

## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการแก้สมการเชิงเส้น และความคิดเห็นเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 สายวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ ที่กำลังศึกษาอยู่ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง จากโรงเรียนในเขตอำเภอเมืองมหาสารคามผู้วิจัยได้สรุปผลการวิจัยตามลำดับ ดังนี้

1. วัตถุประสงค์การวิจัย
2. กลุ่มเป้าหมาย
3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การวิเคราะห์ข้อมูล
5. สรุปผลการวิจัย
6. อภิปรายผล
7. ข้อเสนอแนะ

#### วัตถุประสงค์การวิจัย

ในการวิจัยเรื่อง วิธีการแก้สมการเชิงเส้นของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ผู้วิจัยได้กำหนดวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

1. เพื่อศึกษาวิธีการแก้สมการเชิงเส้นของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ในประเด็นต่อไปนี้

- 1.1 ความถูกต้องในการแก้สมการเชิงเส้น
- 1.2 วิธีการที่ใช้ในการแก้สมการเชิงเส้น

2. เพื่อศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม เกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้น ในประเด็นดังต่อไปนี้

- 2.1 ความรู้สึกที่มีต่อการแก้สมการเชิงเส้นก่อนที่จะพบสมการและหลังการแก้สมการ

## 2.2 ความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้สมการเชิงเส้น

### กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมาย ได้แก่ นักเรียนช่วงชั้นที่ 4 สายวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ที่กำลังศึกษาอยู่ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง จากโรงเรียนในเขตอำเภอเมืองมหาสารคาม คือ โรงเรียนสารคามพิทยาคม จำนวน 2 กลุ่ม โรงเรียน ผดุงนารี จำนวน 2 กลุ่ม โรงเรียนมหาชัยพิทยาคาร จำนวน 2 กลุ่ม โรงเรียนแก่งวิทย์อนุกุล จำนวน 2 กลุ่ม โรงเรียนโลกก่อก่อพิทยาคม จำนวน 2 กลุ่ม โรงเรียนมหาวิชาอนุกุล จำนวน 2 กลุ่ม โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยมหาสารคาม จำนวน 2 กลุ่ม และโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จำนวน 2 กลุ่ม รวมทั้งหมด 16 กลุ่ม จำนวนทั้งสิ้น 32 คน

### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มีดังนี้

1. สมการเชิงเส้นตามลักษณะของคำตอบตามลักษณะ คือ

1.1 สมการเชิงเส้นที่มีคำตอบแบบเฉพาะ :  $x - 1 = 7$

1.2 สมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์ :  $5x + 10 = 5(x + 2)$

1.3 สมการเชิงเส้นที่ขัดแย้ง :  $4x - 1 = 4(x + 3)$

2. แบบสัมภาษณ์ เป็นแบบสัมภาษณ์ที่ไม่มีโครงสร้าง ประกอบด้วยคำถามหลัก 4 ประเด็น

### การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ตามลำดับขั้นตอนต่อไปนี้

1. วิเคราะห์วิธีการแก้สมการเชิงเส้นของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 อำเภอเมืองจังหวัดมหาสารคาม ในประเด็นต่อไปนี้

1.1 ความถูกต้องในการแก้สมการเชิงเส้น โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนความถูกต้องในการแก้สมการเชิงเส้น และใช้ตารางแจกแจงความถี่

1.2 วิธีการที่ใช้ในการแก้สมการเชิงเส้น โดยใช้ตารางแจกแจงความถี่ และหาร้อยละของแนวคิดหรือวิธีการแก้สมการเชิงเส้น

2. วิเคราะห์ความคิดเห็นของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม เกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้น ในประเด็นดังต่อไปนี้

2.1 ความรู้สึกที่มีต่อการแก้สมการเชิงเส้นก่อนและหลังการแก้สมการ โดยใช้ตารางแจกแจงความถี่

2.2 ความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้สมการเชิงเส้น โดยใช้ตารางแจกแจงความถี่

### สรุปผลการวิจัย

ในการวิจัยเรื่องวิธีการแก้สมการเชิงเส้นของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม สามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ผลการศึกษาวิธีการแก้สมการเชิงเส้นของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ในประเด็นต่อไปนี้ เป็นดังนี้

1.1 ความถูกต้องในการแก้สมการเชิงเส้น พบว่า นักเรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตามลักษณะของคำตอบได้ถูกต้อง แตกต่างกันตามลักษณะของสมการ โดยสมการเชิงเส้นที่มีลักษณะคำตอบเฉพาะ นักเรียนสามารถทำถูกต้องสมบูรณ์ได้มากที่สุด มีความถี่ของจำนวนคู่เป็น 13 คิดเป็นร้อยละ 81.25 รองลงมาคือ สมการเชิงเส้นที่ขัดแย้ง มีความถี่ของจำนวนคู่เป็น 12 คิดเป็นร้อยละ 75.00 และสมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์ มีความถี่ของจำนวนคู่เป็น 9 คิดเป็นร้อยละ 56.25

1.2 วิธีการที่ใช้ในการแก้สมการเชิงเส้น จำแนกตามลักษณะของสมการ พบว่า การใช้สัญลักษณ์ในการแก้สมการเชิงเส้นที่มีคำตอบเฉพาะ เป็นวิธีการที่ใช้มากที่สุด มีความถี่ของจำนวนคู่เป็น 16 คิดเป็นร้อยละ 100 รองลงมา คือ การใช้สัญลักษณ์ในการแก้สมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์ มีความถี่ของจำนวนคู่เป็น 9 คิดเป็นร้อยละ 56.25 และการใช้สัญลักษณ์ในการแก้สมการเชิงเส้นที่ขัดแย้ง มีความถี่ของจำนวนคู่เป็น 8 คิดเป็นร้อยละ 50.00 ส่วนวิธีการใช้กราฟในการแก้สมการเชิงเส้น พบว่า สมการเชิงเส้นที่ขัดแย้งใช้วิธีการใช้กราฟมากที่สุด มีความถี่ของจำนวนคู่เป็น 6 คิดเป็นร้อยละ 37.50 รองลงมา คือ สมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์ มีความถี่ของจำนวนคู่เป็น 5 คิดเป็นร้อยละ 31.25 สำหรับวิธีการใช้ตารางหรือการแทนค่าในการแก้สมการเชิงเส้น พบว่า สมการเชิงเส้นที่เป็น

เอกลักษณ์และสมการเชิงเส้นที่ขัดแย้ง ใช้วิธีการใช้ตารางหรือการแทนค่าในการแก้สมการเชิงเส้น มีความถี่ของจำนวนคู่เท่ากัน คือ 2 คิดเป็นร้อยละ 12.50 และไม่พบการใช้วิธีการใช้กราฟและวิธีการใช้ตารางหรือการแทนค่า ในการแก้สมการเชิงเส้นที่มีคำตอบเฉพาะ

2. ผลการศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม เกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้น ในประเด็นดังต่อไปนี้ เป็นดังนี้

2.1 ความรู้สึกที่มีต่อการแก้สมการเชิงเส้นก่อนที่จะพบสมการและหลังการแก้สมการ

2.1.1 ความรู้สึกที่มีต่อการแก้สมการเชิงเส้นก่อนที่จะพบสมการ เรียงลำดับความถี่ของความรู้สึกจากมากไปหาน้อย พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความรู้สึกว่าการแก้สมการเชิงเส้นน่าจะเป็นสมการที่มีคำตอบเดียว เช่น  $x-1=6$  (สมการเชิงเส้นที่มีคำตอบเฉพาะ) เพราะส่วนมากจะได้ฝึกแก้สมการเชิงเส้นแบบนี้มากกว่าแบบอื่น ๆ ความรู้สึกอันดับต่อมาคือ นักเรียนรู้สึกว่าการแก้สมการเชิงเส้นเป็นเรื่องไม่ยาก ใช้สัญลักษณ์หรือใช้การแทนค่าก็น่าจะหาคำตอบได้ และความรู้สึกอันดับสุดท้ายซึ่งมีค่าความถี่ของความรู้สึกเป็น 1 เท่ากัน คือ นักเรียนรู้สึกว่าการแก้สมการเชิงเส้นเรียนมาหลายปีแล้ว จึงลืมหลักการและวิธีการแก้สมการ แต่คิดว่าน่าจะทำได้ และนักเรียนรู้สึกอีกว่าการแก้สมการเป็นเรื่องที่ต้องหาแนวทางหรือ รูปแบบของแต่ละคนให้ได้ เป็นเรื่องที่ลึกซึ้ง ทำให้เรามีความมุมานะ มีจินตนาการที่หลากหลาย

2.1.2 ความรู้สึกหลังจากการแก้สมการเชิงเส้น เรียงลำดับความถี่ของความรู้สึกจากมากไปหาน้อย พบว่า ความรู้สึกที่นักเรียนส่วนใหญ่ตอบ คือ ไม่คิดว่าสมการเชิงเส้นจะมีหลายลักษณะ นอกเหนือจากสมการเชิงเส้นที่มีคำตอบเฉพาะ ความรู้สึกอันดับต่อมาคือ สมการที่ให้มา ตอนแรกดูเหมือนจะง่ายและธรรมดา น่าจะแก้ได้ แต่พอทำไปจึงพบว่ายาก โดยเฉพาะสมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์ และสมการเชิงเส้นที่ขัดแย้ง และความรู้สึกอันดับสุดท้าย หลังจากการแก้สมการเชิงเส้นของนักเรียนคือ การแก้สมการเชิงเส้นแต่ละลักษณะมีวิธีการแก้ที่แตกต่างกัน แต่ที่ได้เรียนมาครูจะเน้นเฉพาะการใช้สัญลักษณ์มากกว่าวิธีการอื่น จึงทำให้ไม่สามารถแก้สมการเชิงเส้นด้วยวิธีการอื่นได้ และนักเรียนรู้สึกอีกว่า ในการแก้สมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์นั้น มีความเข้าใจผิดในการหาคำตอบของสมการมาโดยตลอด

2.2 ความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การแก้สมการเชิงเส้น เรียงลำดับความถี่ของความคิดเห็นจากมากไปหาน้อย พบว่า สมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์

และสมการเชิงเส้นที่ขัดแย้ง ครูควรให้ความสำคัญ และมีการฝึกฝนให้มากขึ้นกว่าเดิม ความคิดเห็นอันดับต่อมา คือ ครูควรสอนการแก้สมการโดยใช้วิธีการต่าง ๆ นอกเหนือจากการใช้สัญลักษณ์ เช่น ใช้กราฟ ตารางหรือแทนค่า เครื่องคิดเลขกราฟิก หรือโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางคณิตศาสตร์ เช่น The Geometer's Sketchpad (GSP) และมีความคิดเห็นอีกว่าครูควรให้ความสำคัญในการหาคำตอบของสมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์ และควรจะสอนเพิ่มเติมเนื้อหาให้มากกว่าที่มีอยู่ในหลักสูตร นอกจากนั้นครูควรยกตัวอย่างประกอบให้มากขึ้น เพื่อจะได้จำวิธีการได้ สำหรับความคิดเห็นอันดับสุดท้ายคือ ควรหาโจทย์แปลก ๆ ที่น่าสนใจและท้าทายมาให้ฝึกทำบ่อย ๆ และมีความเห็นอีกว่า ควรเพิ่มเวลาในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ให้มากขึ้นกว่าเดิม และอยากให้นำข้อสอบเอนทรานซ์มาให้ให้นักเรียนฝึกบ่อย ๆ สิ่งที่นักเรียนประทับใจในตัวครู คือ ครูสอนดีอยู่แล้ว ไม่ต้องปรับปรุงอะไร

## อภิปรายผล

ผลจากการวิจัยในครั้งนี้สามารถอภิปรายผลได้ดังต่อไปนี้

1 ผลการศึกษาวิธีการแก้สมการเชิงเส้นของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ในประเด็นความถูกต้องในการแก้สมการเชิงเส้น พบว่า นักเรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นได้ถูกต้องสมบูรณ์มากที่สุด คือ สมการเชิงเส้นที่มีคำตอบเฉพาะ พบในทุกกลุ่มของกลุ่มเป้าหมายที่อยู่ในเขตและบางกลุ่มของกลุ่มเป้าหมายที่อยู่นอกเทศบาลเมืองมหาสารคาม รองลงมาคือ สมการเชิงเส้นที่ขัดแย้ง พบในทุกกลุ่มของกลุ่มเป้าหมายที่อยู่ในเขตและบางกลุ่มของกลุ่มเป้าหมายที่อยู่นอกเทศบาลเมืองมหาสารคาม และสมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์ พบในบางกลุ่มของกลุ่มเป้าหมายที่อยู่ในเขตและนอกเขตเทศบาลเมืองมหาสารคาม ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของฮันเลย์ (Huntley, 2006 : 63) ที่ได้ทำการสำรวจพฤติกรรมการให้เหตุผลในการแก้สมการเชิงเส้นของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายในประเทศสหรัฐอเมริกา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นได้ถูกต้องสมบูรณ์มากที่สุด คือ สมการเชิงเส้นที่มีคำตอบเฉพาะ รองลงมาคือ สมการเชิงเส้นที่ขัดแย้ง และสมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์ จะเห็นได้ว่าผลการวิจัยทั้ง 2 เรื่องมีความสอดคล้องกัน ทั้งนี้เพราะ สมการเชิงเส้นที่มีคำตอบเฉพาะเป็นรูปแบบพื้นฐานของสมการในรูปแบบอื่น และเป็นรูปแบบที่มีความสำคัญและครูฝึกฝนมากที่สุด เมื่อวิเคราะห์หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในสาระพีชคณิต เรื่องสมการ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2545 : 10) พบว่า สมการเชิงเส้นได้เริ่มเรียนในช่วงชั้นที่ 2 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จนถึงช่วงชั้นที่ 3 ชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งสามลักษณะ คือ สมการเชิงเส้นที่มีคำตอบเฉพาะ สมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์ และสมการเชิงเส้นที่ขัดแย้ง โดยในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีลักษณะเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แต่ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จากการศึกษาแบบเรียนตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จะเห็นว่า หลักสูตรได้ให้ความสำคัญสมการเชิงเส้นที่มีคำตอบเฉพาะ โดยให้นักเรียนได้เรียนรู้ทั้งความหมาย วิธีการแก้สมการ และให้ฝึกทักษะการแก้สมการมากที่สุด ส่วนสมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์ และสมการเชิงเส้นที่ขัดแย้ง หลักสูตรเพียงแต่แนะนำให้ผู้รู้จากรูปแบบของสมการเท่านั้น การจัดหลักสูตรลักษณะนี้ทำให้นักเรียนไม่คุ้นเคยกับการแก้สมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์ และสมการเชิงเส้นที่ขัดแย้ง จนขาดทักษะในการแก้สมการทั้ง 2 ลักษณะ เมื่อพิจารณาจากกลุ่มเป้าหมาย พบว่า นักเรียนที่มาจากโรงเรียนในเขตเทศบาลเมืองมหาสารคาม ส่วนใหญ่สามารถแก้สมการเชิงเส้นที่มีคำตอบเฉพาะได้ถูกต้องสมบูรณ์ และบางโรงเรียนในเขตเทศบาลเมืองมหาสารคาม เช่น โรงเรียนสารคามพิทยาคม และโรงเรียนผดุงนารี ยังสามารถแก้สมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์ และสมการเชิงเส้นที่ขัดแย้งได้ถูกต้องสมบูรณ์ จากการสัมภาษณ์นักเรียนโรงเรียนทั้ง 2 โรงเรียน พบว่า นักเรียนได้ศึกษาเพิ่มเติมวิธีการแก้สมการทั้ง 2 ลักษณะด้วยตนเองจากโรงเรียนกวดวิชา หรือจากอาจารย์ผู้สอนเป็นการส่วนตัว ตลอดจนจากคู่มือคณิตศาสตร์ในชั้นต่าง ๆ จากเหตุผลดังกล่าวข้างต้น ได้สะท้อนให้เห็นว่า หลักสูตรได้ให้ความสำคัญของสมการเชิงเส้นทั้งสามลักษณะไม่เท่าเทียมกัน อันที่จริง สมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์ และสมการเชิงเส้นที่ขัดแย้ง ล้วนมีความสำคัญต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นไป และเป็นพื้นฐานในการศึกษาวิชาทางด้านวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ และด้านอื่น ๆ ด้วย (สมเกียรติ ชัยพรเจริญศรี, 2547 : 45) จึงควรให้นักเรียนได้เรียนรู้และฝึกฝนในเวลาอันควร นอกจากนั้นจากผลการสัมภาษณ์นักเรียน ยังทำให้พบอีกว่า โรงเรียนนอกเขตเทศบาลเมืองมหาสารคามบางโรงเรียน มีความยากลำบากในการแก้สมการเชิงเส้นทั้งสามลักษณะ เนื่องจากไม่เข้าใจ เรียนมานาน ขาดการฝึกฝน และไม่ได้กวดวิชาเหมือนเด็กในเขตเทศบาล เพราะต้องช่วยผู้ปกครองทำงานหลังเลิกเรียน ดังนั้น การแก้สมการจึงสู้เด็กในเขตเทศบาลเมืองไม่ได้ สำหรับวิธีการที่ใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นนั้น พบว่า การใช้สัญลักษณ์ในการแก้สมการเชิงเส้นที่มีคำตอบเฉพาะ เป็นวิธีการที่ใช้มากที่สุด พบในทุกคู่ของกลุ่มเป้าหมายของการวิจัย รองลงมา คือ การใช้สัญลักษณ์ในการแก้สมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์ และการใช้สัญลักษณ์ในการแก้สมการเชิงเส้นที่ขัดแย้ง ส่วนวิธีการใช้กราฟในการแก้สมการเชิงเส้น พบว่า สมการเชิงเส้นที่ขัดแย้ง ใช้กราฟในการแก้

สมการมากที่สุด พบในบางคู่ของกลุ่มเป้าหมายที่อยู่ในเขตและนอกเขตเทศบาลเมืองมหาสารคาม รองลงมา คือ สมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์ ไม่พบการใช้กราฟในการแก้สมการเชิงเส้นที่มีคำตอบเฉพาะ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของฮันเลย์ (Huntley, 2007 : 64) ที่ได้ทำการสำรวจยุทธวิธีการให้เหตุผลในการแก้สมการเชิงเส้นของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายในประเทศสหรัฐอเมริกา ผลการวิจัยพบว่า การใช้สัญลักษณ์ในการแก้สมการเชิงเส้นที่มีคำตอบเฉพาะ เป็นวิธีการที่ใช้มากที่สุด รองลงมา คือ การใช้สัญลักษณ์ในการแก้สมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์ และการใช้สัญลักษณ์ในการแก้สมการเชิงเส้นที่ขัดแย้ง ส่วนวิธีการใช้กราฟในการแก้สมการเชิงเส้น พบว่า สมการเชิงเส้นที่ขัดแย้ง ใช้กราฟในการแก้สมการมากที่สุด รองลงมา คือ สมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์ สำหรับวิธีการใช้ตารางหรือการแทนค่าในการแก้สมการเชิงเส้น พบว่า นักเรียนใช้ตารางหรือการแทนค่าในการแก้สมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์และสมการเชิงเส้นที่ขัดแย้งเท่านั้น พบในบางคู่ของกลุ่มเป้าหมายที่อยู่ในเขตและนอกเขตเทศบาลเมืองมหาสารคาม ไม่พบการใช้ตารางหรือการแทนค่าในการแก้สมการเชิงเส้นที่มีคำตอบเฉพาะ ซึ่งไม่สอดคล้องกับผลการวิจัยของฮันเลย์ จะเห็นได้ว่า ในการเรียนรู้การแก้สมการเชิงเส้นครูส่วนใหญ่ทั้งครูไทยและครูต่างประเทศยังนิยมใช้สัญลักษณ์ในการแก้สมการเชิงเส้น ทั้งนี้เพราะเป็นหลักการสากลของพีชคณิตในการแก้สมการเชิงเส้นและเป็นข้อตกลงว่า เมื่อจะแก้สมการจะต้องใช้สัญลักษณ์ก่อนในเบื้องต้น หากไม่สามารถแก้สมการเชิงเส้นได้โดยวิธีนี้ จึงประยุกต์ใช้วิธีการอื่น ๆ เช่น การใช้กราฟ การใช้เครื่องคิดเลขกราฟิก หรือโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์ อย่างไรก็ตามเป็นที่น่าสังเกตว่า การใช้ตารางหรือการแทนค่าเพื่อช่วยในการแก้สมการเชิงเส้นนั้น ในผลการวิจัยของฮันเลย์ นักเรียนใช้ตารางหรือการแทนค่าในสมการทั้ง 3 ลักษณะ แต่จากผลการวิจัยเรื่องวิธีการแก้สมการเชิงเส้นของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 จังหวัดมหาสารคาม พบเพียงแค่ในการแก้สมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์และสมการเชิงเส้นที่ขัดแย้งเท่านั้น ไม่พบในการแก้สมการเชิงเส้นที่มีคำตอบเฉพาะ จากการพิจารณาตัวอย่างในหนังสือเรียนของแต่ละชั้น พบว่า ในการแก้สมการเชิงเส้นใช้สัญลักษณ์เป็นส่วนใหญ่ เมื่อทำการสอนครูจึงนำวิธีการในหนังสือเรียนมาเป็นตัวอย่างให้นักเรียนฝึกจนเกิดความเคยชินว่า การแก้สมการเชิงเส้นจะต้องใช้สัญลักษณ์ในการแก้สมการเท่านั้น ส่วนสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจึงจะแก้สมการโดยใช้กราฟ หรือวิธีการอื่น ๆ

2 ผลการศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม เกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้น ในประเด็นความรู้สึกที่มีต่อการแก้สมการเชิงเส้นก่อนที่จะพบสมการ เรียงลำดับความถี่ของความรู้สึกจากมากไปหาน้อย พบว่า นักเรียน

ส่วนใหญ่มีความรู้สึกว่าการแก้สมการเชิงเส้นน่าจะเป็นสมการที่มีคำตอบเดียว เช่น  $x - 1 = 6$  (สมการเชิงเส้นที่มีคำตอบเฉพาะ) เพราะส่วนมากจะได้ฝึกแก้สมการเชิงเส้นแบบนี้มากกว่าแบบอื่น ๆ ความรู้สึกอันดับต่อมาคือ นักเรียนรู้สึกว่าการแก้สมการเชิงเส้นเป็นเรื่องไม่ยาก ใช้สัญลักษณ์หรือใช้การแทนค่าก็น่าจะหาคำตอบได้ และความรู้สึกอันดับสุดท้ายซึ่งมีค่าความถี่ของความรู้สึกเป็น 1 เท่ากัน คือ นักเรียนรู้สึกว่าการแก้สมการเชิงเส้นเรียนมาหลายปีแล้ว จึงลืมหลักการและวิธีการแก้สมการ แต่คิดว่าน่าจะทำได้ และนักเรียนรู้สึกอีกว่าการแก้สมการเป็นเรื่องที่ต้องหาแนวทางหรือ รูปแบบของแต่ละคนให้ได้ เป็นเรื่องที่ลึกซึ้ง ทำให้เรามีความมุ่งมั่น มีจินตนาการที่หลากหลาย จากการวิเคราะห์ผลของความรู้สึกดังกล่าวพบว่า มีความสอดคล้องกับผลการวิจัยข้อที่ 5.1 ทั้งนี้เพราะจากการได้ฝึกฝนแก้สมการเชิงเส้นที่มีคำตอบเฉพาะ เพียงอย่างเดียว และทำติดต่อกันเรื่อยมาหลายปี จนเกิดความเคยชิน และฝังใจว่ารูปแบบของสมการเชิงเส้นคือ สมการที่มีลักษณะ  $x - 1 = 6$  เท่านั้น ดังนั้นการแสดงวิธีการแก้สมการและความรู้สึกก่อนแก้สมการจึงสอดคล้องกันกัน จึงตรงกัน ส่วนความรู้สึกหลังจากการแก้สมการเชิงเส้น เรียงลำดับความถี่ของความรู้สึกจากมากไปหาน้อย พบว่า ความรู้สึกที่นักเรียนส่วนใหญ่ตอบ คือ ไม่คิดว่าสมการเชิงเส้นจะมีหลายลักษณะ นอกเหนือจากสมการเชิงเส้นที่มีคำตอบเฉพาะ ทั้งนี้น่าจะมาจากเหตุผลเกี่ยวกับ ความรู้สึกก่อนที่จะพบสมการอันดับต่อมาคือ สมการที่ให้มา ตอนแรกดูเหมือนจะง่ายและธรรมดา น่าจะแก้ได้ แต่พอทำไปจึงพบว่ายาก โดยเฉพาะสมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์ และสมการเชิงเส้นที่ขัดแย้ง ทั้งนี้เพราะ นักเรียนคิดว่า สมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์ และสมการเชิงเส้นที่ขัดแย้ง น่าจะใช้วิธีการแก้เช่นเดียวกับ สมการเชิงเส้นที่มีคำตอบเฉพาะ และความรู้สึกอันดับสุดท้าย หลังจากการแก้สมการเชิงเส้นของนักเรียนคือ การแก้สมการเชิงเส้นแต่ละลักษณะมีวิธีการแก้ที่แตกต่างกัน แต่ที่ได้เรียนมาครูจะเน้นเฉพาะการใช้สัญลักษณ์มากกว่าวิธีการอื่น จึงทำให้ไม่สามารถแก้สมการเชิงเส้นด้วยวิธีการอื่นได้ ทั้งนี้เพราะนักเรียนไม่ได้รับการฝึกแก้สมการด้วยวิธีอื่นมาก่อน ความหลากหลายในการแก้สมการจึงไม่มี และนักเรียนรู้สึกอีกว่า ในการแก้สมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์นั้น มีความเข้าใจผิดในการหาคำตอบของสมการมาโดยตลอด ทั้งนี้อาจเป็นเพราะ คิดว่า ในการแก้สมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์จะใช้วิธีการเดียวกันกับการแก้สมการเชิงเส้นที่มีคำตอบเฉพาะ

สำหรับความคิดเห็นที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การแก้สมการเชิงเส้น เรียงลำดับความถี่ของความคิดเห็นจากมากไปหาน้อย พบว่า สมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์ และสมการเชิงเส้นที่ขัดแย้ง ควรให้ความสำคัญ และมีการฝึกฝนให้มากขึ้นกว่าเดิม ความคิดเห็น

อันดับต่อมา คือ ครูควรสอนการแก้สมการโดยใช้วิธีการต่าง ๆ นอกเหนือจากการใช้สัญลักษณ์ เช่น ใช้กราฟ ตารางหรือแทนค่า เครื่องคิดเลขกราฟิก หรือโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางคณิตศาสตร์ เช่น The Geometer's Sketchpad (GSP) และมีความคิดเห็นอีกว่าครูควรให้ความสำคัญในการหาคำตอบของสมการเชิงเส้นที่เป็นเอกลักษณ์ และควรจะสอนเพิ่มเติมเนื้อหาให้มากกว่าที่มีอยู่ในหลักสูตร นอกจากนั้นครูควรยกตัวอย่างประกอบให้มากขึ้น เพื่อจะได้จำวิธีการได้ สำหรับความคิดเห็นอันดับสุดท้ายคือ ควรหาโจทย์แปลก ๆ ที่น่าสนใจและท้าทายมาให้ฝึกทำบ่อย ๆ และมีความเห็นอีกว่า ควรเพิ่มเวลาในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ให้มากขึ้นกว่าเดิม และอยากให้นำข้อสอบแอนทรานซ์มาให้นักเรียนฝึกบ่อย ๆ

สิ่งที่นักเรียนประทับใจในตัวครู คือ ครูสอนคืออยู่แล้ว ไม่ต้องปรับปรุงอะไร จากการวิเคราะห์ความคิดเห็นของนักเรียน ที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้สมการ สะท้อนให้เห็นถึงวิธีการจัดการเรียนรู้การแก้สมการเชิงเส้นที่เราจัดในโรงเรียน ว่ายังขาดความสมบูรณ์ในการให้ความรู้เกี่ยวกับสมการเชิงเส้นทุกลักษณะ และยังสะท้อนถึงความหลากหลายของวิธีการแก้สมการที่นักเรียนควรมี ดังนั้นข้อคิดเห็นเหล่านี้จึงมีประโยชน์ ในการนำไปเป็นข้อเสนอแนะ เพื่อการพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องสมการต่อไป

### ข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้ มีข้อเสนอแนะเพื่อประโยชน์ต่อการวิจัย ดังนี้

1. ควรมีการศึกษา ความเข้าใจและวิธีการคิดของนักเรียนในการเรียนรู้ สารพีชคณิต เรื่องอื่นๆ
2. ควรมีการศึกษา ความเข้าใจและวิธีการคิดของนักเรียนในการเรียนรู้สารอื่นๆ ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย
3. ควรมีการทำการวิจัยซ้ำกับกลุ่มตัวอย่างอื่น เพื่อเป็นการยืนยันการทำวิจัยในครั้งนี้