

บทที่ 3

ตัวอย่างการสร้างข้อสอบแบบต่างๆ

ในบทนี้เป็นตัวอย่างข้อสอบที่สร้างโดยระบบ L^AT_EX ใช้แพ็คเกจ eqExam

1 แบบฝึกหัด

แบบฝึกหัดหรือการบ้านเป็นงานที่อาจารย์มอบหมายให้นักศึกษากลับไปทำมาส่ง ผู้สอนอาจจะนำเผยแพร่ไฟล์ PDF ทางระบบเครือข่าย LAN หรือ internet ให้นักศึกษาที่เรียนไปดาวน์โหลดเอง

ข้างล่างนี้เป็นชุดคำสั่งของ L^AT_EX หรือ source code เมื่อไปคอมไพล์จะได้เอกสาร PDF

```
\documentclass[a4paper,12pt]{article}
```

```
\usepackage[thai]{babel}
```

```
\usepackage{amsmath,url}
```

```
\usepackage[pdftex,forpaper,myconfigi,  
nopoints,nosolutions]{eqexam}
```

```
\subject[AC2]{แคลคูลัสขั้นสูง}
```

```
\title[HW1]{การบ้าน ครั้งที่ 1}
```

```
\author{ผศ.สมเกียรติ ชัยพรเจริญศรี}
```

```
\date{ภาคเรียนที่ 1/2549}
```

```
\duedate{28-มิ.ย.-49}
```

```
\keywords{Homework due \theduedate}
```

```
\begin{document}
```

```
\maketitle
```

```
\begin{exam}{Part1}
```

```

\ifsolutionsafter
\begin{instructions}[Solutions]
แบบฝึกหัดข้างล่างนี้ จงหาคำตอบของคำถามแต่ละข้อ
\end{instructions}
\else
\begin{instructions}[]
การบ้านจะเป็นการเขียนหรืออธิบายเป็นส่วนใหญ่
ถ้าคุณไม่เข้าเรียนแต่ต้องการงาน ให้เข้าไปที่
$$
\text{\url{http://www.rmu.ac.th/~somkiat/}}
$$
การบ้านทุกครั้งและงานที่มอบหมายจะส่งทางเว็บไซต์นี้
\end{instructions}
\fi
\begin{eqComments}[]\S$4.3$, หน้า $155$
\footnote{ดูในเอกสารประกอบการสอน}\end{eqComments}
\begin{problem}[4]
คำถามข้อที่ $15$ ให้ใช้นิยามพิสูจน์ว่า  $f(x) = x^2$  คอนเวกซ์บน  $\mathbb{R}$ 
\begin{solution}
ให้  $[c,d]$  เป็นช่วงใดๆ และให้  $t \in [0,1]$ , ต้องการพิสูจน์ว่า
\begin{equation}
f\bigl( (1-t)c + td \bigr) \leq (1-t) f(c) + tf(d) \label{eq0}
\end{equation}
หรือ,
\begin{equation}
\bigl( (1-t) c + td \bigr)^2 \leq (1-t) c^2 + t d^2 \label{eq2}
\end{equation}
เราจะแสดงว่าทางขวาลบทางซ้ายใน \eqref{eq2} ไม่เป็นจำนวนลบ ยิ่งไปกว่านั้น,
\begin{align*}

```

$$\begin{aligned}
& (1-t) c^2 + t d^2 - \left((1-t) c + t d \right)^2 \\
&= (1-t) c^2 + t d^2 - \left((1-t)^2 c^2 + 2t(1-t)cd + t^2 d^2 \right) \\
&= (1-t)[1-(1-t)]c^2 - 2t(1-t)cd + t(1-t)d^2 \\
&= t(1-t)c^2 - 2t(1-t)cd + t(1-t)d^2 \\
&= t(1-t)(c-d)^2 \geq 0
\end{aligned}$$

\end{align*}

จากบรรทัดแรกและบรรทัดสุดท้าย จะได้ว่า

$$(1-t) c^2 + t d^2 - \left((1-t) c + t d \right)^2 \geq 0$$

สมมูลกับอสมการ $\left((1-t) c + t d \right)^2 \leq (1-t) c^2 + t d^2$

\medskip\noindent\textit{ผลเฉลยทางอื่น}:

เราใช้ **อสมการโคชี-ชวาร์ซ**, หน้า 16 กับนิพจน์ทางซ้ายของ $\left((1-t) c + t d \right)^2$ โดยอสมการโคชี-ชวาร์ซ:

\$\$

$$\begin{aligned}
& \left(\sum_{k=1}^n a_k b_k \right)^2 \leq \\
& \left(\sum_{k=1}^n a_k^2 \right) \\
& \left(\sum_{k=1}^n b_k^2 \right)
\end{aligned}$$

\$\$

โดยใช้อสมการนี้ ด้วย $a_1 = \sqrt{1-t}$, $b_1 = \sqrt{1-t}$, c , $a_2 = \sqrt{t}$, $b_2 = \sqrt{t}$, d (ในที่นี้, $n=2$, สองพจน์), เราได้ว่า,

\begin{align*}

$$\begin{aligned}
& (1-t)^2 c^2 + t^2 d^2 & \\
& \leq \left((\sqrt{1-t})^2 + (\sqrt{t})^2 \right) \\
& \left((\sqrt{1-t})c + (\sqrt{t})d \right)^2 \\
& = (1-t)c^2 + td^2
\end{aligned}$$

\end{align*}

ดังนั้น,

\$\$

$$(1-t)^2 c^2 + t^2 d^2 \leq (1-t)c^2 + td^2$$

\$\$

โดยที่~\eqref{eq2}, เป็นสิ่งที่ต้องการพิสูจน์

\end{solution}

\end{problem}

\begin{problem}[3]

คำถามข้อที่ \$18\$ จงพิสูจน์ว่าผลบวกของสองฟังก์ชันคอนเวกซ์ยังคงเป็นฟังก์ชันคอนเวกซ์

\begin{solution}

ง่ายมาก! สมมติ \$f\$ และ \$g\$ เป็นฟังก์ชันคอนเวกซ์บนช่วง \$I\$

ให้ \$\{c, d\} \subseteq I\$ และให้ \$t \in [0, 1]\$ จะได้ว่า

\begin{align*}

$$\begin{aligned} (f+g)\bigl((1-t) c + td \bigr) & \\ &= f\bigl((1-t) c + td \bigr) + g\bigl((1-t) c \\ &+ td \bigr) \leq (1-t) f(c) + tf(d) + \\ &(1-t) g(c) + tg(d) \\ &= (1-t) (f+g)(c) + t(f+g)(d) \end{aligned}$$

\end{align*}

ดังนั้น, \$(f+g)\bigl((1-t) c + td \bigr) \leq (1-t) (f+g)(c)\$

+ \$t(f+g)(d)\$, เป็นสิ่งที่ต้องการพิสูจน์

\end{solution}

\end{problem}

\begin{problem}[2]

คำถามข้อที่ \$20\$ จงยกตัวอย่างฟังก์ชันคอนเวกซ์และไม่มีขอบเขตบนช่วง \$(0, 1)\$

\begin{solution}

ให้ \$f(x) = 1/x\$, \$x \in (0, 1)\$ ฟังก์ชันนี้เห็นได้ชัดว่าไม่มีขอบเขต

และเพราะว่า \$f''(x) = 1/x^3 \geq 0\$ บนช่วง \$(0, 1)\$,

ดังนั้นคอนเวกซ์บนช่วง \$(0, 1)\$

\end{solution}

\end{problem}

\begin{problem}[4]

คำถามข้อที่ 21\$ นิยาม

\$\$

$$f(x) = \begin{cases} 2, & x = -1; \\ x^2, & -1 < x < 2; \\ 5, & x = 2 \end{cases}$$

\$\$

จงแสดงว่า \$f\$ คอนเวกซ์บนช่วง \$[-1, 2]\$

แต่ไม่ต่อเนื่องบนช่วง \$[-1, 2]\$

\begin{solution}

นิยาม \$g(x) = x^2\$, \$x \in [-1, 2]\$ จะได้ว่า \$g\$

หาอนุพันธ์อันดับสองได้บนช่วง \$[-1, 2]\$ และ \$g''(x) = 2 \ge 0\$,

นั่นคือ, \$g\$ คอนเวกซ์บนช่วง \$[-1, 2]\$ สังเกตว่า \$g(x) \le f(x)\$

สำหรับทุก \$x \in [-1, 2]\$

ให้ \$[c, d] \subseteq [-1, 2]\$, เราต้องการแสดงว่า,

\$\forall t \in [0, 1]\$,

\$\$

$$f\bigl((1-t)c + td\bigl) \le (1-t) f(c) + tf(d)$$

\$\$

อสมการนี้ \emph{เป็นจริงเสมอ} สำหรับ \$t=0\$ และ \$t=1\$,

ดังนั้นเป็นการเพียงพอที่จะสมมติว่า \$t \in (0, 1)\$, ทำให้ได้ว่า

\$(1-t)c \ne -1\$ และ \$td \ne 2\$, นั่นคือ, \$(1-t)c

\$+ td \in (-1, 2)\$ ดังนั้น,

\$\$

$$f\bigl((1-t)c + td\bigl) = g\bigl((1-t)c + td\bigl)$$

\$\le (1-t) g(c) + tg(d) = (1-t) f(c) + tf(d)\$

\$\$

เป็นการแสดงความไม่ต่อเนื่องของ f (ที่จุดปลาย)

`\end{solution}`

`\end{problem}`

`\begin{problem}[3]`

คำถามข้อที่ 23 สมมติ f คอนเวกซ์บน \mathbb{R} , จงพิสูจน์ว่า f ต่อเนื่องบน \mathbb{R}

`\begin{solution}`

ข้อนี้เป็นการประยุกต์ใช้ของ **ทฤษฎีบท 4.28** ให้ $x \in \mathbb{R}$ และ x อยู่ในช่วงเปิด (a, b) , เมื่อ $a, b \in \mathbb{R}$ จะได้ว่า f คอนเวกซ์บนช่วง (a, b) , เนื่องจากคอนเวกซ์บน \mathbb{R} , ดังนั้นโดย **ทฤษฎีบท 4.28** ได้ว่า f ต่อเนื่องบนช่วง (a, b) เนื่องจาก f ต่อเนื่องบนช่วง (a, b) , ดังนั้นจะต่อเนื่องที่ $x \in (a, b)$ เราแสดงได้แล้วว่า สำหรับ $x \in \mathbb{R}$ ใดๆ, f ต่อเนื่องที่ x , หมายความว่า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบน \mathbb{R}

`\end{solution}`

`\end{problem}`

`\end{exam}`

`\end{document}`

ผลจากการคอมไพล์ชุดคำสั่งข้างบนนี้ ได้แบบฝึกหัดดังข้างล่างนี้

แคลคูลัสขั้นสูง

การบ้าน ครั้งที่ 1

กำหนดส่ง 28-มิ.ย.-49

ภาคเรียนที่ 1/2549

ผศ.สมเกียรติ ชัยพรเจริญศรี

การบ้านจะเป็นการเขียนหรืออธิบายเป็นส่วนใหญ่ ถ้าคุณไม่เข้าเรียนแต่ต้องการงาน ให้เข้าไปที่

<http://www.rmu.ac.th/~somkiat/>

การบ้านทุกครั้งและงานที่มอบหมายจะส่งทางเวปไซด์นี้

§4.3, หน้า 155¹

1. คำถามข้อที่ 15 ให้ใช้นิยามพิสูจน์ว่า $f(x) = x^2$ คอนเวกซ์บน \mathbb{R}
2. คำถามข้อที่ 18 จงพิสูจน์ว่าผลบวกของสองฟังก์ชันคอนเวกซ์ยังคงเป็นฟังก์ชันคอนเวกซ์
3. คำถามข้อที่ 20 จงยกตัวอย่างฟังก์ชันคอนเวกซ์และไม่ใช่ออบเซตบนช่วง $(0, 1)$
4. คำถามข้อที่ 21 นิยาม

$$f(x) = \begin{cases} 2, & x = -1; \\ x^2, & -1 < x < 2; \\ 5, & x = 2 \end{cases}$$

จงแสดงว่า f คอนเวกซ์บนช่วง $[-1, 2]$ แต่ไม่ต่อเนื่องบนช่วง $[-1, 2]$

5. คำถามข้อที่ 23 สมมติ f คอนเวกซ์บน \mathbb{R} , จงพิสูจน์ว่า f ต่อเนื่องบน \mathbb{R}

¹ดูในเอกสารประกอบการสอน

รูปที่ 3.1: ตัวอย่างแบบฝึกหัด โดยใช้ทางเลือก nosolutions

แอลคูลัสขั้นสูง
ภาคเรียนที่ 1/2549

การบ้าน ครั้งที่ 1

กำหนดส่ง 28-มิ.ย.-49
มส.สมเกียรติ ชัยพรเจริญศรี

Solutions แบบฝึกหัดข้างล่างนี้ จงหาคำตอบของคำถามแต่ละข้อ

§4.3, หน้า 155¹

1. คำถามข้อที่ 15 ให้ใช้นิยามพิสูจน์ว่า $f(x) = x^2$ คอนเวกซ์บน \mathbb{R}
เคลม: ให้ $[c, d]$ เป็นช่วงใดๆ และให้ $t \in [0, 1]$, ต้องการพิสูจน์ว่า

$$f((1-t)c + td) \leq (1-t)f(c) + tf(d) \quad (1)$$

หรือ,

$$((1-t)c + td)^2 \leq (1-t)c^2 + td^2 \quad (2)$$

เราจะแสดงว่าทางขวาทางด้านซ้ายใน (2) ไม่เป็นจำนวนลบ ยิ่งไปกว่านั้น,

$$\begin{aligned} & (1-t)c^2 + td^2 - ((1-t)c + td)^2 \\ &= (1-t)c^2 + td^2 - ((1-t)^2c^2 + 2t(1-t)cd + t^2d^2) \\ &= (1-t)[1 - (1-t)]c^2 - 2t(1-t)cd + t(1-t)d^2 \\ &= t(1-t)c^2 - 2t(1-t)cd + t(1-t)d^2 \\ &= t(1-t)(c-d)^2 \geq 0 \end{aligned}$$

จากบรรทัดแรกและบรรทัดสุดท้าย จะได้ว่า $(1-t)c^2 + td^2 - ((1-t)c + td)^2 \geq 0$ สมมูลกับ
อสมการ (2) \square

เฉลยทางอื่น: เราใช้อสมการโคชี-ชวาร์ซ, หน้า 16 กับนิพจน์ทางซ้ายของ (2) โดยอสมการ
โคชี-ชวาร์ซ:

$$\left(\sum_{k=1}^n a_k b_k \right)^2 \leq \left(\sum_{k=1}^n a_k^2 \right) \left(\sum_{k=1}^n b_k^2 \right)$$

โดยใช้อสมการนี้ ด้วย $a_1 = \sqrt{1-t}$, $b_1 = \sqrt{1-t}c$, $a_2 = \sqrt{t}$, $b_2 = \sqrt{t}d$ (ในที่นี้, $n = 2$,
สองพจน์), เราได้ว่า,

$$\begin{aligned} (1-t)^2c^2 + t^2d^2 &\leq ((\sqrt{1-t})^2 + (\sqrt{t})^2) ((\sqrt{1-t}c)^2 + (\sqrt{t}d)^2) \\ &= (1-t)c^2 + td^2 \end{aligned}$$

ดังนั้น,

$$(1-t)^2c^2 + t^2d^2 \leq (1-t)c^2 + td^2$$

โดยที่ (2), เป็นสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ \square

¹ดูในเอกสารประกอบการสอน

รูปที่ 3.2: ตัวอย่างแบบฝึกหัด โดยใช้ทางเลือก answerkey หน้าแรก

AC2/HW1 - หน้าที่ 2 จากทั้งหมด 2 หน้า - ผศ.สมเกียรติ ชัยพรเจริญศรี

2. คำถามข้อที่ 18 จงพิสูจน์ว่าผลบวกของสองฟังก์ชันคอนเวกซ์ยังคงเป็นฟังก์ชันคอนเวกซ์
เคล: ง่ายมาก! สมมติ f และ g เป็นฟังก์ชันคอนเวกซ์บนช่วง I ให้ $[c, d] \subseteq I$ และให้ $t \in [0, 1]$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}(f+g)((1-t)c+td) &= f((1-t)c+td) + g((1-t)c+td) \\ &\leq (1-t)f(c) + tf(d) + (1-t)g(c) + tg(d) \\ &= (1-t)(f+g)(c) + t(f+g)(d)\end{aligned}$$

ดังนั้น, $(f+g)((1-t)c+td) \leq (1-t)(f+g)(c) + t(f+g)(d)$, เป็นสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ \square

3. คำถามข้อที่ 20 จงยกตัวอย่างฟังก์ชันคอนเวกซ์และไม่มีขอบเขตบนช่วง $(0, 1)$
เคล: ให้ $f(x) = 1/x$, $x \in (0, 1)$ ฟังก์ชันนี้เห็นได้ชัดว่าไม่มีขอบเขต และเพราะว่า $f''(x) = 1/x^3 \geq 0$ บนช่วง $(0, 1)$, ดังนั้นคอนเวกซ์บนช่วง $(0, 1)$ \square

4. คำถามข้อที่ 21 นิยาม

$$f(x) = \begin{cases} 2, & x = -1; \\ x^2, & -1 < x < 2; \\ 5, & x = 2 \end{cases}$$

จงแสดงว่า f คอนเวกซ์บนช่วง $[-1, 2]$ แต่ไม่ต่อเนื่องบนช่วง $[-1, 2]$

เคล: นิยาม $g(x) = x^2$, $x \in [-1, 2]$ จะได้ว่า g หอนูนพันธ์อันดับสองได้บนช่วง $[-1, 2]$ และ $g''(x) = 2 \geq 0$, นั่นคือ, g คอนเวกซ์บนช่วง $[-1, 2]$ สังเกตว่า $g(x) \leq f(x)$ สำหรับทุก $x \in [-1, 2]$

ให้ $[c, d] \subseteq [-1, 2]$, เราต้องการแสดงว่า, $\forall t \in [0, 1]$,

$$f((1-t)c+td) \leq (1-t)f(c) + tf(d)$$

อสมการนี้ เป็นจริงเสมอ สำหรับ $t = 0$ และ $t = 1$, ดังนั้นเป็นการเพียงพอที่จะสมมติว่า $t \in (0, 1)$, ทำให้ได้ว่า $(1-t)c \neq -1$ และ $td \neq 2$, นั่นคือ, $(1-t)c+td \in (-1, 2)$ ดังนั้น,

$$f((1-t)c+td) = g((1-t)c+td) \leq (1-t)g(c) + tg(d) = (1-t)f(c) + tf(d)$$

เป็นการแสดงความไม่ต่อเนื่องของ f (ที่จุดปลาย) \square

5. คำถามข้อที่ 23 สมมติ f คอนเวกซ์บน \mathbb{R} , จงพิสูจน์ว่า f ต่อเนื่องบน \mathbb{R}

เคล: ข้อนี้เป็นการใช้ของ ทฤษฎีบท 4.28 ให้ $x \in \mathbb{R}$ และ x อยู่ในช่วงเปิด (a, b) , เมื่อ $a, b \in \mathbb{R}$ จะได้ว่า f คอนเวกซ์บนช่วง (a, b) , เนื่องจากคอนเวกซ์บน \mathbb{R} , ดังนั้นโดย ทฤษฎีบท 4.28 ได้ว่า f ต่อเนื่องบนช่วง (a, b) เนื่องจาก f ต่อเนื่องบนช่วง (a, b) , ดังนั้นจะต่อเนื่องที่ $x \in (a, b)$

เราแสดงได้แล้วว่า สำหรับ $x \in \mathbb{R}$ ใดๆ, f ต่อเนื่องที่ x , หมายความว่า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบน \mathbb{R} \square

รูปที่ 3.3: ตัวอย่างแบบฝึกหัด โดยใช้ทางเลือก answerkey หน้าที่สอง

เอกอุสัสน์สูง
ภาคเรียนที่ 1/2549

การบ้าน อธิ์ที่ 1

กำหนดส่ง 28-มิ.ย.-49
ผศ.สมเกียรติ ชัยพรเจริญศรี

การบ้านจะเป็นการเขียนหรืออธิบายเป็นส่วนใหญ่ ถ้าคุณไม่เข้าเรียนแต่ต้องการงาน ให้เข้าไปที่

<http://www.rmu.ac.th/~somkiat/>

การบ้านทุกครั้งและงานที่มอบหมายจะส่งทางเว็บไซต์นี้

§4.3, หน้า 155¹

1. คำถามข้อที่ 15 ให้ใช้นิยามพิสูจน์ว่า $f(x) = x^2$ คอนเวกซ์บน \mathbb{R}
2. คำถามข้อที่ 18 จงพิสูจน์ว่าผลบวกของสองฟังก์ชันคอนเวกซ์ยังคงเป็นฟังก์ชันคอนเวกซ์
3. คำถามข้อที่ 20 จงยกตัวอย่างฟังก์ชันคอนเวกซ์ที่ไม่มีขอบเขตบนช่วง $(0, 1)$
4. คำถามข้อที่ 21 นิยาม

$$f(x) = \begin{cases} 2, & x = -1; \\ x^2, & -1 < x < 2; \\ 5, & x = 2 \end{cases}$$

จงแสดงว่า f คอนเวกซ์บนช่วง $[-1, 2]$ แต่ไม่ต่อเนื่องบนช่วง $[-1, 2]$

5. คำถามข้อที่ 23 สมมติ f คอนเวกซ์บน \mathbb{R} , จงพิสูจน์ว่า f ต่อเนื่องบน \mathbb{R}

¹ดูในเอกสารประกอบการสอน

รูปที่ 3.4: ตัวอย่างแบบฝึกหัด โดยใช้ทางเลือกปกติ (หน้าแรก)

AC2/HW1

- หน้าที่ 2 จากทั้งหมด 3 หน้า -

เลข

เลขของ การบ้าน ครั้งที่ 1

1. ให้ $[c, d]$ เป็นช่วงใดๆ และให้ $t \in [0, 1]$, ต้องการพิสูจน์ว่า

$$f((1-t)c+td) \leq (1-t)f(c) + tf(d) \quad (1)$$

หรือ,

$$((1-t)c+td)^2 \leq (1-t)c^2 + td^2 \quad (2)$$

เราจะแสดงว่าทางขวามือทางด้านซ้ายใน (2) ไม่เป็นจำนวนลบ อิงไปว่านั่น,

$$\begin{aligned} & (1-t)c^2 + td^2 - ((1-t)c+td)^2 \\ &= (1-t)c^2 + td^2 - ((1-t)^2c^2 + 2t(1-t)cd + t^2d^2) \\ &= (1-t)[1-(1-t)]c^2 - 2t(1-t)cd + t(1-t)d^2 \\ &= t(1-t)c^2 - 2t(1-t)cd + t(1-t)d^2 \\ &= t(1-t)(c-d)^2 \geq 0 \end{aligned}$$

จากบรรทัดแรกและบรรทัดสุดท้าย จะได้ว่า $(1-t)c^2 + td^2 - ((1-t)c+td)^2 \geq 0$ สมมูลกับ
อสมการ (2) \square ผลเฉลยทางอื่น: เราใช้ อสมการโคชี-ชวาร์ซ, หน้า 16 กับนิพจน์ทางซ้ายของ (2) โดยอสมการ
โคชี-ชวาร์ซ:

$$\left(\sum_{k=1}^n a_k b_k \right)^2 \leq \left(\sum_{k=1}^n a_k^2 \right) \left(\sum_{k=1}^n b_k^2 \right)$$

โดยใช้สมการนี้ ด้วย $a_1 = \sqrt{1-t}$, $b_1 = \sqrt{1-t}c$, $a_2 = \sqrt{t}$, $b_2 = \sqrt{t}d$ (ในที่นี้, $n = 2$,
สองพจน์), เราได้ว่า,

$$\begin{aligned} (1-t)^2c^2 + t^2d^2 &\leq ((\sqrt{1-t})^2 + (\sqrt{t})^2) ((\sqrt{1-t}c)^2 + (\sqrt{t}d)^2) \\ &= (1-t)c^2 + td^2 \end{aligned}$$

ดังนั้น,

$$(1-t)^2c^2 + t^2d^2 \leq (1-t)c^2 + td^2$$

โดยที่ (2), เป็นสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ \square 2. ง่ายมาก! สมมติ f และ g เป็นฟังก์ชันคอนเวกซ์บนช่วง I ให้ $[c, d] \subseteq I$ และให้ $t \in [0, 1]$ จะ
ได้ว่า

$$\begin{aligned} (f+g)((1-t)c+td) &= f((1-t)c+td) + g((1-t)c+td) \\ &\leq (1-t)f(c) + tf(d) + (1-t)g(c) + tg(d) \\ &= (1-t)(f+g)(c) + t(f+g)(d) \end{aligned}$$

ดังนั้น, $(f+g)((1-t)c+td) \leq (1-t)(f+g)(c) + t(f+g)(d)$, เป็นสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ \square

รูปที่ 3.5: ตัวอย่างแบบฝึกหัด โดยใช้ทางเลือกปกติ (หน้าที่สอง)

AC2/HW1

- หน้าที่ 3 จากทั้งหมด 3 หน้า -

เลข

3. ให้ $f(x) = 1/x$, $x \in (0, 1)$ พิจารณานี้เห็นได้ชัดว่าไม่มีขอบเขต และเพราะว่า $f''(x) = 1/x^3 \geq 0$ บนช่วง $(0, 1)$, ดังนั้นคอนเวกซ์บนช่วง $(0, 1)$ \square
4. นิยาม $g(x) = x^2$, $x \in [-1, 2]$ จะได้ว่า g หาคอนเวกซ์อันดับสองได้บนช่วง $[-1, 2]$ และ $g''(x) = 2 \geq 0$, นั่นคือ, g คอนเวกซ์บนช่วง $[-1, 2]$ สังเกตว่า $g(x) \leq f(x)$ สำหรับทุก $x \in [-1, 2]$
ให้ $[c, d] \subseteq [-1, 2]$, เราต้องการแสดงว่า, $\forall t \in [0, 1]$,

$$f((1-t)c + td) \leq (1-t)f(c) + tf(d)$$

สมการนี้ เป็นจริงเสมอ สำหรับ $t = 0$ และ $t = 1$, ดังนั้นเป็นการเพียงพอที่จะสมมติว่า $t \in (0, 1)$, ทำให้ได้ว่า $(1-t)c \neq -1$ และ $td \neq 2$, นั่นคือ, $(1-t)c + td \in (-1, 2)$ ดังนั้น,

$$f((1-t)c + td) = g((1-t)c + td) \leq (1-t)g(c) + tg(d) = (1-t)f(c) + tf(d)$$

เป็นการแสดงความไม่ต่อเนื่องของ f (ที่จุดปลาย) \square

5. ข้อนี้เป็นการประยุกต์ใช้ของ ทฤษฎีบท 4.28 ให้ $x \in \mathbb{R}$ และ x อยู่ในช่วงเปิด (a, b) , เมื่อ $a, b \in \mathbb{R}$ จะได้ว่า f คอนเวกซ์บนช่วง (a, b) , เนื่องจากคอนเวกซ์บน \mathbb{R} , ดังนั้นโดย ทฤษฎีบท 4.28 ได้ว่า f ต่อเนื่องบนช่วง (a, b) เนื่องจาก f ต่อเนื่องบนช่วง (a, b) , ดังนั้นจะต่อเนื่องที่ $x \in (a, b)$
เราแสดงได้แล้วว่า สำหรับ $x \in \mathbb{R}$ ใดๆ, f ต่อเนื่องที่ x , หมายความว่า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบน \mathbb{R} \square

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รูปที่ 3.6: ตัวอย่างแบบฝึกหัด โดยใช้ทางเลือกปกติ (หน้าที่สาม)



รูปที่ 3.7: ตัวอย่างปกของแบบฝึกหัด โดยเพิ่มทางเลือก coverpage

2 แบบทดสอบย่อย

การทำแบบทดสอบย่อยเป็นการสอบย่อยเพื่อเก็บคะแนนระหว่างภาคเรียน มีการทดสอบย่อยๆ มีหลายกลุ่มที่จะใช้แบบทดสอบย่อย และนักศึกษาบางคนไม่ผ่านจุดประสงค์จำเป็นต้องทดสอบใหม่ จุดประสงค์หรือเรื่องเดิมแต่จำเป็นต้องสร้างแบบทดสอบชุดใหม่ ทำให้มีหลายชุด จุดเด่นของการทำแบบทดสอบย่อยที่นำมาเป็นตัวอย่างเป็นตัวอย่างคือสามารถทำข้อสอบหลายๆ ชุดในการสร้างชุดคำสั่งเพียงไฟล์เดียว ทำให้อาจารย์หรือผู้ทดสอบประหยัดเวลาในการสร้างแบบทดสอบ คำสั่งที่ใช้แบ่งแบบทดสอบย่อยเป็นหลายๆ ชุด คือ

```
\examNum{1}
\forVersion a
%\forVersion b
\VersionAtext{\text{แบบทดสอบย่อย}~\nExam--003}
\VersionBtext{\text{แบบทดสอบย่อย}~\nExam--007}
\shortVersionAtext{Q{\nExam}s3}
\shortVersionBtext{Q{\nExam}s7}
```

ข้างล่างนี้เป็นชุดคำสั่งของ L^AT_EX หรือ source code เมื่อไปคอมไพล์จะได้แบบทดสอบย่อย PDF

```
\documentclass{article}
\usepackage[thai]{babel}
\usepackage{amsmath}
\usepackage[pdftex,myconfig,forpaper,
pointsonleft,nosolutions]{eqexam}
\examNum{1}
\forVersion a
\VersionAtext{\text{แบบทดสอบย่อย}~\nExam--003}
\VersionBtext{\text{แบบทดสอบย่อย}~\nExam--007}
\shortVersionAtext{Q{\nExam}s3}
\shortVersionBtext{Q{\nExam}s7}
\title[\sExam]{\bfseries\Exam}
```

```

\author{ผศ.สมเกียรติ ชัยพรเจริญศรี}
\subject[C1]{แคลคูลัส I}
\date{ภาคเรียนที่ 1/2549}
\keywords{แบบทดสอบ~\nExam, หมู่ \ifAB{003}{007}}
\email{somkiat@rmu.ac.th}
\everymath{\displaystyle}
\begin{document}
\maketitle
\begin{exam}{Part 1}
\begin{instructions}[คำสั่ง :]
จงพิสูจนคำตอบแต่ละข้อข้างล่างนี้ \textit{แสดงข้อมูลทั้งหมด}
ติกรอบ  $\boxed{\text{คำตอบ}}$  คำตอบ โดยใช้สัญลักษณ์มาตรฐาน
ที่ถูกต้อง คุณ จะ ภาเครื่องหมายสำหรับสัญลักษณ์ที่ไม่ถูกต้อง
\textbf{ข้อสังเกต:} ค่าของลิมิตสามารถเป็นจำนวน สัญลักษณ์  $+\infty$ ,
สัญลักษณ์  $-\infty$ , หรืออาจจะเขียน NOT (สำหรับ ``การหาค่าไม่ได้'')
\end{instructions}
\begin{problem}[4]
จงหาค่าของ  $\ifAB{\lim_{x\to-1}\frac{4x^2+x}{x}}$ 
 $\lim_{x\to 2}\frac{1-3x}{x+1}$ 
\begin{solution}[2in]
จากที่เรียนในห้อง ตรงนี้เป็นปัญหาของลิมิตระดับ  $0/0$ :

$$\ifAB{\lim_{x\to-1}\frac{4x^2+x}{x}}$$


$$\lim_{x\to 2}\frac{1-3x}{x+1}$$


$$= \ifAB{\frac{4(-1)^2+(-1)}{-1}}$$


$$\lim_{x\to 2}\frac{1-3(2)}{2+1}$$


$$= \boxed{\ifAB{-3}{-\frac{5}{3}}}$$


$$= \boxed{\ifAB{-3}{-\frac{5}{3}}}$$

\end{solution}
\end{problem}
\end{document}

```

\end{problem}

\begin{problem}[3]

นิยามฟังก์ชัน $f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 1 & x < -2 \\ 2 - x^2 & x \geq -2 \end{cases}$ จงหาค่าของ

$\lim_{x \rightarrow \begin{cases} -2^- \\ -2^+ \end{cases}} f(x)$ และอธิบายเหตุผลอย่างละเอียด

\begin{solution}[2in]

โดยใช้เทคนิคมาตรฐาน:

\begin{A}

\begin{alignat*}{2}

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -2^-} (2x^3 - 1) \end{aligned}$$

\&\&\quad \text{since } x < -2 \text{ \\&\&

$$= 2(-2)^3 - 1 \quad \&\&\quad$$

\text{ปัญหาของลิมิตระดับ } 0 \text{ \\&\&

$$= \boxed{-17}$$

\end{alignat*}

\end{A}

\begin{B}

\begin{alignat*}{2}

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} (2 - x^2)$$

\&\&\quad \text{since } x < -2 \text{ \\&\&

$$= 2 - (-2)^2 \quad \&\&\quad$$

\text{ปัญหาของลิมิตระดับ } 0 \text{ \\&\&

$$= \boxed{-2}$$

\end{alignat*}

\end{B}

\end{solution}

\end{problem}


```

\begin{problem}[3]
จงหาค่าของ  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-x}{(x-2)^2}$ 
 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-2}{(3-x)^2}$ 
\begin{solution}[1in]
\begin{A}
สังเกตว่าตัวเศษเข้าใกล้ศูนย์, แต่ตัวส่วนไม่เป็นเช่นนั้น;
แสดงว่าเข้าใกล้เส้นเอสมิโททแนวนอน
เพราะว่า ตัวเศษเป็นกำลังสองดังนั้นเป็นจำนวนบวกเสมอ
เมื่อ  $x$  'เข้าใกล้'  $2$  ดังนั้น  $1 - x < 0$ , นั่นคือ,
เมื่อ  $x$  'เข้าใกล้'  $2$  แล้วตัวเศษเป็น
\emph{จำนวนลบ} อัตราส่วนของตัวเศษและตัวส่วนเป็น
\emph{จำนวนลบ} เมื่อ  $x$  'เข้าใกล้'  $2$  ดังนั้น สรุปได้ว่า

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-x}{(x-2)^2} = -\infty$$

\end{A}
\begin{B}
สังเกตว่าตัวเศษเข้าใกล้ศูนย์, แต่ตัวส่วนไม่เป็นเช่นนั้น;
แสดงว่าเข้าใกล้เส้นเอสมิโททแนวนอน เพราะว่
ตัวเศษเป็นกำลังสองดังนั้นเป็นจำนวนบวกเสมอ เมื่อ  $x$ 
'เข้าใกล้'  $3$  ดังนั้น  $x - 2 < 0$ , นั่นคือ, เมื่อ  $x$ 
'เข้าใกล้'  $3$  แล้วตัวเศษเป็น \emph{จำนวนบวก}
อัตราส่วนของตัวเศษและตัวส่วนเป็น \emph{จำนวนบวก}
เมื่อ  $x$  'เข้าใกล้'  $3$  ดังนั้น สรุปได้ว่า

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-2}{(3-x)^2} = +\infty$$

\end{B}

```

```

\end{solution}
\end{problem}
\end{exam}
\end{document}

```

ผลจากการคอมไพล์ชุดคำสั่งข้างบนนี้ ได้แบบทดสอบย่อยดังข้างล่างนี้

แคลคูลัส 1 แบบทดสอบย่อย 1-003 ชื่อ - สกุล: _____
 ผศ.สมเกียรติ ชัยพรเจริญศรี, ภาคเรียนที่ 1/2549 หมายเลขข้อสอบ: _____

คำชี้แจง : (10 คะแนน) จงพิสูจน์ค่าตามแต่ละข้อข้างล่างนี้ *แสดงข้อสมมุติทั้งหมด* ที่กรอบ **[คำตอบ]** คำตอบ โดยใช้สัญลักษณ์มาตรฐานที่ถูกห่อหุ้ม จะครบเครื่องเหมาะสมกับสัญลักษณ์ที่ไม่ถูกต้อง ข้อสังเกต: ค่าขอเลือกสามารถเป็นจำนวน สัญลักษณ์ $+\infty$, สัญลักษณ์ $-\infty$, หรืออาจจะเขียน NOT (สำหรับ "การหาค่าไม่ได้").

(3^พ) 1. จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + x}{x}$

(3^พ) 2. หาค่าฟังก์ชัน $f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 1 & x < -2 \\ 2 - x^2 & x \geq -2 \end{cases}$ จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ และอธิบายเหตุผลอย่างละเอียด

(3^พ) 3. จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-x}{(x-2)^2}$

รูปที่ 3.8: ตัวอย่างแบบทดสอบย่อยโดยใช้แบบ A และทางเลือก nosolutions

แคลคูลัส 1

แบบทดสอบย่อย 1-007 ชื่อ - สกุล: _____

ผศ.สมเกียรติ ชัยพรเจริญศรี, ภาคเรียนที่ 1/2549

หมายเลขข้อสอบ: _____

คำสั่ง : (10 คะแนน) จงพิสูจน์ค่าตามแต่ละข้อข้างล่างนี้ *แสดงวิธี 풀ทั้งหมด* ที่กรอบ [คำตอบ] ทำตอบ โดยใช้สัญลักษณ์
 มาตรฐานที่ถูกต้อง คือ ภาคเครื่องหมายสำหรับสัญลักษณ์ที่ไม่ถูกต้อง ข้อสังเกต: ค่าของลิมิตสามารถเป็นจำนวน สัญลักษณ์
 $+\infty$, สัญลักษณ์ $-\infty$, หรืออาจจะเขียน NOT (สำหรับ "การหาทำไม่ได้").

(4th) 1. จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-3x}{x+1}$

(3th) 2. นิยามฟังก์ชัน $f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 1 & x < -2 \\ 2 - x^2 & x \geq -2 \end{cases}$ จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ และอธิบายเหตุผลอย่างละเอียด

(3th) 3. จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-2}{(3-x)^2}$

รูปที่ 3.9: ตัวอย่างแบบทดสอบย่อยโดยใช้แบบ B และทางเลือก nosolutions

แคลคูลัส 1

แบบทดสอบย่อย 1-003

ชื่อ - สกุล: _____

ผศ.สมเกียรติ ชัยพงษ์เจริญศรี, ภาคเรียนที่ 1/2549

หมายเลขข้อสอบ: _____

คำชี้แจง : (10 คะแนน) จงพิสูจน์ข้อความแต่ละข้อข้างล่างนี้ แสดงข้อมูลทั้งหมด ตีกรอบ **คำตอบ** คำตอบ โดยใช้สัญลักษณ์มาตรฐานที่ถูกต้อง คุณ จะ คาดหรือ ทهماสำหรับสัญลักษณ์ที่ไม่ถูกต้อง ข้อสังเกต: ค่าของลิมิตสามารถเป็นจำนวน สัญลักษณ์ $+\infty$, สัญลักษณ์ $-\infty$, หรืออาจจะเขียน NOT (สำหรับ "การหาค่าไม่ได้").

(3^{๙๙}) 1. จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + x}{x}$

เฉลย: จากที่เรียนในหัวข้อ ตรงที่เขียนปัญหาของลิมิตระดับ 0:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + x}{x} = \frac{4(-1)^2 + (-1)}{-1} = \boxed{-3}$$

(3^{๙๙}) 2. นิยามฟังก์ชัน $f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 1 & x < -2 \\ 2 - x^2 & x \geq -2 \end{cases}$ จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ และอธิบายเหตุผลอย่างละเอียด

เฉลย: โดยใช้เทคนิคมาตรฐาน:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -2} (2x^3 - 1) && \text{since } x < -2 \\ &= 2(-2)^3 - 1 && \text{ปัญหาของลิมิตระดับ 0} \\ &= \boxed{-17} \end{aligned}$$

(3^{๙๙}) 3. จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-x}{(x-2)^2}$

เฉลย: สังเกตว่าตัวเศษเข้าใกล้ศูนย์, แต่ตัวส่วนไม่เป็นเช่นนั้น; แสดงว่าเข้าใกล้เส้นแนวนอนเพราะว่า ตัวเศษเป็นกำลังสองดังนั้นเป็นจำนวนบวกเสมอ เมื่อ x "เข้าใกล้" 2 ดังนั้น $1-x < 0$, นั่นคือ, เมื่อ x "เข้าใกล้" 2 แล้ว ตัวเศษเป็น **จำนวนลบ** อัตราส่วนของตัวเศษและตัวส่วนเป็น **จำนวนลบ** เมื่อ x "เข้าใกล้" 2 ดังนั้น สรุปได้ว่า

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-x}{(x-2)^2} = -\infty$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รูปที่ 3.10: ตัวอย่างแบบทดสอบย่อยโดยใช้แบบ A และทางเลือก answerkey

แคลคูลัส I

แบบทดสอบย่อย 1-003 ชื่อ - สกุล: _____

ผศ.สมเกียรติ ชัยพรเจริญศรี, ภาคเรียนที่ 1/2549

หมายเลขข้อสอบ: _____

คำสั่ง : (10 คะแนน) จงพิสูจน์ค่าตามแต่ละข้อข้างล่างนี้ *แสดงข้อสรุปทั้งหมด* ที่กรอบ [คำตอบ] กำหนด โดยใช้สัญลักษณ์มาตรฐานที่ถูกต้อง *ดูข* การเครื่องหมายสำหรับสัญลักษณ์ที่ไม่ถูกต้อง ข้อสังเกต: ค่าของลิมิตสามารถเป็นจำนวน สัญลักษณ์ $+\infty$, สัญลักษณ์ $-\infty$, หรืออาจจะเขียน NOT (สำหรับ "การหาค่าไม่ได้").

- (4^{pts}) 1. จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + x}{x}$
- (3^{pts}) 2. นิยามฟังก์ชัน $f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 1 & x < -2 \\ 2 - x^2 & x \geq -2 \end{cases}$ จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ และอธิบายเหตุผลอย่างละเอียด
- (3^{pts}) 3. จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-x}{(x-2)^2}$



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รูปที่ 3.12: ตัวอย่างแบบทดสอบย่อยโดยใช้แบบ A และทางเลือกปกติ (หน้าแรก)

C1/Q1s3

... หน้าที่ 2 จากทั้งหมด 2 หน้า -

เลข

เฉลยของ แบบทดสอบย่อย 1-003

1. จากที่เขียนในข้อ: ตรงนี้เป็นปัญหาของลิมิตระดับ 0:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + x}{x} = \frac{4(-1)^2 + (-1)}{-1} = \boxed{-3}$$

□

2. โดยใช้เทคนิคตรงฐาน:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -2} (2x^3 - 1) && \text{since } x < -2 \\ &= 2(-2)^3 - 1 && \text{ปัญหาของลิมิตระดับ 0} \\ &= \boxed{-17} \end{aligned}$$

□

3. สังเกตว่าตัวเศษเข้าใกล้ศูนย์, แต่ตัวส่วนไม่เป็นเช่นนั้น; แสดงว่าเข้าใกล้เส้นเอสมิโททแนอน เพราะตัวเศษเป็นกำลังสองดังนั้นเป็นจำนวนบวกเสมอ เมื่อ x "เข้าใกล้" 2 ดังนั้น $1-x < 0$, นั่นคือ, เมื่อ x "เข้าใกล้" 2 แล้วตัวเศษเป็น *จำนวนลบ* อัตราส่วนของตัวเศษและตัวส่วนเป็น *จำนวนลบ* เมื่อ x "เข้าใกล้" 2 ดังนั้น สรุปได้ว่า

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-x}{(x-2)^2} = -\infty$$

□

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รูปที่ 3.13: ตัวอย่างแบบทดสอบย่อยโดยใช้แบบ A และทางเลือกปกติ
(หน้าถัดมา)


แคลคูลัส I แบบทดสอบย่อย 1-007 ชื่อ - สกุล: _____
 ผศ.สมเกียรติ ชัยพรเจริญศรี, ภาคเรียนที่ 1/2549 หมายเลขข้อสอบ: _____

คำสั่ง : (10 คะแนน) จงพิสูจน์ค่าตามแต่ละข้อข้างล่างนี้ *แสดงวิธี 풀ที่หมด* ติกรอบ [ถ้าขอบ] ค่าตอบ โดยใช้สัญลักษณ์
 มาตรฐานที่ถูกต้อง จุด ๆ การเครื่องหมายสำหรับสัญลักษณ์ที่ไม่ถูกต้อง ข้อสังเกต: ค่าจริงใดสามารถเป็นจำนวน สัญลักษณ์
 $+\infty$, สัญลักษณ์ $-\infty$, หรืออาจจะเขียน NOT (สำหรับ "การหาไม่ได้").

(4^{pts}) 1. จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-3x}{x+1}$

(3^{pts}) 2. นิยามฟังก์ชัน $f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 1 & x < -2 \\ 2 - x^2 & x \geq -2 \end{cases}$ จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ และอธิบายเหตุผลอย่างละเอียด

(3^{pts}) 3. จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-2}{(3-x)^2}$



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
 RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รูปที่ 3.14: ตัวอย่างแบบทดสอบย่อยโดยใช้แบบ B และทางเลือกปกติ
 (หน้าแรก)

C1/Q1r7

- หน้า 2 จากทั้งหมด 2 หน้า -

เฉลย

เฉลยของ แบบทดสอบย่อย 1-007

1. จากที่เรียนในข้อๆ ตรงนี้เป็นปัญหาของลิมิตระดับ 0:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-3x}{x+1} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-3(2)}{2+1} = \boxed{\frac{-5}{3}}$$

□

2. โดยใช้เทคนิคการรวม:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -2^+} (2-x^2) \quad \text{since } x < -2 \\ &= 2 - (-2)^2 \quad \text{ปัญหาของลิมิตระดับ 0} \\ &= \boxed{-2} \end{aligned}$$

□

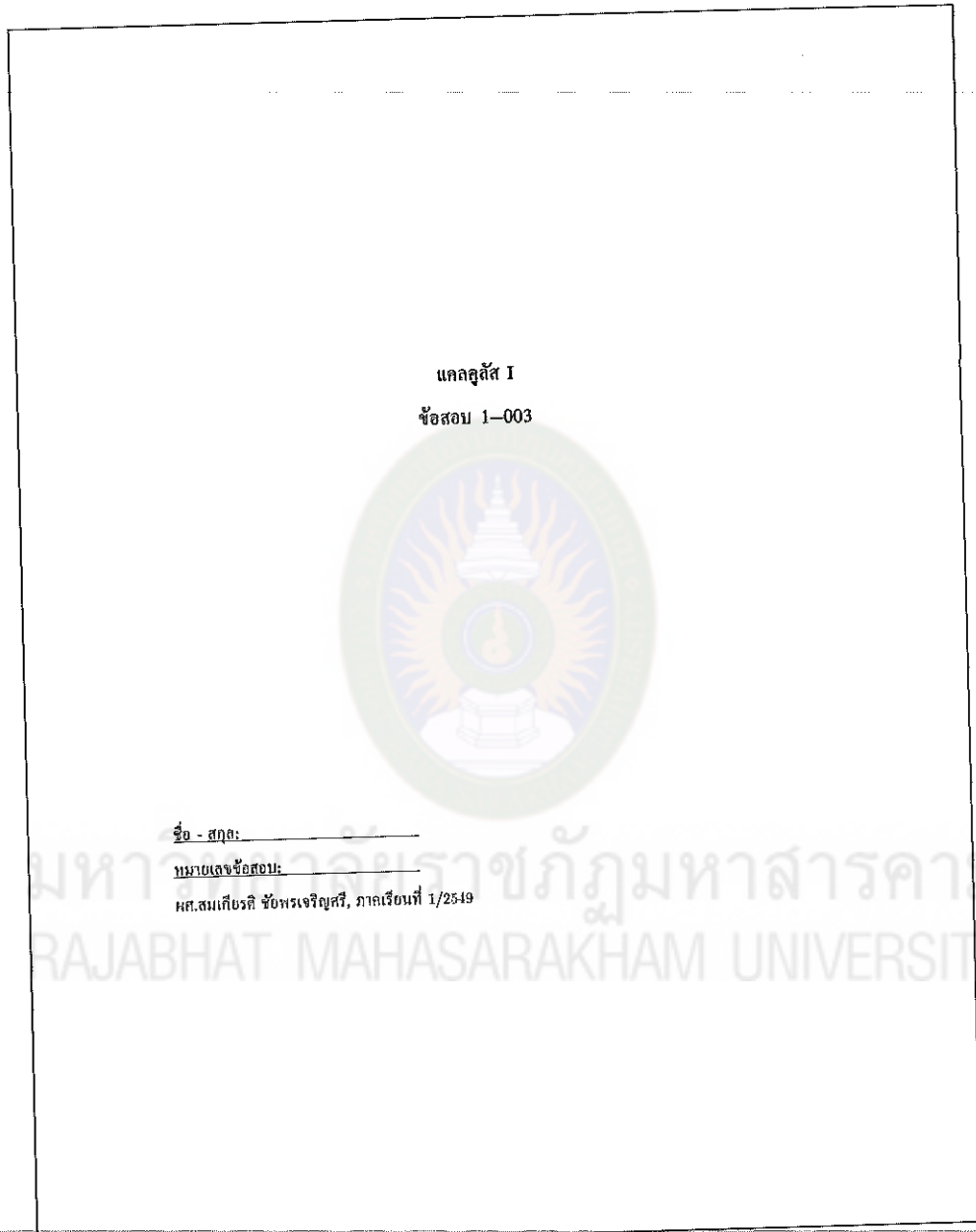
3. สังเกตว่าตัวเศษเข้าใกล้ศูนย์, แต่ตัวส่วนไม่เป็นเช่นนั้น; แสดงว่าเข้าใกล้เส้นเอสมิทธิโกทแนวอน เพราะว่า ตัวเศษเป็นกำลังสองซึ่งนั้นเป็นจำนวนบวกเสมอ เมื่อ x "เข้าใกล้" 3 ดังนั้น $x-2 < 0$, นั่นคือ, เมื่อ x "เข้าใกล้" 3 แล้วตัวเศษเป็น *จำนวนบวก* ซี่งค่าส่วนของตัวเศษและตัวส่วนเป็น *จำนวนบวก* เมื่อ x "เข้าใกล้" 3 ดังนั้น สรุปได้ว่า

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-2}{(3-x)^2} = +\infty$$

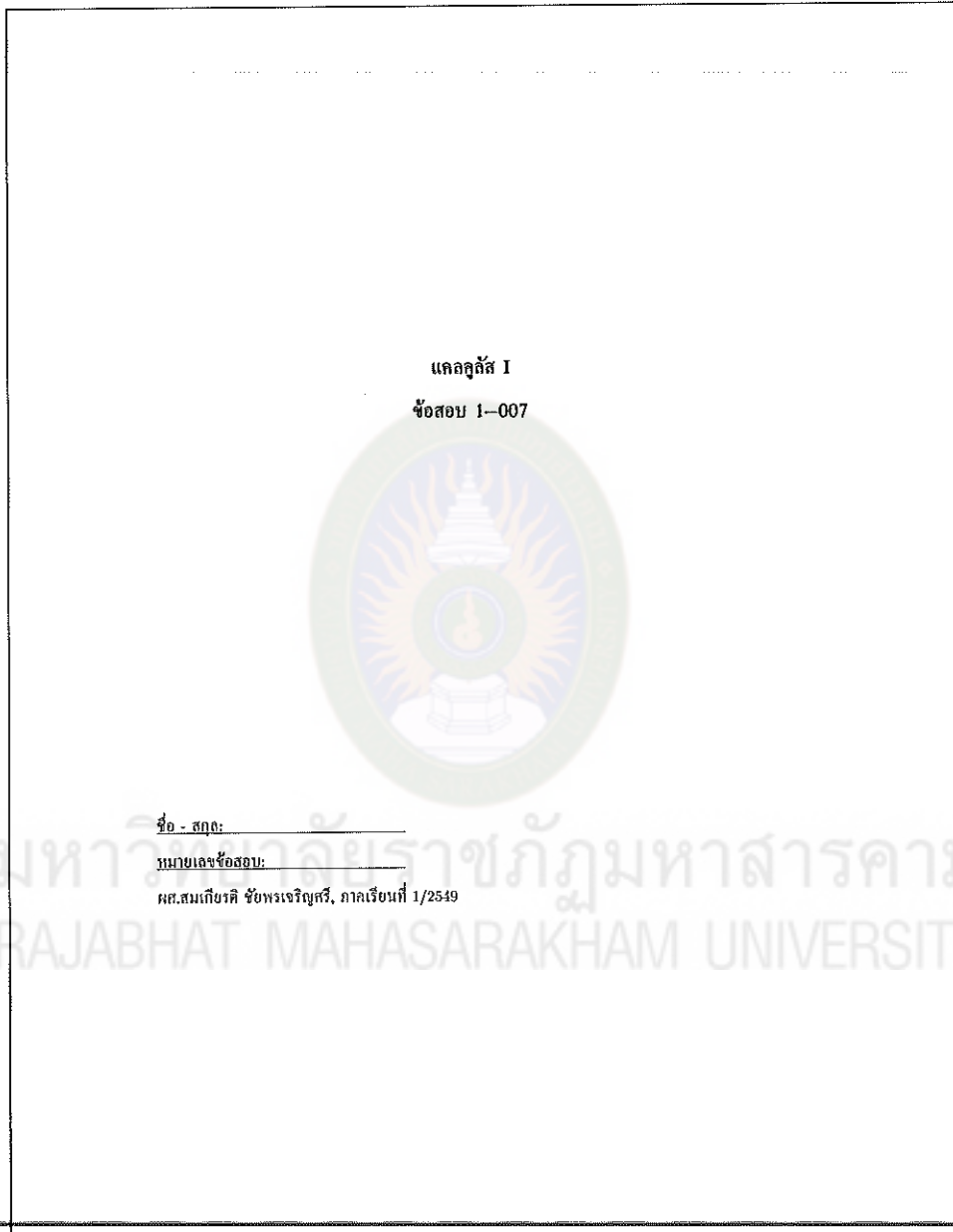
□

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รูปที่ 3.15: ตัวอย่างแบบทดสอบย่อยโดยใช้แบบ B และทางเลือกปกติ
(หน้าถัดมา)



รูปที่ 3.16: ตัวอย่างปกของแบบทดสอบย่อยแบบ A โดยเพิ่มทางเลือก cover-page (หน้าถัดมา)



รูปที่ 3.17: ตัวอย่างปกของแบบทดสอบย่อยแบบ B โดยเพิ่มทางเลือก cover-page (หน้าถัดมา)

3 แบบทดสอบหลัก

สามารถแยกเป็นสองประเภท ได้แก่ สำหรับพิมพ์ออกเครื่องพิมพ์ลงกระดาษ และเป็นกระดาษอิเล็กทรอนิกส์

ข้างล่างนี้เป็นชุดคำสั่งของ L^AT_EX หรือ source code เมื่อไปคอมไพล์จะได้แบบทดสอบหลัก PDF

```

\documentclass[12pt,a4paper]{article}
\usepackage[thai]{babel}
\usepackage[forpaper,pointsonboth,
useforms,nosolutions]{eqexam}
\title[Test1]{แบบทดสอบ ครั้งที่ $1$}
\author{ผศ.สมเกียรติ ชัยพรเจริญศรี}
\subject[Cal1]{แคลคูลัส I}
\date{ภาคเรียนที่ $1/2549$}
\keywords{แบบทดสอบครั้งที่~$1$, หมู่เรียน $001$}
\begin{document}
\maketitle
\begin{exam}{ตอนที่ $1$}
\begin{instructions}
จงพิสูจนคำถามแต่ละข้อข้างล่างนี้ ถ้าคุณทำผิดคุณจะถูก
หักคะแนนจากคะแนนเต็ม
\end{instructions}
\begin{problem}[5]
นายกรัฐมนตรีคนแรกของประเทศไทยคือ
\fillin{2in}{พระยาพหลพลพยุหเสนา}
\begin{solution}
ท่านเป็นนายกรัฐมนตรีคนแรกของไทย
หลังการเปลี่ยนแปลงการปกครอง พ.ศ. $2475$
\end{solution}

```

```

\end{problem}
\begin{problem*}[4ea]
ข้อความต่อไปนี้ \textit{ผิด} หรือ \textit{ถูก}
\begin{parts}
\item \TF{F} พ.ต.ท.ทักษิณ ชินวัตร เป็นนายกรัฐมนตรี
คนปัจจุบันของประเทศไทย
\item \TF{T} นายสมัคร สุนทรเวช เป็นนายกรัฐมนตรี
คนปัจจุบันของประเทศไทย
\end{parts}
\end{problem*}
\begin{problem}[7]
จงเขียนประวัติจังหวัดมหาสารคามมาพอสังเขป
\begin{solution}[3in]
จุดอยู่ที่ $2$ ในเอกสารประกอบการสอน
\end{solution}
\end{problem}
\begin{problem}[5]
ปี ค.ศ. ใดที่โคลัมบัสส่งเรือข้ามมหาสมุทร?
\begin{answers}{6} \bChoices
\Ans0 $1490$\eAns \Ans0 $1491$\eAns
\Ans1 $1492$\eAns \Ans0 $1493$\eAns
\eChoices
\end{answers}
\begin{solution}
ใช่แล้ว โคลัมบัสส่งเรือข้ามมหาสมุทรในปี ค.ศ. $1492$
\end{solution}
\end{problem}
\end{exam}
\end{document}

```

ผลจากการคอมพิวเตอร์คำสั่งข้างบนนี้ ได้แบบทดสอบหลักดังข้างล่างนี้

<p>เฉลยข้อ I ภาคเรียนที่ 1/2549</p>	<p>แบบทดสอบ ครั้งที่ 1</p>	<p>ชื่อ - สกุล: _____ ผศ.สมเกียรติ ชัยพรเจริญศรี</p>
<p>คำชี้แจง. (25 คะแนน) จงพิสูจนคำตอบแต่ละข้อข้างล่างนี้ ถ้าคุณทำผิดคุณจะถูกหักคะแนนจากคะแนนเต็ม</p>		
(5 ^{pts})	1. นายกรัฐมนตรีคนแรกของประเทศไทยคือ _____	<input type="text"/> 5 pts
(4 ^{pts})	2. ข้อความต่อไปนี้ <i>ผิด</i> หรือ <i>ถูก</i> (a) _____ พ.ต.ท.ทักษิณ ชินวัตร เป็นนายกรัฐมนตรีคนปัจจุบันของประเทศไทย (b) _____ นายสมัคร สุนทรเวช เป็นนายกรัฐมนตรีคนปัจจุบันของประเทศไทย	<input type="text"/> 8 pts
(7 ^{pts})	3. จงเขียนประวัติจังหวัดมหาสารคามมาพอสังเขป	<input type="text"/> 7 pts
(5 ^{pts})	4. ปี ค.ศ. ไດที่โคลัมบัสลงเรือข้ามมหาสมุทร? (a) 1490 (b) 1491 (c) 1492 (d) 1493	<input type="text"/> 5 pts
		<input type="text"/> 25 pts

รูปที่ 3.18: ตัวอย่างแบบทดสอบหลัก โดยใช้ทางเลือก nosolutions

แคลคูลัส I	แบบทดสอบ ครั้งที่ 1	ชื่อ - สกุล: _____
ภาคเรียนที่ 1/2549		ศส.สมเกียรติ ชัยทรงเจริญศรี
คำชี้แจง. (25 คะแนน) จงหिसุจน์ค่าตามแต่ละข้อข้างล่างนี้ ถ้าคุณทำผิดจุดจะถูกหักคะแนนจากคะแนนเต็ม		
(5 ^{pts})	1. นายกรัฐมนตรีคนแรกของประเทศไทยคือ <u>พระยาพหลพลพยุหเสนา</u> เฉลย: ท่านเป็นนายกรัฐมนตรีคนแรกของไทย หลังการเปลี่ยนแปลงการปกครอง พ.ศ. 2475	<input type="text"/> 5 pts
(4 ^{pts})	2. ข้อความต่อไปนี้ <u>ผิด</u> หรือ <u>ถูก</u> (a) <u>F</u> พ.ต.ท.ทักษิณ ชินวัตร เป็นนายกรัฐมนตรีคนปัจจุบันของประเทศไทย เฉลย: ผิด (b) <u>T</u> นายสมัคร สุนทรเวช เป็นนายกรัฐมนตรีคนปัจจุบันของประเทศไทย เฉลย: ถูก	<input type="text"/> 8 pts
(7 ^{pts})	3. จงเขียนประวัติจังหวัดมหาสารคามมาพอสังเขป เฉลย: ตอนที่ 2 ในเอกสารประกอบการสอน	<input type="text"/> 7 pts
(5 ^{pts})	4. ปี ค.ศ. ไคที่โคโลัมบัสต้องเรือข้ามมหาสมุทร? (a) 1490 (b) 1491 (c) 1492 (d) 1493 เฉลย: ใช่แล้ว ไคโคลัมบัสต้องเรือข้ามมหาสมุทรในปี ค.ศ. 1492	<input type="text"/> 5 pts
		<input type="text"/> 25 pts

รูปที่ 3.19: ตัวอย่างแบบทดสอบหลัก โดยใช้ทางเลือก answerkey

แคลคูลัส I

แบบทดสอบ ครั้งที่ 1

ชื่อ - สกุล: _____

ภาคเรียนที่ 1/2549

ผศ.สมเกียรติ ชัยพรเจริญศรี

คำชี้แจง. (25 คะแนน) จงหาคำถามแต่ละข้อข้างล่างนี้ ถ้าคุณทำผิดจุดจะถูกหักคะแนนจากคะแนนเต็ม

(5pts) 1. นายกรัฐมนตรีคนแรกของประเทศไทยคือ _____

5 pts

(4pts) 2. ข้อความต่อไปนี้ ผิด หรือ ถูก

(a) _____ พ.ต.ท.ทักษิณ ชินวัตร เป็นนายกรัฐมนตรีคนปัจจุบันของประเทศไทย

(b) _____ นายสมัคร สุนทรเวช เป็นนายกรัฐมนตรีคนปัจจุบันของประเทศไทย

8 pts

(7pts) 3. จงเขียนประวัติจังหวัดมหาสารคามมาพอสังเขป

7 pts

(5pts) 4. ปี ค.ศ. ไตที่โคลัมบัสล่องเรือข้ามมหาสมุทร?

(a) 1490 (b) 1491 (c) 1492 (d) 1493

5 pts

25 pts

รูปที่ 3.20: ตัวอย่างแบบทดสอบหลัก โดยใช้ทางเลือกปกติ (หน้าแรก)

Cal1/Test1	- หน้าที่ 2 จากทั้งหมด 6 หน้า -	เลข
เลขของ แบบทดสอบ ครั้งที่ 1		
1. ท่านเป็นนายกรัฐมนตรีคนแรกของไทย หลังการเปลี่ยนแปลงการปกครอง พ.ศ. 2475		<input type="checkbox"/>



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รูปที่ 3.21: ตัวอย่างแบบทดสอบหลัก โดยใช้ทางเลือกปกติ (หน้าที่ 2)

Call/Test1	- หน้าที่ 3 จากทั้งหมด 6 หน้า -	เลข
2. (a) ผิด		<input type="checkbox"/>



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รูปที่ 3.22: ตัวอย่างแบบทดสอบหลัก โดยใช้ทางเลือกปกติ (หน้าที่ 3)

Call/Test1	- หน้าที่ 4 จากทั้งหมด 6 หน้า -	เลข
2. (b) ถูก		<input type="checkbox"/>



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รูปที่ 3.23: ตัวอย่างแบบทดสอบหลัก โดยใช้ทางเลือกปกติ (หน้าที่ 4)



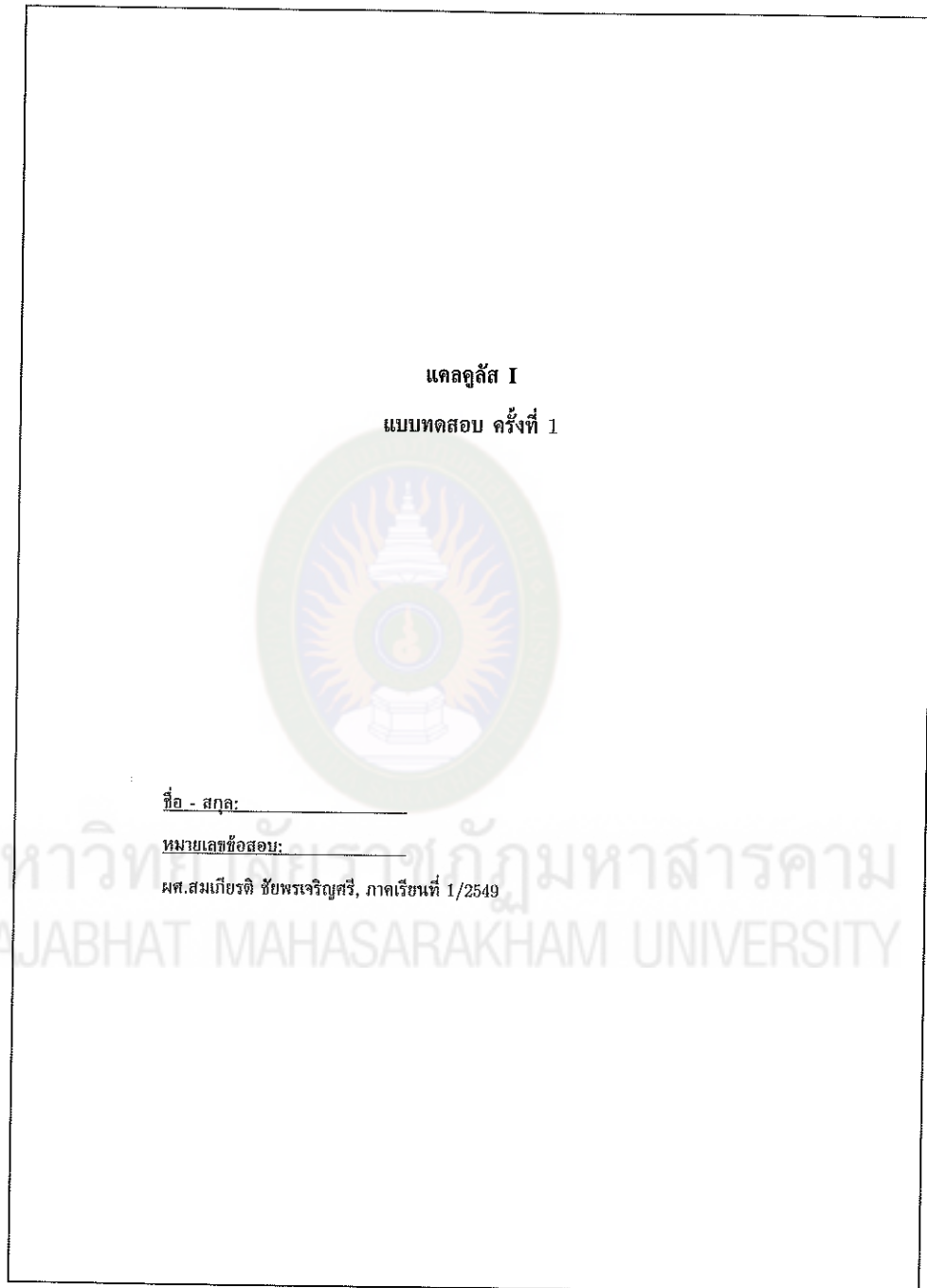
รูปที่ 3.24: ตัวอย่างแบบทดสอบหลัก โดยใช้ทางเลือกปกติ (หน้าที่ 5)

Call/Test1	- หน้าที่ 6 จากทั้งหมด 6 หน้า -	เลข
4. ใช่แล้ว โคลัมบัสต้องเรือข้ามมหาสมุทรในปี ค.ศ. 1492		<input type="checkbox"/>



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รูปที่ 3.25: ตัวอย่างแบบทดสอบหลัก โดยใช้ทางเลือกปกติ (หน้าที่ 6)



รูปที่ 3.26: ตัวอย่างปกของแบบทดสอบหัด โดยเพิ่มทางเลือก coverpage