้าหยิบลูกหินขึ้นมา แล้วใส่ถุงกลับคืน และหยิบลูกหินทีละ 1 ลูกเท่านั้น ถามว่าจะทำอย่างไรจึงจะประมาณจำนวนลูกหินที่มีอยู่ในถุงได้อย่างใกล้เคียงที่สุด

ขั้นที่ 1 : ขั้นทำความเข้าใจกับปัญหา

หยิบลูกหินได้ครั้งละ 1 ลูกเท่านั้น แล้วใส่ถุงกลับคืน ห้ามทำเครื่องหมายใด ๆ บนลูกหินในถุงนั้น

ขั้นที่ 2 : ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ลองหยิบลูกหินในถุงมา 1 ลูก แล้วสังเกตลักษณะให้ดี และหาลูกหินที่เหมือนกันมา 20 ลูกเขียนตัวอักษร ม. ไว้บนลูกหินนี้ (ม. ย่อมาจากเมล็ด ซึ่งต่อไปจะเรียกลูกหินที่เขียน “ม” ไว้ว่า เมล็ด) แล้วเอาลูกหินทั้งหมดใส่รวมในถุงเดิม โดยให้ลูกหินทั้ง 2 ชนิดปนกัน แล้วหยิบลูกหินครั้งละ 1 ลูก แล้ววางคืน

ขั้นที่ 3 : ขั้นดำเนินการตามแผน

ดำเนินการตามขั้นที่ 2 แล้วให้จดจำนวนลูกหินที่หยิบได้ในแต่ละครั้งว่าเป็นลูกหินเกลี้ยง หรือลูกหินเมล็ดไว้ใช้ในสูตรต่อไปนี้ ในการคำนวณหาจำนวนลูกหินเกลี้ยงในถุง

$$\frac{\text{จำนวนเมล็ดทั้งหมด}}{\text{จำนวนเมล็ดที่หยิบขึ้นมา}} = \frac{\text{จำนวนลูกหินเกลี้ยงทั้งหมด}}{\text{จำนวนลูกหินเกลี้ยงที่หยิบขึ้นมา}}$$

ถ้าหยิบลูกหินในถุง 100 ครั้ง ได้เมล็ด 40 ครั้ง และลูกหินเกลี้ยง 60 ครั้ง (หยิบแล้ววางคืน) เราสามารถคำนวณหาจำนวนลูกหินในถุงได้ ดังนี้

$$\frac{20}{40} = \frac{\text{จำนวนลูกหินเกลี้ยงทั้งหมด}}{60}$$

$$\therefore \text{จำนวนลูกหินเกลี้ยงทั้งหมด} = \frac{20}{40} \times 60 = 30 \text{ ลูก}$$

ขั้นที่ 4 : ขั้นมองย้อนกลับหรือประเมินผลเฉลย

การเปรียบเทียบจำนวนเมล็ดที่หยิบขึ้นมา กับจำนวนเมล็ดที่ใส่ลงไปในถุง ทำให้เรามีแนวทางประมาณจำนวนของลูกหินเกลี้ยงในถุงได้ ถ้าลองหยิบขึ้นมา 200 ครั้ง แล้วสังเกตดูว่าการประมาณจำนวนของลูกหินเกลี้ยงในถุงจะใกล้เคียงความจริงมากขึ้น

หรือไม่ หรือใส่เมล็ดลงในถุงมากขึ้น แล้วลองหยิบน้อยครั้งลง จะได้ผลการประมาณลูกหิน  
เกลี้ยงในถุงใกล้เคียงความจริงมากขึ้นหรือไม่ เทคนิคแบบนี้วิทยาศาสตร์ใช้ในการบริหารสัตว์  
ป่าสงวน เพื่อที่จะประมาณจำนวนประชากรนกและปลาในธรรมชาติ ลองคิดดูซิว่าเราจะ  
สามารถนำเทคนิคนี้ไปประยุกต์ใช้กับสิ่งอื่น ๆ ได้หรือไม่

#### 4.2 การสร้างบรรยากาศส่งเสริมการแก้โจทย์ปัญหา

การสร้างบรรยากาศส่งเสริมการแก้โจทย์ปัญหา เป็นสิ่งที่ช่วยส่งเสริมหรือกระตุ้นให้  
นักเรียนสนใจการแก้โจทย์ปัญหา เช่น การรวบรวมเกมส์ เพลงต่าง ๆ การจัดห้องหรือ  
มุมคณิตศาสตร์ การจัดบอร์ดปัญหาประจำสัปดาห์ การแข่งขันตอบปัญหาในระดับชั้นต่าง ๆ  
ภายในโรงเรียนซึ่งอาจจะจัด ในลักษณะของการสะสมคะแนนตลอดภาคเรียน การเข้าร่วมการ  
สอบแข่งขันของจังหวัด เขตการศึกษาหรือสมาคมต่าง ๆ เช่น สมาคมคณิตศาสตร์แห่ง  
ประเทศไทย

โอดราฟเฟอร์ (O'Draffer, 1988, p. 133) ได้เสนอแนะวิธีการสร้างบรรยากาศที่  
ก่อให้เกิดความสนใจในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งข้อแนะนำสามารถนำไปใช้ในชั้นเรียนได้ดังนี้

1. ให้นักเรียนคิดไม่เร่งรัดเอาคำตอบ
2. ให้นักเรียนแก้ปัญหาคือ โดยมีส่วนในการจัดคู่ดังนี้
  - 2.1 คนเก่งกับคนปานกลาง
  - 2.2 คนปานกลางกับคนอ่อน
  - 2.3 ให้แต่ละคู่ใช้สื่อต่าง ๆ ร่วมกัน
  - 2.4 ให้กำลังใจแต่ละคู่ โดยรับฟังความคิดเห็น วิเคราะห์ผลงานของเขา
3. ให้นักเรียนจัดกลุ่มเล็ก ๆ ประมาณ 3 – 4 คน โดยมีเงื่อนไขว่า
  - 3.1 ร่วมมือกันเป็นกลุ่ม แลกเปลี่ยนความคิดเห็น รับฟังสมาชิก
  - 3.2 ให้ความช่วยเหลือกลุ่มเมื่อถูกขอร้อง และขอให้กลุ่มช่วยกันถ้าจำเป็น
  - 3.3 ช่วยกันตัดสินใจในผลงานของการแก้โจทย์ปัญหา
4. ความกระตือรือร้นของครู และการเสริมแรงในรูปแบบต่าง ๆ ที่ครูมีให้กับ  
เด็กขณะสอน โจทย์ปัญหา จะมีบทบาทสำคัญมากในการปลุกวิญญาณของการแก้โจทย์ปัญหาแก่  
นักเรียน ซึ่งจะแสดงออกด้วยพฤติกรรมดังต่อไปนี้
  - 4.1 เต็มใจและกล้าที่จะลองเสี่ยง
  - 4.2 มีความอดทน เพียรพยายามที่จะแก้โจทย์หาจนสำเร็จ
  - 4.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง เชื่อในความสามารถของตน

4.4 สามารถคิดโดยไม่ต้องใช้รูปแบบการคำนวณใด ๆ

5. เพื่อกระตุ้นให้เกิดแรงจูงใจ และพัฒนาความสนใจของนักเรียนในการแก้ปัญหาควรรใช้ วิธีดังนี้

5.1 มีชื่อนักเรียนในปัญหานั้น

5.2 ให้นักเรียนสร้างโจทย์จากสิ่งที่ตนชอบ แล้วนำโจทย์มาทำในห้อง

5.3 สร้างโจทย์จากข้อมูลที่กำลังเป็นที่น่าสนใจของนักเรียน ซึ่งอาจจะนำมาจากหนังสือพิมพ์ โทรทัศน์ เป็นต้น

6. เพื่อปรับปรุงความเชื่อมั่นของนักเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาควรรพัฒนาทักษะ การถามและการฟังของตน

6.1 ถามเพื่อให้นักเรียนเข้าใจปัญหายิ่งขึ้น

6.2 ถามเพื่อชี้แนะแนวทางการแก้ปัญหาหากจำเป็น

6.3 ถามเพื่อให้โอกาสนักเรียนบอกว่าเขารู้สึกต่อการเรียนอย่างไร

6.4 ถามเพื่อให้นักเรียนอธิบายและวิเคราะห์ปัญหา

7. เพื่อเป็นการผ่อนคลาย และลดความเคร่งเครียดกังวลในการแก้ปัญหา ควรรใช้การกระตุ้นเข้าช่วยในการเสนอข้อคิดเห็น ในการแก้ปัญหา เพื่อช่วยให้เกิดความมั่นใจยิ่งขึ้น ซึ่งข้อคิดที่ควรเน้น ได้แก่

7.1 การแก้ปัญหาต้องใช้เวลาและความอดทน

7.2 ไม่ใช่เรื่องแปลกหากผิดพลาด จุดของความผิดพลาดอาจช่วยให้คุณให้ได้คำตอบก็ได้

7.3 คนที่รู้จักพัฒนาปรับปรุงตัวเองจะได้รับความสำเร็จในการแก้ปัญหา

7.4 คุณจะรู้สึกสนุกและพึงพอใจ เมื่อพยายามอย่างมากในการแก้ปัญหา

8. กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสงสัยในสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่รอบ ๆ ตัวนักเรียนและพบอยู่เป็นประจำ เมื่อนักเรียนตื่นตัวจึงค่อย ๆ นำเข้าสู่วิธีทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่างเช่น ท่านใช้ดินสอด่แท่งหนึ่ง เขียนชื่อท่านได้กี่ครั้งก่อนที่จะโยนมันทิ้ง หรือใน 1 ชั่วโมง รถวิ่งผ่านหน้าบ้านท่านกี่คัน

9. ช่วย让孩子เห็นความสำคัญ และคุณค่าของการแก้ปัญหา โดยใช้บอร์ดเสนอสิ่งต่อไปนี้

9.1 ส่วนของหนังสือพิมพ์ ซึ่งอธิบายสถานการณ์เกี่ยวข้องกับแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน

9.2 เสนออาชีพที่ต้องการผู้ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าทำงาน

9.3 เสนอปัญหาในชีวิตจริงที่น่าสนใจให้นักเรียน

10. ยอมรับทุกความคิดเห็นที่นักเรียนเสนอมา

11. ยอมรับการเอาที่เด็กได้ลอง และให้กำลังใจต่อไปหากยังไม่ประสบ

ผลสำเร็จ

#### 4.3 เทคนิคการฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา

การจัดกระบวนการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหา เพื่อให้ผู้เรียนสามารถคิดวิเคราะห์ และมีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหานั้น ครูผู้สอนจำเป็นต้องใช้เทคนิคการสอนต่าง ๆ มาช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เช่น เทคนิคการอ่าน โจทย์ปัญหา เทคนิคการใช้คำถาม เทคนิคการวาดภาพประกอบ เทคนิคการแปลความและสรุปความ มาเป็นประโยชน์ สัญลักษณ์ เทคนิคการเขียนแสดงวิธีทำ เทคนิคการแต่ง โจทย์ เทคนิคการเสริมแรง เป็นต้น

1. เทคนิคการอ่าน โจทย์ปัญหา
2. เทคนิคการใช้คำถาม
3. เทคนิคการวาดภาพประกอบ โจทย์ปัญหา
4. เทคนิคการสร้าง/ปรับ โจทย์ปัญหา
5. เทคนิคการแปลความและสรุปความเป็นประโยชน์สัญลักษณ์
6. เทคนิคการเขียนแสดงวิธีทำ

##### 1. เทคนิคการอ่าน โจทย์ปัญหา

ปัญหาทางด้านภาษาที่เกี่ยวข้องกับ โจทย์ปัญหาของนักเรียน มีผู้ให้ความสนใจมานานแล้ว โดยเฉพาะอย่างยิ่งในระดับประถมศึกษาตอนต้น ส่วนในระดับประถมปลาย และมัธยมต้น มีงานวิจัยน้อยมาก มีข้อสรุปจากงานวิจัยที่พอจะแสดงให้เห็นว่า ความเข้าใจเกี่ยวกับภาษาที่ใช้เป็นเรื่องสำคัญ สำหรับการแก้โจทย์ โดยเฉพาะในระยะแรกๆ และการสอนอ่านเพื่อให้เข้าใจ โจทย์มีผลดีต่อการแก้โจทย์ปัญหา

ทำไมภาษาจึงเป็นอุปสรรคการอ่านหนังสือโดยทั่วไป มีความแตกต่างกับการอ่าน โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้าน ต่าง ๆ ดังนี้

1. ความเข้มข้นของเนื้อหา หนังสือโดยทั่วไปเมื่ออ่านไป 3-4 ประโยค จะมีความคิดหลักเพียงหนึ่งเดียว แต่สำหรับ โจทย์ปัญหาแล้วข้อหนึ่ง ๆ บางครั้งมีความคิดหลักหลายอย่าง เช่น

ตัวอย่าง 1 ตัดลวดให้เป็นรูปสามเหลี่ยม ด้านที่หนึ่งยาว 22 เซนติเมตร ด้านที่สองยาว 18 เซนติเมตร ด้านที่สามยาว 15 เซนติเมตร ต้องใช้ลวดยาวกี่เซนติเมตร (ป. 2 หน้า 209)

ตัวอย่าง 2 ซื้อสมุด 3 เล่ม ราคาเล่มละ 6 บาท ซื้อดินสอ 2 แท่ง ราคาแท่งละ 3 บาท ให้เงิน 40 บาท จะได้เงินทอนเท่าใด

2. ช่วงความคิด จากตัวอย่าง 1 จะเห็นว่านักเรียนต้องค่อย ๆ ติดตามโจทย์เป็นช่วง ๆ หลายช่วงแล้วนำมาประมวลเพื่อแก้ปัญหา เช่น

- 2.1 ตัดลวดเป็นรูปสามเหลี่ยม
- 2.2 ความยาวของด้านที่หนึ่ง
- 2.3 ความยาวของด้านที่สอง
- 2.4 ความยาวของด้านที่สาม
- 2.5 หาความยาวของลวดทั้งหมด

3. คำศัพท์เฉพาะ เช่นเดียวกับวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับศัพท์เฉพาะและความคิดรวบยอด หลักการ ดังนั้นขณะที่นักเรียนอ่านโจทย์จำเป็นต้องระลึกถึงสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้ตามไปด้วย ทำให้การอ่านเป็นไปด้วยความยากลำบากกว่าการอ่านหนังสือโดยทั่วไป จากตัวอย่าง 1 ผู้อ่านต้องมีความเข้าใจคำว่า สามเหลี่ยม ด้าน เซนติเมตร เป็นต้น พิจารณาคำที่ขีดเส้นใต้ต่อไปนี้ซึ่งเป็นคำศัพท์เฉพาะ

ตัวอย่าง 3 น่องมีเงิน 27 บาท พี่มีเงินเป็นสามเท่าของน้อง พี่มีเงินเท่าใด

4. ความสับสนเนื่องจากคำศัพท์ เช่น “ผลคูณของ 9 และ 8 มากกว่า 40 อยู่เท่าไร” ข้อนี้ นักเรียนต้องเข้าใจคำว่า “ผลคูณของ 9 และ 8” จากนั้นต้องตีความคำว่า “มากกว่าอยู่เท่าไร” นำส่วนที่เป็น “ผลคูณของ 9 และ 8” มาสัมพันธ์กับ “40” ตามที่โจทย์ต้องการทราบ คือ “มากกว่าอยู่เท่าไร” นักเรียนจะต้องเข้าใจความหมายของคำว่า “ มากกว่า  อยู่เท่าไร” หมายถึงอย่างไร จากนั้นถึงตีความหมายของประโยคนี้ออกมาเป็น “การลบ” จะช่วยนักเรียนได้อย่างไร

5. กระตุ้นให้นักเรียนสนใจคำใหม่ หรือคำที่ไม่คุ้นเคย ว่าหมายถึงอะไร เช่น ให้อ่านพร้อม ๆ กัน สะกดคำ อธิบายความหมาย โดยยกกรณีขึ้นมา ใช้แผนผังอุปกรณ์ ของจริงต่าง ๆ แสดงให้เห็นว่า 5 มากกว่า 3 อยู่ 2 10 มากกว่า 7 อยู่ 3 ให้ นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างให้นักเรียนทดลองแต่งประโยคโดยใช้คำใหม่นี้ จากนั้นลองแก้

โจทย์ปัญหาใหม่เพื่อให้แน่ใจว่าเข้าใจความหมาย คำต่าง ๆ ที่นักเรียนคุ้นเคยแต่มีความหมายต่างหากออกไปก็ควรให้ความสนใจเช่นเดียวกัน

6. ฝึกการอ่านของนักเรียน โดยให้อ่านจับประเด็นในการอ่านมากกว่า ประเด็น ในการอ่านโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต่างจากการอ่านหนังสือโดยทั่วไป ทั้งนี้ เพื่อให้เข้าใจในภาพรวมของโจทย์ เก็บข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์ให้มา จับความคิดต่าง ๆ มา สัมพันธ์กันพิจารณาคำถาม ลองหาวิธีการตอบ ปัญหาบางปัญหานักเรียนจะอ่านซ้ำอีกหลาย ครั้ง เพื่อหาวิธีทำให้ได้ ครูควรฝึกการอย่างพินิจพิเคราะห์วิธีการของนักเรียน

วิธีการต่อไปนี้จะช่วยฝึกการอ่านของนักเรียน

1. อ่านโจทย์โดยตลอดเพื่อให้เข้าใจโจทย์อย่างกว้าง ๆ รู้จักแบ่งวรรคตอนได้ ถูกต้องไม่ว่าจะอ่านในใจหรืออ่านออกเสียง พยายามวาดภาพ (ในความคิด หรือแสดงออก) สถานการณ์ต่าง ๆ ของโจทย์ให้ได้ เพื่อหลีกเลี่ยงการที่นักเรียนมุ่งไปที่ตัวเลขเพียงอย่างเดียว ไม่มุ่งใจความ ครูอาจให้นักเรียนเขียน โจทย์ใหม่โดยไม่มีจำนวน

2. อ่านเพื่อพิจารณา ความหมายของคำที่เกี่ยวข้อง จุดหลักหรือข้อความหลัก ที่นำไปสู่การแก้ไข อ่านเพื่อเก็บใจความ หมายถึง เมื่ออ่านข้อความของโจทย์ปัญหาแล้ว สามารถแบ่งข้อความของโจทย์ได้ว่า ตอนใดเป็นข้อความของสิ่งที่กำหนดให้ และข้อความ ตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์ถามหรือสิ่งที่ต้องการทราบ

ตัวอย่าง “ผลคูณของ 8 และ 9 มากกว่า 40 อยู่เท่าใด” คำที่ต้องพิจารณา ความหมายคือ “ผลคูณ” ประเด็นหลักคือ ต้องพิจารณาว่า  มากกว่า  อยู่เท่าใด

3. รู้จักเลือกใช้ความหมายของคำถูกต้องตามเจตนาของ โจทย์ปัญหา ฉะนั้น ผู้สอนจำเป็นต้องอธิบายความหมายของคำต่าง ๆ ให้นักเรียนทราบอย่างชัดเจนตลอดเวลาที่ สอนคำใหม่ และทบทวนความหมายของคำที่เรียนไปแล้วเสมอ

4. อ่านทบทวนเพื่อพิจารณาขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา จาก ตัวอย่างข้างต้น จะเห็นว่า ขั้นแรกเราต้องหาผลคูณของ 8 และ 9 ก่อน จากนั้นนำไป เปรียบเทียบกับ 40

5. อ่านทบทวนครั้งสุดท้าย เพื่อตรวจดูวิธีทำว่าถูกต้องตามที่โจทย์ให้ข้อมูล มา และตรวจดูว่าคำตอบถูกต้อง ซึ่งอาจใช้การประมาณคำตอบ หรือดูว่าคำตอบพอที่จะ เป็นไปได้



## 2. เทคนิคการใช้คำถาม

การใช้คำถามเป็นวิธีการที่เป็นรูปธรรมที่สุด ในการทำความเข้าใจ ความคิดของเด็ก ครูจะต้องมีความเข้าใจหลักเกณฑ์การถาม มีจิตวิทยาในการถาม จะต้องฝึกให้เป็นคนถามเก่ง โดยคำถามนำที่สำคัญที่ครูควรฝึกฝนให้คล่องแคล่ว ได้แก่

คำถามที่ 1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง คำถามนี้ต้องการที่จะให้ผู้เรียนค้นพบให้ได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้แล้ว โดยเน้นให้เด็กค้นพบตั้งแต่เริ่มต้นอ่าน โจทย์ปัญหาข้อนั้น ๆ ทั้งนี้เพื่อให้เด็กมองเห็นความสำคัญของการอ่าน โจทย์ปัญหา และมองเห็นความจำเป็นที่จะต้องอ่านอย่างจริงจังเสียตั้งแต่ต้น ไม่ใช่อ่านเพียงคร่าว ๆ หรือเพียงผ่าน ๆ แล้วกลับมาเริ่มอ่านใหม่ เพราะการกระทำเช่นนั้นนอกจากทำให้เด็กมองไม่เห็นความสำคัญของการอ่านแล้วยังชักช้าเสียเวลาอีกด้วย และที่สำคัญเมื่อพบแล้วต้องบันทึกเอาไว้

คำถามที่ 2 โจทย์ต้องการให้หาอะไร คำถามนี้ต้องการที่จะให้ผู้เรียนค้นพบให้ได้ว่าสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาอันนั้นมีกี่อย่าง อะไรบ้าง เมื่อพบแล้วก็ให้บันทึกไว้เช่นกัน

คำถามที่ 3 จะต้องหาอะไรก่อนหรือไม่ ถ้าหา หาอย่างไร คำถามนี้ต้องการที่จะให้ผู้เรียนพิจารณาว่าในการที่จะหาสิ่งที่โจทย์ต้องการนั้นจะต้องหาอะไรก่อน และถ้าต้องการจะหาสิ่งนั้นอย่างไรแล้ว ให้ผู้เรียนบันทึกสิ่งที่ต้องการหาก่อน วิธีการหาและคำตอบไว้ในกรณีที่ไม่ต้องหาให้บันทึกว่า “ไม่ต้อง”

คำถามที่ 4 จะหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ ได้อย่างไร คำถามนี้ต้องการให้ผู้เรียนพิจารณาว่าจะหาสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาอันนั้นอย่างไร จะต้องเอาคำตอบของคำถามที่ 1 หรือคำตอบของคำถามที่ 3 (ถ้ามี) มากระทำอย่างไร (บวก ลบ คูณ หรือหาร) จึงจะได้สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาอันนั้น

การใช้คำถามทั้ง 4 ในช่วงแรก ๆ นอกเหนือไปจากการให้ความรู้ความเข้าใจ ในฐานะผู้สอนแล้ว ครูจะต้องเข้าไปมีส่วนร่วมอย่างเต็มที่ จะต้องคอยดูแล ชี้แนะ ถามนำ เพื่อให้เด็กสามารถค้นพบในคำตอบที่ต้องการได้เร็วขึ้น นอกจากนี้ในการสอนนั้นครูควรสอนโดยเน้นกระบวนการกลุ่มควบคู่กันไปด้วย ทั้งนี้เพื่อช่วยให้เด็กได้เรียนรู้กระบวนการคิดจากเพื่อนคนอื่น ๆ ซึ่งอยู่ภายในกลุ่มและที่สำคัญการสอนในช่วงแรก ๆ นั้นครูจะต้องเน้นให้เด็กได้บันทึกกระบวนการคิดตามขั้นตอนทุกขั้นตอน พร้อมด้วยเหตุผลหรือหลักการอันเป็นที่มาของกระบวนการนั้น สำหรับในช่วงต่อ ๆ ไป เมื่อเด็กเข้าใจและจำขั้นตอนดังกล่าวได้ขึ้นแล้วอาจลดให้เหลือเฉพาะขั้นตอนที่ 3 กับขั้นตอนที่ 4 หรือให้เหลือเฉพาะขั้นตอนที่ 4 ก็ได้ ตามความเหมาะสมซึ่งแตกต่างกันไปจากกระบวนการคิดตามปกติก็ได้

### 3. เทคนิคการวาดภาพประกอบโจทย์ปัญหา

โจทย์ปัญหาในระดับประถมศึกษา ส่วนใหญ่จะมีลักษณะเป็นรูปธรรม หรือในกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา ของโพลยา ขั้นตอนที่ 1 หรือ 2 ขั้นทำความเข้าใจโจทย์ (ขั้นวิเคราะห์โจทย์) และขั้นวางแผนแก้โจทย์ปัญหา สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษา มีความจำเป็นที่จะต้องใช้ภาพประกอบเพื่อความเข้าใจ ในความคิดรวบยอดที่ชัดเจน นักเรียนส่วนใหญ่จะเข้าใจข้อความของโจทย์ปัญหา เมื่อมีภาพหรือแผนภาพประกอบ ครูอาจสอนให้นักเรียนเห็นปัญหาโดยการวาดรูป หรือแผนภาพประกอบ และต่อไปอาจให้นักเรียนมองเห็นว่าข้อมูลใดที่รู้หรือไม่รู้ และยังมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์ระบุและเข้าใจปัญหามากขึ้น เทคนิคการวาดรูปนี้เหมาะที่จะใช้จำแนกข้อมูลของโจทย์ปัญหา ที่เป็นเรื่องของการวัด เช่น ความยาว พื้นที่ อัตราความเร็ว ระยะทาง เวลา เป็นต้น

### 4. เทคนิคการสร้าง/ปรับโจทย์ปัญหา

ครูผู้สอนจะต้องมีเทคนิคในการสร้าง/ปรับโจทย์ปัญหา โดยเริ่มจากโจทย์ปัญหาที่ไม่ซับซ้อน และใช้ตัวเลขมีค่าน้อย ๆ ก่อนแล้วค่อย ๆ แต่งโจทย์ปัญหาที่ค่อนข้างยากขึ้น ใช้ตัวเลขที่มีค่ามากขึ้น เพื่อให้นักเรียนคิดความ แปลความและสรุปความ ตลอดจนวิเคราะห์ข้อความในโจทย์ได้ว่าจะแก้โจทย์ปัญหาคด้วยวิธีการใด สื่อใกล้ตัวที่ครูไม่ควรละเลย คือ ใบโฆษณาสินค้าของห้างสรรพสินค้าต่าง ๆ ครูสามารถนำข้อมูลเหล่านั้นมาสร้างเป็นโจทย์ปัญหาโดยให้สัมพันธ์กับเรื่องที่กำลังสอน เก็บสะสมไว้เพื่อเป็นโจทย์ปัญหาพิเศษในการเพิ่มความสามารถการแก้โจทย์ปัญหาของเด็ก อีกวิธีหนึ่งคือ ครูมอบโฆษณาของห้างสรรพสินค้า ให้นักเรียนคนละ 1 ภาพ ให้แต่ละคนสร้างโจทย์ปัญหาจากภาพเหล่านั้น แล้วจัดแต่งให้น่าสนใจ และสวยงาม ลงบนกระดาษแข็งขนาด 5" × 9" ให้ชื่อว่าบัตรโจทย์ปัญหา ด้านหลังทำเฉลยและเขียนชื่อผู้สร้างไว้ด้วย ครูเก็บรวบรวมใส่กล่องไว้ ตั้งชื่อว่าธนาคารโจทย์ปัญหา หลังจากที่ครูนำเสนอโจทย์จากบทเรียนแล้ว ท้ายชั่วโมงครูอาจหยิบโจทย์จากธนาคารโจทย์ปัญหา แล้วให้เจ้าของโจทย์มาดำเนินการนำเสนอ เพื่อให้เพื่อนร่วมชั้นช่วยกันแก้โจทย์ปัญหานั้น หากเพื่อนทำไม่ได้ เจ้าของโจทย์ก็จะเฉลย นับว่าเป็นวิธีการที่ดี ในการสร้างเจตคติในการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนเกิดความภาคภูมิใจ และเชื่อมั่นในตนเอง ครูมีโจทย์ปัญหาหลากหลายในการฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาให้แก่เด็ก โดยครูอาจจะหัดให้เด็กแปลงโจทย์ที่มีอยู่เพิ่มเติมเงื่อนไขบางอย่างลงไป โดยนักเรียนอาจสร้างโจทย์จากประโยคสัญลักษณ์, จากข้อมูล, จากภาพ, เขียนแบบโจทย์ในแบบเขียน หรือสร้างด้วยตนเอง

### 5. เทคนิคการแปลความและสรุปความเป็นประโยคสัญลักษณ์

ครูควรฝึกให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ข้อความที่เป็นสิ่งกำหนดให้กับสิ่ง  
ที่โจทย์ต้องการทราบว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร จะมีผู้ทางในการหาคำตอบหรือแก้โจทย์  
ปัญหานั้นได้ ด้วยวิธีการใดโดยครูผู้สอนต้อง “ไม่บอกให้รู้แต่หนูคิดวิธีได้เอง”

เทคนิควิธีนี้ต้องใช้ความสามารถในการอ่านสูง ต้องเข้าใจทุกคำ และทุก  
ประโยค แล้วแปลออกมาเป็นประโยคสัญลักษณ์ โดยเด็กจะต้องมีทักษะดังต่อไปนี้จึงจะ  
สามารถแปลความและสรุปความได้

1. ทักษะจับใจความ กล่าวคือ อ่านโจทย์ปัญหาหลาย ๆ ครั้งแล้วสามารถจับ  
ใจความได้ว่าเรื่องอะไร โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง โจทย์ต้องการทราบอะไร

2. ทักษะตีความ กล่าวคือ อ่านโจทย์ปัญหาแล้วสามารถตีความ และแปล  
ความได้ เช่น แปลความในโจทย์มาเป็นประโยคสัญลักษณ์ การบวก การลบ การคูณ การ  
หารได้

3. ทักษะแปลความ กล่าวคือ จากประโยคสัญลักษณ์ที่แปลความมาจาก  
โจทย์ปัญหานั้น สามารถสร้างโจทย์ปัญหาใหม่ในลักษณะเดียวกันได้อีกหลายโจทย์ปัญหา

4. ทักษะการบวกจำนวน

5. ทักษะการลบจำนวน

6. ทักษะการคูณจำนวน

7. ทักษะการหารจำนวน

ซึ่งนักเรียนต้องมีทักษะต่าง ๆ ดังกล่าวนี้เป็นอย่างดี กล่าวคือ สามารถ  
บวกจำนวนได้ถูกต้องแม่นยำ และคูณ หาร ยกกำลังต่าง ๆ ได้รวดเร็ว

ตารางที่ 10 ตัวอย่างความสามารถบวกจำนวนได้ถูกต้องแม่นยำ และคูณ หาร ยกกำลังต่าง ๆ  
ได้รวดเร็ว

โจทย์ปัญหา	ความคิด	การแปล
นิสามีดินสอจำนวนหนึ่ง สุธาให้อีก 3 แท่ง	<input type="checkbox"/> แทนจำนวนดินสอของนิสาที่มีอยู่เดิม นิสาได้ดินสอเพิ่มเข้ามา 3 แท่งนั่นคือ ของที่มีอยู่นำมาบวกกับ 3	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> + 3 <input type="checkbox"/> + 3 = 9
ขณะนี้นิสามีดินสอ 9 แท่ง	ดินสอที่มีอยู่เดิมบวกกับที่สุธาให้แล้ว	<input type="checkbox"/> + 3 = 9
เดิมนิสามีดินสอก็ 9 แท่ง	เท่ากับ 9	<input type="checkbox"/> 6 + 3 = 9 6 แท่ง

#### 6. เทคนิคการเขียนแสดงวิธีทำ

ครูควรฝึกให้นักเรียนเขียนข้อความ แสดงวิธีทำในแต่ละข้ออย่างสั้น ๆ แต่ต้องชัดเจนและรัดกุม สื่อความหมายได้ดีตามเจตนาของโจทย์ปัญหานั้น ๆ และหาวิธีทำหลาย ๆ วิธีเท่าที่จะสามารถคิดได้ เพื่อให้นักเรียนได้เทคนิคการเขียนหลายรูปแบบโดยนักเรียนจะต้องมีทักษะดังต่อไปนี้

1. ทักษะในการย่อความ เพื่อเขียนข้อความจากโจทย์ปัญหาในลักษณะย่อความได้รัดกุม ชัดเจน ครบถ้วนตามประเด็นสำคัญ

2. ทักษะในการสรุปความ หมายถึง สามารถสรุปความจากสิ่งที่กำหนดให้มาเป็นความรู้ใหม่ได้ถูกต้อง เช่น น้องสาวมีอายุ 5 ขวบ พี่สาวมีอายุมากกว่าน้อง 2 ขวบ นักเรียนต้องฝึกการสรุปความใหม่ให้ได้ว่า พี่สาวมีอายุ  $5 + 2 = 7$  ขวบได้ทันที และสามารถเขียน แสดงวิธีทำได้ทุกบรรทัดอย่างชัดเจน รัดกุม และสื่อความหมายแก่ผู้ตรวจสอบการแสดงวิธีทำนั้น

ตัวอย่างการใช้เทคนิคการฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา

ตัวอย่างที่ 1 แคนซื้อไอศกรีม 15 แท่ง ราคาแท่งละ 5 บาท โดยให้ธนบัตรใบละหนึ่งร้อยบาท 1 ใบ แคนจะได้เงินทอนเท่าไร

## เทคนิคการอ่านโจทย์ปัญหา

### กิจกรรมการเรียนการสอน

1. นักเรียนอ่านโจทย์ โดยเน้นเรื่องการแบ่งวรรคตอนให้ถูกต้อง ถ้านักเรียนอ่านไม่ถูก ครูช่วยแก้ไขจนอ่านได้ถูกต้อง

อ่านให้ถูกต้องวรรคตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 แคนซื้อไอศกรีม 15 แท่ง

ตอนที่ 2 ไอศกรีมราคาแท่งละ 5 บาท

ตอนที่ 3 แคนให้ธนบัตรใบละหนึ่งร้อยบาท 1 ใบ

2. นักเรียนบอกโจทย์ตามความเข้าใจของนักเรียน โดยครูอาจตั้งคำถาม ถามนักเรียน เช่น ครูถามว่า :-

(1) โจทย์ข้อนี้บอกอะไรให้บ้าง

แคนซื้อไอศกรีม 15 แท่ง

ไอศกรีมราคาแท่งละ 5 บาท

แคนให้ธนบัตรใบละหนึ่งร้อยบาท 1 ใบ

(2) โจทย์ข้อนี้ต้องการทราบอะไร

แคนจะได้เงินทอนเท่าไร

(3) คำตอบควรมีหน่วยเป็นอะไร

หน่วยเป็นบาท

(4) มีวิธีการคิดหาเงินทอนอย่างไร

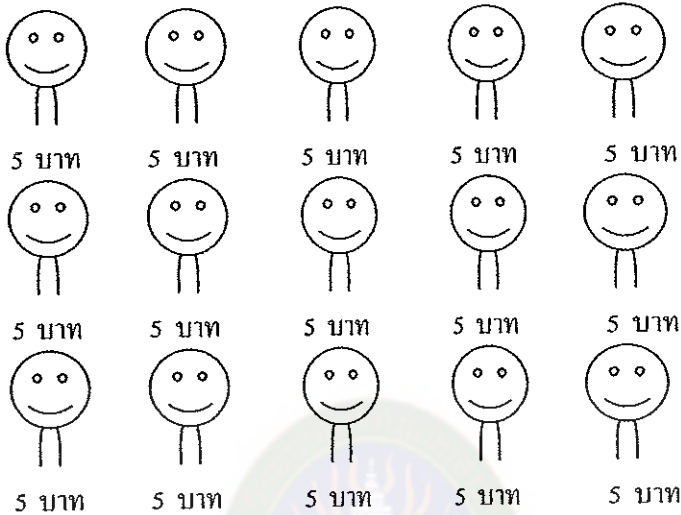
หาว่าซื้อไอศกรีมไปราคาเท่าไร (คำตอบข้อนี้ นักเรียนอาจตอบยังไม่ได้  
ชัดเจน ครูอาจจะใช้เทคนิคการวาดภาพช่วยให้ช่วยให้นักเรียนเข้าใจได้ชัดเจนขึ้น)

นำเงินที่ซื้อไอศกรีมทั้งหมดไปหักออกจากเงินที่ให้ผู้ขายไป

## เทคนิคการวาดภาพประกอบ

3. จากข้อความที่โจทย์กำหนดให้ ครุณามาวาดภาพประกอบดังนี้

100 บาท



เทคนิคการแปลความ สรุปความมาเป็นประโยคสัญลักษณ์

$$\text{ประโยคสัญลักษณ์ } 100 - (15 \times 5) = \square$$

เทคนิคการเขียนแสดงวิธีทำ

4. เมื่อนักเรียนเข้าใจในวิธีการหาคำตอบแล้ว ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ (อาจจะใช้ 1 วิธี หรือหลาย ๆ วิธีก็ได้) เช่น

$$\text{วิธีทำ } \text{ประโยคสัญลักษณ์ } 100 - (15 \times 5) = \square$$

ซื้อไอศกรีม 15 แท่ง

แท่งละ 5 บาท

ดังนั้น ซื้อไอศกรีมทั้งหมด 75 บาท

ให้ธนบัตรไป 100 บาท

ดังนั้น จะได้เงินทอน  $100 - 75 = 25$  บาท

ตอบ 25 บาท

5. นักเรียนช่วยกันตรวจสอบคำตอบ ดังนี้

ตอนที่ 1	$15 \times 5$	=	75
ตอนที่ 2	$100 - 75$	=	25
ตอนที่ 3	$25 + 75$	=	100

หมายเหตุ ในขั้นตอนการแสดงวิธีทำนั้น ครูจำเป็นต้องทบทวนทักษะการคำนวณ คือ ทักษะการคูณ และทักษะการลบจำนวนที่มี 2 หลัก

ตัวอย่างที่ 2 บีมมีเงิน 40,000 บาท ซื้อรถมอเตอร์ไซด์ไปเป็นเงิน 30,000 บาท ต่อมาทำงานหาเงินเพิ่มได้อีก 5,000 บาท ปัจจุบันบีมมีเงินเท่าไร

เทคนิคการอ่าน โจทย์ปัญหา

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. นักเรียนอ่านโจทย์ โดยเน้นเรื่องการแบ่งวรรคตอนให้ถูกต้อง ถ้านักเรียนอ่านไม่ถูก ครูช่วยแก้ไขจนอ่านได้ถูกต้อง

อ่านให้ถูกต้องวรรคตอน ดังนี้

ตอนที่ 1	บีมมีเงิน	40,000 บาท
ตอนที่ 2	ซื้อรถมอเตอร์ไซด์เป็นเงิน	30,000 บาท
ตอนที่ 3	ทำงานหาเงินเพิ่มได้อีก	5,000 บาท

2. นักเรียนบอกโจทย์ตามความเข้าใจของนักเรียน แล้วให้นักเรียนคนอื่น ๆ ร่วมวิเคราะห์ว่าความเข้าใจนั้นถูกต้องตามประเด็นคำถามหรือไม่  
เช่น กรุณาว่า :-

(1) โจทย์ข้อนี้บอกอะไรให้บ้าง

บีมมีเงิน	40,000 บาท
ซื้อรถมอเตอร์ไซด์เป็นเงิน	30,000 บาท
ทำงานหาเงินเพิ่มได้อีก	5,000 บาท

(2) โจทย์ข้อนี้ต้องการทราบอะไร

ปัจจุบันบีมมีเงินเท่าไร

(3) คำตอบควรจะมีหน่วยเป็นอะไร

หน่วยเป็นบาท

(4) มีวิธีการคิดหาคำตอบว่าปัจจุบันบีมมีเงินเท่าไรได้อย่างไร

นักเรียนบางคนอาจตอบว่า หากจำนวนเงินที่บีมเหลือจากการซื้อรถ แล้วนำไปบวกกับจำนวนเงินที่หาเพิ่มได้อีก หรือนักเรียนอาจจะยังตอบไม่ได้ ครูควรใช้เทคนิคการวาดภาพอธิบายเพิ่มเติม

เทคนิคการแปลความ สรุปรูปความมาเป็นประโยคสัญลักษณ์

3. เมื่อนักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหาแล้ว ให้ช่วยกันเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ ดังนี้

$$(40,000 - 30,000) + 5,000 = \square$$

$$(40,000 - 5,000) + 30,000 = \square$$

เทคนิคการเขียนแสดงวิธีทำ

4. เมื่อนักเรียนแสดงวิธีทำ (โดยอาจใช้ 1 วิธี หรือหลายวิธีก็ได้) เช่น

วิธีทำ 1	บีมมีเงิน	40,000 บาท
	ซื้อรถ	<u>30,000</u> บาท
	เหลือเงิน	10,000 บาท
	หาเงินเพิ่มได้อีก	<u>5,000</u> <sup>+</sup> บาท
	ปัจจุบันมีเงิน	<u>15,000</u> บาท
ตอบ	15,000 บาท	

วิธีทำ 2	บีมมีเงิน	40,000 บาท
	หาเงินเพิ่มได้อีก	<u>5,000</u> <sup>+</sup> บาท
	รวมมีเงินทั้งหมด	45,000 บาท
	ซื้อรถ	<u>30,000</u> บาท
	ปัจจุบันมีเงิน	<u>15,000</u> บาท
ตอบ	15,000 บาท	

หมายเหตุ ในการแสดงวิธีทำ ครูอาจจำเป็นต้องทบทวนทักษะการคำนวณ คือ ทักษะการบวกและลบจำนวนที่มี 5 หลัก



## 5. นักเรียนช่วยกันตรวจสอบคำตอบ ดังนี้

5.1 นำเงินที่เหลือจากซื้อรถ รวมกับเงินที่ซื้อรถ เท่ากับเงินที่มีอยู่เดิม แสดงว่า เงินที่เหลือได้ถูกต้อง

5.2 นำผลลัพธ์ครั้งสุดท้ายลบด้วยเงินที่หาเพิ่มได้ ถ้าเท่ากับเงินที่เหลือจากซื้อรถ แสดงว่าคำตอบถูกต้อง

## 5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 5.1 งานวิจัยในประเทศ

เกสร ทองแสน (2539 : บทคัดย่อ) ได้พัฒนารูปแบบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยเน้นการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้และกระบวนการแก้ปัญหา ได้ศึกษากับนักเรียน โรงเรียนคำใหญ่วิทยา จังหวัดกาฬสินธุ์ จำนวน 56 คน เป็นกลุ่มควบคุมที่สอนโดยวิธีปกติอีก 28 คน และเป็นกลุ่มทดลอง 28 คน ได้เรียนรู้ตามรูปแบบที่พัฒนาขึ้น ซึ่งในขั้นตอนที่ 5 ของกิจกรรมการเรียนรู้ เมื่อนักเรียนแก้โจทย์ปัญหาแล้ว ให้นักเรียนร่วมกันสร้างโจทย์ปัญหาเป็นกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอน โดยเน้นการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้และกระบวนการแก้ปัญหา มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

2. นักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนสูง ปานกลาง ต่ำ ที่ได้รับการสอนโดยเน้นการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้และกระบวนการแก้ปัญหา มีค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการเปลี่ยนแปลงของคะแนนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ

ทัศนีย์ ชื่นขง (2541 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาข้อบกพร่องและความมั่นใจในการตอบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในจังหวัดนครราชสีมา พบว่า

1. นักเรียนส่วนใหญ่มีความบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาด้านต่างๆตามลำดับ คือ ความบกพร่องในการตีความ บกพร่องในการตรวจสอบคำตอบ บกพร่องในการใช้สมบัติกฎ สูตรและนิยาม บกพร่องในการคิดคำนวณ

2. นักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในการแก้โจทย์ปัญหา ตามลักษณะการบกพร่องทั้ง 4 ลักษณะ สัมพันธ์กับความไม่มั่นใจในการทำแบบทดสอบอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

สุดใจ ศรีจามร และคณะ (2542 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการแก้โจทย์ปัญหาเชิงสร้างสรรค์และร่วมมือกันเรียนรู้อัตนระดับประถมศึกษาปีที่ 4 โดยศึกษากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น ปีการศึกษา 2541 จำนวน 80 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 40 คน สอน โดยวิธีที่ได้พัฒนาขึ้นซึ่งในแผนการจัดการเรียนรู้ลำดับที่ 9 ได้เน้นให้นักเรียนเป็นผู้สร้าง โจทย์ปัญหาด้วยตนเองในลักษณะต่าง ๆ และกลุ่มควบคุม 40 คน สอน โดยวิธีปกติ ผลการทดลองพบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้เรียนรู้ตามวิธีการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการแก้โจทย์ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ สูงกว่านักเรียนที่เรียนตามวิธีปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

2. ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้เรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการแก้โจทย์ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ สูงกว่านักเรียนที่เรียนตามวิธีปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

เกื้อจิตต์ ฉิมทิม และคณะ (2543 : บทคัดย่อ) ได้พัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการแก้โจทย์ปัญหาเชิงสร้างสรรค์และร่วมมือกันเรียนรู้อัตนระดับประถมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น ปีการศึกษา 2543 จำนวน 50 คน ซึ่งนักเรียนได้มีโอกาสร่วมกันสร้าง โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนรู้โดยรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการแก้โจทย์ปัญหาเชิงสร้างสรรค์และร่วมมือกันเรียนรู้ เรื่องการบวก การลบจำนวนที่มีสองหลักและการบวกลบระคน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคิดเป็นร้อยละ 81.63

2. คะแนนความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องการบวก การลบจำนวนที่มีสองหลักและการบวกลบระคน มีค่าเฉลี่ยของคะแนนความคล่องในการคิด ความยืดหยุ่นในการคิดและความคิดริเริ่มเท่ากับ 38.59, 20.09 และ 20.94 เป็นต้น

สมปอง พรหมพิน (2543 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยเน้นการใช้ประสบการณ์ภาษาและร่วมมือกันเรียนรู้ ของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนบ้านม่วง จังหวัดหนองบัวลำพู จำนวน 12 คน โดยวิธีดังกล่าวได้เน้นให้นักเรียน ได้มีโอกาสร่วมกันสร้าง โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นกลุ่ม ในชั้นตอนที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนเฉลี่ยร้อยละ 79.17 มีจำนวนนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 91.67 ซึ่งสอดคล้องกับเกณฑ์ที่กำหนด

2. ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนเฉลี่ยร้อยละ 78.75 มีจำนวนนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75.00 ซึ่งสอดคล้องกับเกณฑ์ที่กำหนด

ธานี คำยิ่ง (2549 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์โดยเน้นประสบการณ์การสร้างโจทย์ปัญหา ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องทศนิยมของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านท่อม ปีการศึกษา 2547-2548 จำนวน 178 คน โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มทดลองจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแผนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น 41 คน และกลุ่มควบคุม ซึ่งจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครูจำนวน 40 คน ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์โดยเน้นประสบการณ์การสร้างโจทย์ปัญหาเรื่องทศนิยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า

1. นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์โดยเน้นประสบการณ์การสร้างโจทย์ปัญหา ในเรื่องทศนิยม มีค่าร้อยละของคะแนน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 อยู่ในช่วง 64.98 - 78.60

2. นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์โดยเน้นประสบการณ์การสร้างโจทย์ปัญหา มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องทศนิยม สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่า ได้มีความพยายามที่จะแก้ไขและพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนให้ดีขึ้นในรูปแบบต่าง ๆ เช่น พัฒนารูปแบบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยเน้นการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้และกระบวนการแก้ปัญหา หรือ ศึกษาข้อบกพร่องและความมั่นใจในการตอบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หรือ พัฒนาความสามารถในการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยเน้นการใช้ประสบการณ์ภาษาและร่วมมือกันเรียนรู้ ของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 5 หรือ ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์โดยเน้นประสบการณ์การสร้างโจทย์ปัญหา ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องทศนิยมของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่ง จะเห็นว่าในการสร้าง โจทย์ปัญหาเพื่อเป็นพื้นฐานที่สำคัญสำหรับเด็กในวัยเริ่มเรียน

คณิตศาสตร์ ซึ่งมีคนทำน้อยมาก ดังนั้นงานวิจัยเรื่องรูปแบบการสร้างโจทย์ปัญหาที่เหมาะสมของนักเรียนช่วงชั้นที่ 1 น่าจะเป็นแนวทางหนึ่งที่เป็นประโยชน์ในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องนี้ได้

## 5.2 งานวิจัยต่างประเทศ

บิงค์ (Brink. 1982 : 62-78) ได้ศึกษาผลการฝึกแปลความหมายจากข้อความในโจทย์ปัญหาที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ ในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มแรกสอนตามปกติ และกลุ่มที่สองสอนโดยเน้นฝึกแปลความหมายข้อความ โจทย์ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ซิลเวอร์ และ ทอมป์สัน (Silver and Thompson, 1984 : 97) ได้ศึกษาเรื่องอิทธิพลของการอ่านต่อการแก้โจทย์ปัญหา ผลการวิจัยพบว่าปัญหาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนจำเป็นต้องอ่าน เพื่อความเข้าใจเป็นอุปสรรคที่สำคัญมากที่สุดที่ยับยั้งให้นักเรียน ไม่สามารถแก้โจทย์ ได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในระดับประถมศึกษา แต่อย่างไรก็ตามมีเหตุผลหรือหลักฐานที่จะเชื่อถือได้ว่า เด็กเล็กๆสามารถแก้โจทย์ที่เป็นคำพูด ได้ก่อนที่เขาจะถูกสอนการแก้โจทย์ที่เป็นแบบแผน

คาร์เพ็นเตอร์ และ โมเซอร์ (Carpenter and Moser. 1983 : 87) ได้ศึกษาความสามารถ ในการแก้โจทย์ของเด็ก ผลการวิจัยพบว่า เด็กสามารถแก้โจทย์ที่เป็นคำพูดหรือรูปภาพ ได้เลย ไม่จำเป็นต้องรอให้เขามีความสามารถในการอ่านเสียก่อน

อิงลิช (English. 1998 : 78) ได้ศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับขีดความสามารถของเด็กเกรด 3 ในการสร้างโจทย์ปัญหาในบริบทที่เป็นประโยชน์สัญลักษณ์และ ไม่เป็นประโยชน์สัญลักษณ์ โดยใช้กิจกรรมการสร้างโจทย์ปัญหา พบว่า กิจกรรมสร้างโจทย์ปัญหาได้ช่วยปรับปรุงขีดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของเด็กให้ดีขึ้น แต่การใช้กิจกรรมนั้นยังไม่เพียงพอ สำหรับเด็กในการเสริมสร้างความหลากหลายของการสร้างโจทย์ปัญหาในบริบทที่เป็นประโยชน์สัญลักษณ์

เฮซเซด (El Sayed. 1999 : 1-6) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของ นักศึกษาวิชาครูชั้นปีที่สามในมหาวิทยาลัย Salton Qaboos โดยกลุ่มทดลองได้รับการจัดการ สอนการแก้โจทย์ปัญหาที่ให้ผู้เรียนสร้างโจทย์ปัญหาด้วยตนเอง ตามรูปแบบการสอนที่ พัฒนาขึ้น และกลุ่มควบคุมสอนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักศึกษาที่เป็นกลุ่มทดลองมี ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

จากการศึกษางานวิจัยต่างประเทศ พบว่า แนวทางการพัฒนาการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ได้ใช้วิธีการสร้างโจทย์ปัญหาเป็นส่วนใหญ่ ไม่ว่าจะในระดับประถมศึกษาและ

มัธยมศึกษา นอกจากนั้นผลการวิจัยยังพบอีกว่าการแก้โจทย์ปัญหาที่เป็นคำพูดได้ โดยไม่จำเป็นต้องรอให้มีความสามารถในการอ่านได้เสียก่อน

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศ และต่างประเทศ สรุปได้ว่า ในการพัฒนาการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนในระดับประถมศึกษาตอนต้น วิธีที่เหมาะสมน่าจะเป็น การสร้างโจทย์ปัญหา จากแนวคิดดังกล่าว ผู้วิจัยจึง ได้นำมาเป็นแนวทางในการทำวิจัยในครั้งนี้



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY